

# Varignon et Géométrie Dynamique

Michelle BADRI

Novembre 2006

## Résumé

Chacun connaît le problème de Varignon :

**Soit  $RSTU$  un quadrilatère. Les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont les milieux respectifs des côtés  $[RS]$ ,  $[ST]$ ,  $[TU]$  et  $[UR]$ . Quelle semble être la nature du quadrilatère  $ABCD$ ? Le démontrer.**

Dans le mode de travail papier-crayon, l'élève trace une figure et propose une conjecture à partir, généralement, de cette seule figure, avec l'écueil parfois d'une figure particulière. Il est clair que l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique a, ici, toute sa place puisqu'il va permettre, en bougeant les points  $R$ ,  $S$ ,  $T$  et  $U$  de travailler sur un nombre important de figures, d'éliminer par la même occasion un travail uniquement sur des cas particuliers et d'étudier la figure tracée à l'aide de mesurages, d'analyse de la nature du quadrilatère selon les possibilités du logiciel, avec une précision plus intéressante que pour la figure tracée sur papier, avant d'émettre cette conjecture.

C'est donc cette démarche que j'avais mise en place, il y a quelques années, avec un travail en classe, avec visualisation collective car n'ayant pas encore de salle informatique, et cela avec l'exploitation du logiciel Géoplan. Ce logiciel permettant la création de commandes de « dessin en bloc », je prolongeais son utilisation à une aide à la démonstration. Ainsi, à l'appui d'une touche, je mettais en évidence, dans la figure « trop complexe » pour certains élèves, un triangle et sa droite des milieux, un nouvel appui sur la même touche me permettant de revenir à l'état initial de la figure (voir FIG. 1 et FIR. 2).

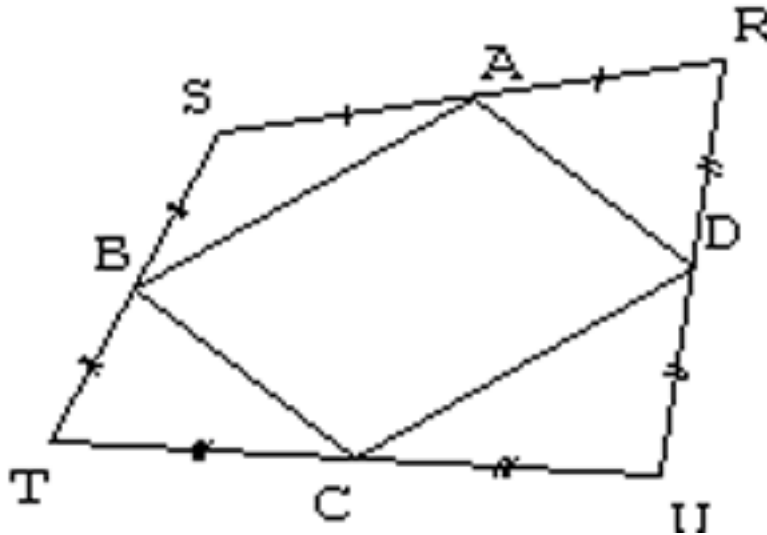


FIG. 1 – Retour à l'état initial - 1

Comme beaucoup d'enseignants, je constatais que les élèves en difficulté accrochaient à ce cours utilisant l'informatique davantage que d'ordinaire et que les élèves moyens se disaient satisfaits car ayant mieux compris. Par contre, de bons élèves se plaignaient : « Je n'ai pas besoin de ce gadget pour comprendre! ».

Cela m'a amenée à adapter l'activité pour un travail en binôme, deux élèves de même niveau, en salle informatique, le jour où j'en ai eu une à ma disposition.

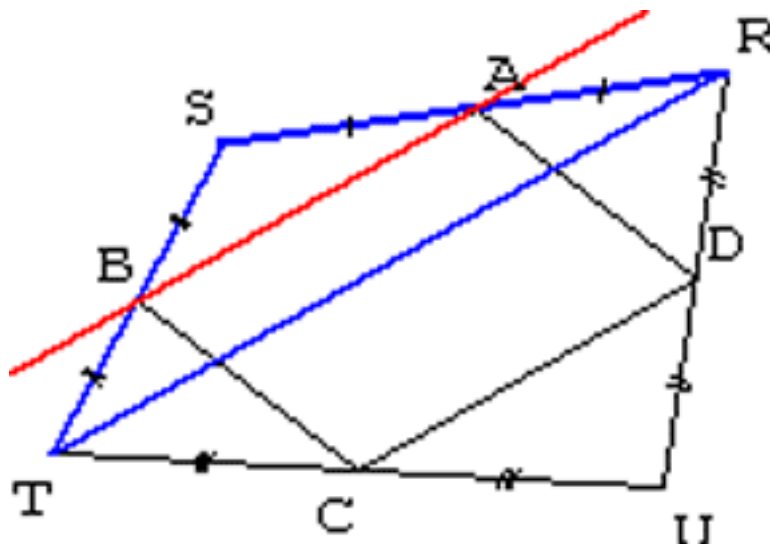


FIG. 2 – Retour à l'état initial - 2

Le travail avec Géoplan sur la partie « conjecture » était le même, mis à part que les élèves créaient eux-mêmes la figure ce qui les faisait passer de spectateurs à acteurs. Les élèves en difficultés étaient satisfaits de pouvoir produire une figure « propre ».

C'est sur la partie « aide à la démonstration » que j'apportais un changement pour tenter de répondre au problème de l'hétérogénéité de la classe. Je proposais trois niveaux différents de travail. En quatrième, je travaille, une bonne partie de l'année, avec « les tableaux de démonstrations » proposés par Denise Frère <sup>1</sup>. Ainsi, suivant le niveau du binôme, je donnais un tableau de démonstration plus ou moins rempli à compléter, accompagné d'un fichier Géoplan d'aide à la démonstration dans lequel les élèves retrouvaient la figure qu'ils avaient construite dans la partie conjecture, complétée de plus ou moins d'éléments d'aide s'obtenant par la frappe de certaines touches. Le travail à faire, l'emploi des commandes étaient détaillés dans une fiche-élève.

Ainsi, pour les binômes d'élèves en difficulté, la fiche-élève les invitait à taper la touche « 1 » pour « voir » le triangle  $STR$  et la droite  $(AB)$  (voir FIG.2) et leur permettre de répondre aux questions suivantes :

1. Quelle est la nature et le nom de la figure bleue ?
2. Que représente le point A pour le segment  $[SR]$  ?
3. Que représente le point B pour le segment  $[ST]$  ?
4. Que peut-on dire des droites  $(AB)$  et  $(TR)$  ?

Ce travail détaillé et aidé visuellement leur permettait d'analyser la première étape de la démonstration. N'oublions pas qu'il leur était toujours possible de déplacer un sommet du quadrilatère  $RSTU$  pour constater la pertinence de leurs réponses. Ils passaient ensuite à un travail similaire sur le triangle  $RTU$  avec un appui sur la touche « 1 » pour faire disparaître la mise en évidence de la configuration de la droite des milieux pour le triangle  $STR$  et l'appui sur la touche « 2 » pour faire apparaître celle liée au triangle  $RTU$  (voir FIG.3). Le travail à faire pour le triangle  $RSU$  était encore détaillé et aidé de la même façon (voir IF.G4) tandis que pour le triangle  $STU$ , l'aide visuelle était disponible (voir FIG. 5) mais les élèves devaient réfléchir sans l'aide des questions. Il faut bien, à un moment donné, faire un effort supplémentaire surtout quand une même démarche se reproduit quatre fois de suite !

Pour les binômes d'élèves moyens, ils avaient à leur dispositions les touches « 1 », « 2 » et « 3 » avec le même effet mais les questions détaillées n'étaient données que pour le triangle  $STR$ . Quant au travail sur le triangle  $STU$ , l'aide sur la figure était déjà moins évidente : un simple segment apparaissait à l'appui de la touche « 4 » ! (voir FIG.6)

Et les binômes des meilleurs, devaient-ils se débrouiller sans ce logiciel qu'ils considéraient comme un gadget ? J'estimais que non, mais par contre, ils ne devaient pas subir son utilisation. Aussi, avaient-ils un fichier avec des aides également, d'un autre niveau et la fiche-élève leur proposait de les exploiter que s'ils en ressentaient le besoin. Les touches « 1 » et « 2 » proposaient des aides graduées pour la première étape (voir

<sup>1</sup>(livre : « Différencier la pédagogie en mathématiques. La démonstration en classe de 4<sup>e</sup>

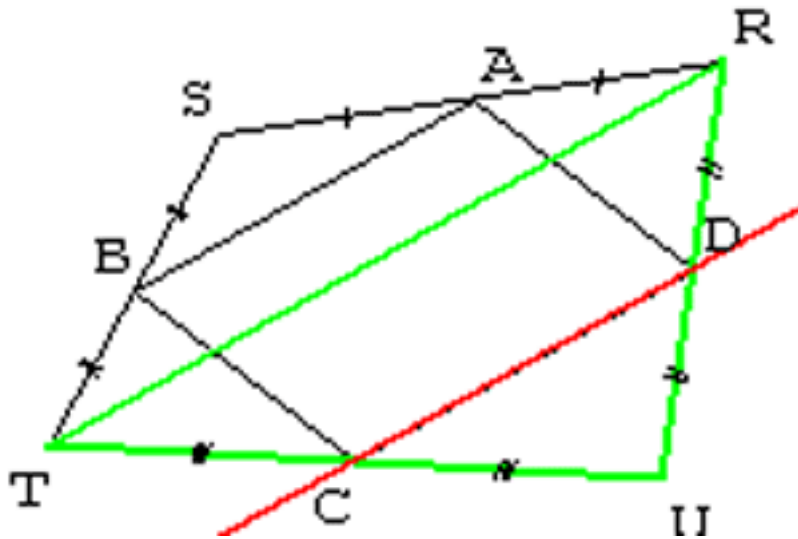


FIG. 3 – Droite des milieux du triangle  $RTU$

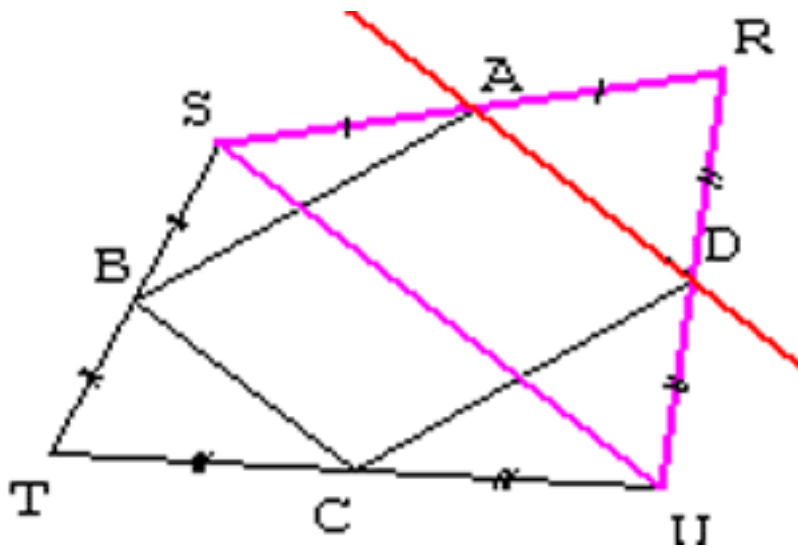


FIG. 4 – Travail sur le triangle  $RSU$

FIG.7 et FIG. 8) et la touche « 3 » était prévue pour un blocage sur l'étape suivante (voir FIG.9). Pour la suite, c'était à eux de réfléchir seuls !

Et si certains se montraient rapides sur ce travail, quelque soit leur niveau, un travail facultatif était prévu : *Quelle particularité le quadrilatère  $RSTU$  doit-il avoir pour que  $ABCD$  soit un rectangle ? un losange ? un carré ?*

Dans ce travail, les meilleurs, qui considéraient l'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique en cours comme « gadget », ont pu constater qu'il devenait fort utile. Bien sûr, il ne permettait pas d'obtenir la figure demandée de façon précise mais il aidait à en approcher la nature. Et ensuite, il était possible de faire un retour travail papier-crayon pour tracer cette figure, ou, pourquoi pas, la construire à l'aide du logiciel. Et là, certains s'aperçoivent que s'ils maîtrisent la construction d'un rectangle par exemple sur papier, surtout quand ils s'appuient sur le quadrillage, cela demande de la réflexion avec un logiciel de géométrie dynamique, il faut avoir compris qu'une figure a des propriétés. Mais, là, c'est une autre histoire ....

Une remarque pour terminer : cette activité est aujourd'hui parfaitement transposable dans TracenPoche<sup>2</sup> avec l'emploi de l'option `changement_état_bloc`, avec l'avantage pour étudier le quadrilatère, de pouvoir demander, dans la zone *Analyse*, sa nature, ce que ne permet pas Géoplan.

<sup>2</sup><http://tracenpoche.sesamath.net>

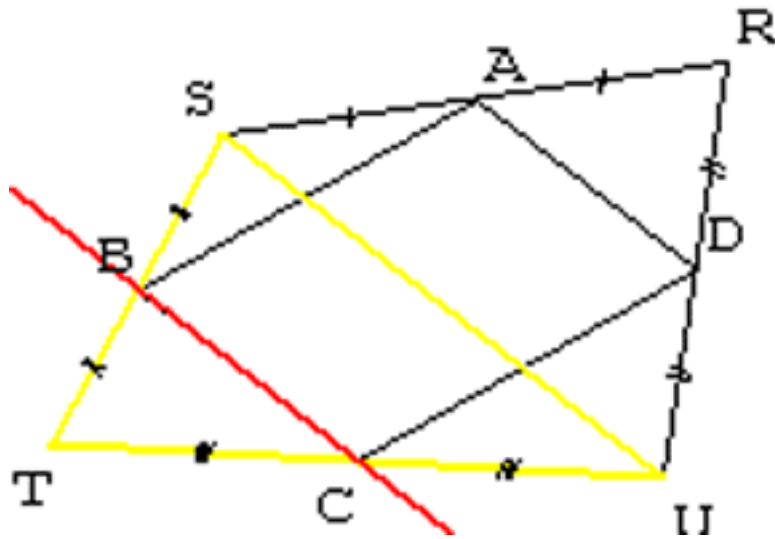


FIG. 5 – Aide pour le triangle  $STU$

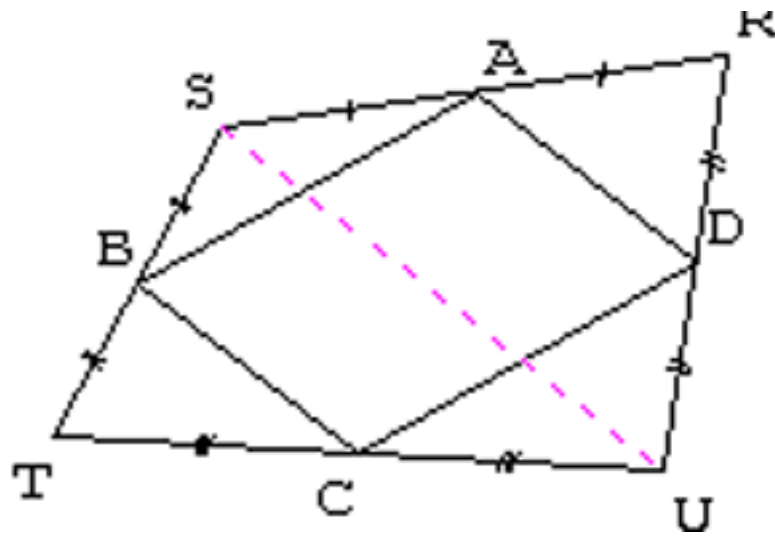


FIG. 6 – Apparition d'un segment sur  $STU$

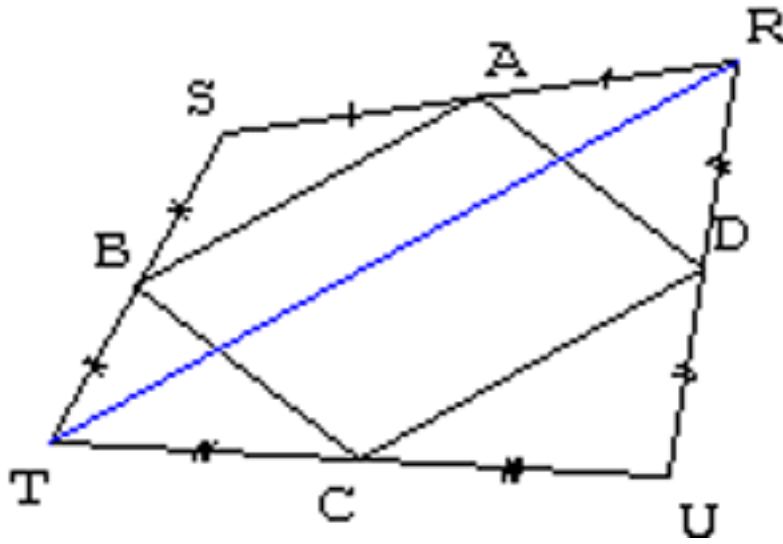


FIG. 7 – Aides graduées - 1

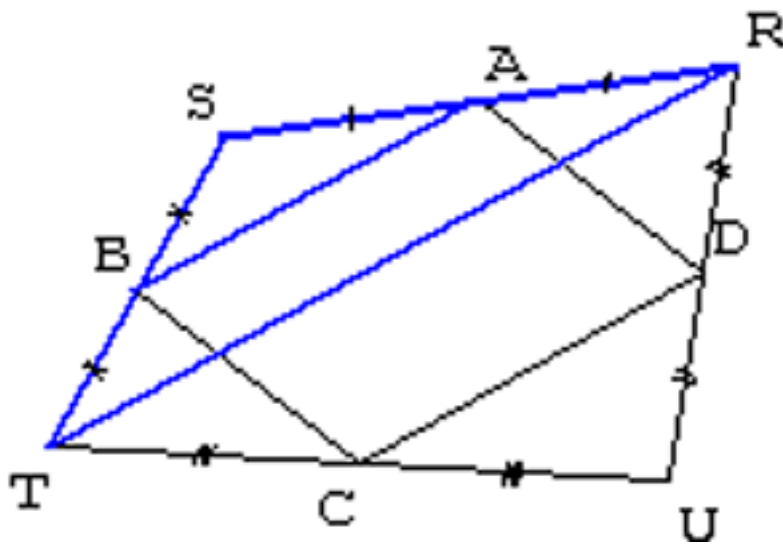


FIG. 8 – Aides graduées - 2

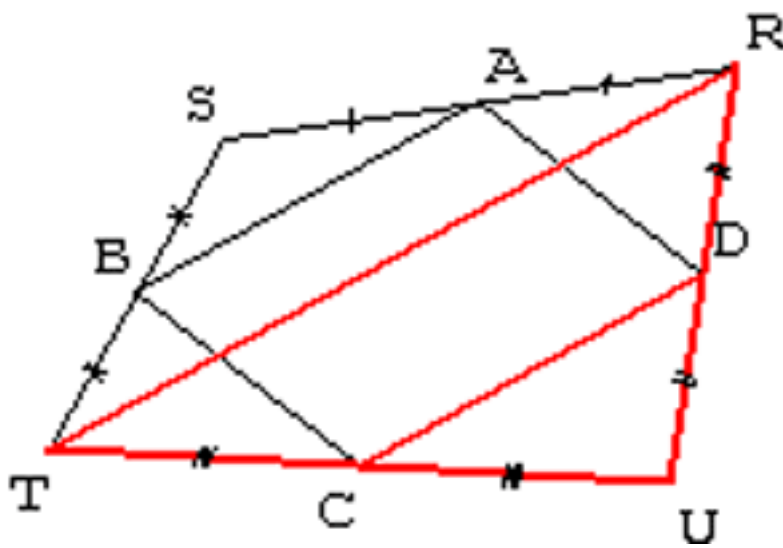


FIG. 9 – Aide bloquée