Page de titre

MATHS & **CURIOSITÉ** | MATHS & **ART** | MATHS & **GÉOMÉTRIE** | MATHS & **NATURE** | MATHS & **CUISINE** | MATHS & **CONCEPT** | MATHS & **MOTS** | MATHS & **HISTOIRE**

SOMMAIRE

Introduction 5

- Auriez-vous les **yeux mathématiques ?** 8
- **Un gâteau géométrique complexe,** ça vous dit ? 12
- **Nombres et chiffres :** pourquoi c'est pas pareil ? 14
- Comment apprendre à voir **la beauté des mathématiques ?** 16
- Sommes-nous **cernés par les maths ?** 20
- Dire et écrire **les grands nombres :** pourquoi ça picote les neurones ? 21
- Pourquoi **une heure** dure-t-elle **60 minutes ?** 23
- Peut-on parler de mathématiques **sans Pythagore ?** 29
- **L'alignement,** qu'est-ce que c'est ? 32
- Un **triangle** peut-il être **rectangle ?** 37
- Deviendrez-vous fan de **la pâtisserie géométrique ?** 38
- Vous laisserez-vous abuser par **l'illusion de Jastrow ?** 41
- Comment expliquer **les 6 branches des flocons de neige ?** 45
- **La poésie** connaît-elle la valeur **de Π ?** 49
- Comment **le zéro** est-il né ? (1) 52
- **Un carré codé** est-il encore un carré ? 55
- **L'arithmétique** lance-t-elle **des sortilèges ?** 57
- **Kandinsky** a-t-il voulu faire de l'art ou des maths ? 60
- Prêts à vous perdre dans **l'infini des fractales ?** 64
- Qui veut un **beignet parfumé aux maths ?** 68
- **Mathémacuisiner...** un nouveau concept ? 72
- Le rectangle est-il **un carré long ?** 74
- **L'anamorphose** séduit-elle votre imaginaire ? 77
- **L'angle droit,** comment le définir ? 81
- **Combien de bonbecs** dans ce bocal ? 84
- Prêts à rêver avec **la géométrie ?** 87
- D'où vient **le symbole infini ?** 89
- Comment **multipliait-on** à l'époque de **la Table Ronde ?** 91
- Comment ça, ça vous est **équilatéral ?** 95
- Comment **le zéro** est-il né ? (2) 97
- Question de **chance** ou question de **probabilité ?** 99
- Connaissez-vous **M.C. Escher, le mathémagicien ?** 102
- Quels secrets se cachent dans **le flocon de von Koch ?** 106
- **Le Rulpidon** est-il un « cube sphérique » ? 113
- Saurez-vous trouver **les palindromes ?** 116
- Voulez-vous prendre de la masse avec **le myriagramme ?** 119
- **La ligne droite** en est-elle vraiment une ? 122
- **La corde à treize nœuds** est-elle née en Égypte pharaonique ? 124
- **Et Π** quoi encore ? 126
- Vision **surfaces** ou vision **lignes ?** 130
- **La proportionnalité,** est-ce si compliqué ? 135
- Comment inviter **Sierpinski** à la plage et **von Koch** aux sports d'hiver ? 138
- Des **maths** signées **Gaudí ?** 140
- Quand **fêter les mathématiques** cachées dans le calendrier ? 145
- Comment dessiner **un triangle de Sierpinski ?** 150
- **Ronde ou carrée :** quelle pizza contient le moins de croûte ? 154
- Comment **le zéro** est-il né ? (3) 157
- Quelle courbe donner à **la cardioïde ?** 159
- Prêt pour un exercice de **géométrie sphérique ?** 162
- Qu'est-ce qu'**un antiparallélogramme ?** 166
- Savez-vous lire **une échelle logarithmique ?** 168
- **Les artistes** sont-ils atteints de **Π-mania ?** 171

Index 174

Dépôt légal : août 2022 - Code 52005

ISBN : 978-2-36638-119-1

citation

Introduction

Bonjour, et bienvenue. Installez-vous confortablement. Tout va bien ? Que puis-je faire pour vous ? Ça vous dirait, un peu de maths ? Oh attention ! je ne vous propose pas de décliner vos tables de multiplication, ni de réciter le théorème de qui vous voulez, et encore moins de me donner la définition d'un cuboctaèdre. Non, non, non. Je vous propose un voyage. Une balade. Dans notre monde, le vôtre et le mien ; mais peut-être au travers de mon regard. Vous verrez, c'est beau, inattendu, amusant, intrigant, mystérieux, fascinant…

Alors oui, je suis prof de maths. J'aime les maths. Et plus encore, j'aime les transmettre, aux jeunes, aux moins jeunes, et partout, pas seulement à l'école. Pourquoi faudrait-il cesser un jour d'apprendre les mathématiques ? Cesse-t-on de se cultiver dans le domaine de l'histoire, des arts, de la littérature ? Les mathématiques sont aussi riches et multiples, aussi propices à rêver et à grandir.

Je vous sens dubitatif. Allez, posez-la donc, votre question. Je ne m'en agacerai même pas : « À quoi ça sert, les maths ? » La question ne me heurte pas, parce qu'elle est justifiée. Il est important de savoir pourquoi on fait quelque chose, comme apprendre des mathématiques, par exemple. Il est difficile de se motiver sur une tâche qui nous semble sans intérêt. Pour apprendre, il faut avoir envie d'apprendre, les raisons de cette envie pouvant être très variées.

Ce « à quoi ça sert ? » ne me crispe donc aucunement, mais m'interroge : j'ai l'impression que c'est une question qu'on pose davantage en mathématiques. Et ça, ça interroge fortement : est-ce la reproduction d'une culture (nul en français, la honte ; nul en maths, la classe ?) ou une expression de la souffrance et de la peur inspirées par une discipline à l'image élitiste et qui évoque le tri par l'intelligence ? Il est indispensable de renverser la tendance pour que les mathématiques intègrent la culture générale. Il faut amener les jeunes et ramener les moins jeunes aux maths en suscitant le plaisir d'en faire, en expliquant qu'elles sont la continuité d'une longue histoire humaine, qu'elles sont aussi actuelles et évoluent. Les mathématiques ne formatent pas. Elles ouvrent des possibles et permettent d'aborder encore mieux le monde, comme tous les savoirs disponibles.

L'une des forces des mathématiques repose précisément dans ce qui en constitue aussi une difficulté : elles sont abstraites. Bien souvent, on part d'une situation concrète, on évalue les contraintes et les besoins, qu'on modélise, c'est-à-dire qu'on exprime mathématiquement, par exemple par des équations. Mais encore faut-il savoir résoudre ces équations, avoir découvert leurs secrets, être capable de les transférer à notre cas particulier. Il y a donc aussi une part de technique, d'entraînement dans l'exercice des mathématiques, et des efforts à fournir. Mais c'est exactement comme pour tout le reste : un mouvement sûr et fluide en sport, une mélodie harmonieuse en musique, une saveur gustative délicatement équilibrée ne s'obtiennent pas sans recherche, sans imagination, sans répétitions et sans erreurs. Des erreurs qui font partie de nos apprentissages. Elles n'ont rien de honteux.

Elles nous construisent. Se tromper en mathématiques, ne pas être « bon » en mathématiques ne signifie pas du tout qu'on manque d'intelligence. On rate quelque chose de beau, c'est dommage, mais cela n'ôte rien du tout à qui on est.

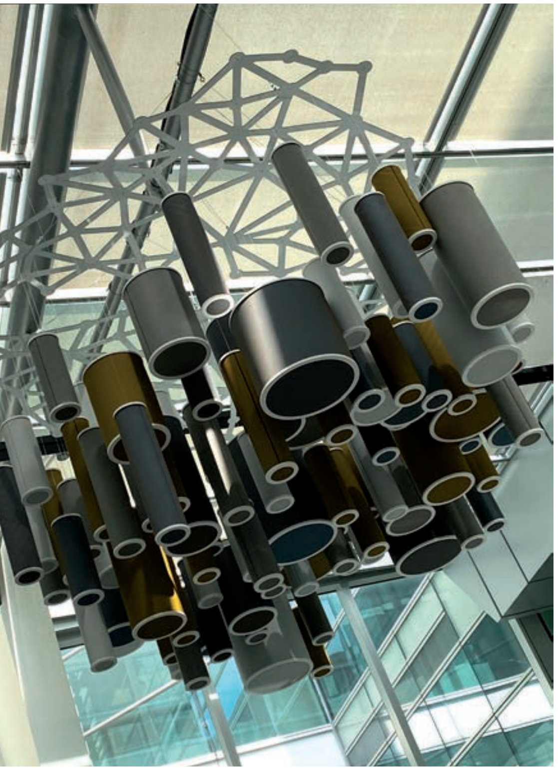
Quand on fait des mathématiques, on réfléchit à l'exemple et à la généralité. On comprend ce qu'est un argument. On ne confond pas causalité et corrélation. On distingue l'objet de son modèle. On fait des relations, on questionne la vérité. On comprend. Cela peut faire peur : comprendre est intime et se partage difficilement. C'est parfois un long chemin semé d'embûches. Mais quelle lumière, quelle joie lorsque tout s'éclaire ! C'est d'ailleurs le moment de bonheur du prof de maths : on explique, on reformule, on illustre, on se bagarre pour transmettre, et là, d'un coup, le regard de celle ou celui à qui on enseigne s'allume. C'est unique et puissant.

Mes maths à moi, voyez-vous, elles sont magnifiques. Elles laissent une place immense à l'imagination, à la créativité. Elles rendent le monde plus explicable, plus beau aussi. Elles nous y donnent une plus large place. Elles savent être poésie, harmonie, elles bâtissent des univers, établissent des ponts entre les disciplines. Elles n'ont pas de limites, car elles naissent de notre pensée. Le voyage que je vous propose parlera à vos émotions, avec de la musique, de la danse, des arts, de la cuisine. Il vous surprendra, avec des illusions, des vérités contre-intuitives. D'un flocon de neige à une part de pizza, des mystères du calendrier à la rondeur du zéro, il n'y a qu'un pas…

Alors, vous reprendrez bien un peu de maths ?

MATHS &
CURIOSITÉ

Auriez-vous les **yeux mathématiques** ?



Quand on se promène, on peut voir des maths partout, ou presque. Voici une invitation à bien ouvrir ses yeux.

Paris, juin 2021. J'ai un rendez-vous éditorial, je m'assois, je patiente… et je lève le nez.

Comment le designer qui a créé cette suspension a-t-il décidé de sa composition ? A-t-il une passion pour les cylindres ? Combien y en a-t-il ? Comment le rayon de leur base et leur hauteur ont-ils été définis ? Les disques des bases ont-ils été soulignés ainsi pour renforcer la perception des cylindres ?

Juillet 2021, toujours à Paris, place de la Bourse. La façade du palais Brongniart est métamorphosée par cette œuvre de Caroline Dupuis et Sophie Torres, *Dazzle*. Un panneau explique : « Le dessin fait perdre la notion de profondeur par le jeu optique de la succession de rayures et de points de fuite ». Des mathématiques pour « brouiller les lignes », parce qu'en maths, mieux vaut ne pas croire ce qu'on voit a priori…

Août 2021, dans mon jardin. C'est l'été, la nature en profite. Je vois des fleurs, je les respire, mais je vois aussi combien elles sont pleines de géométrie.

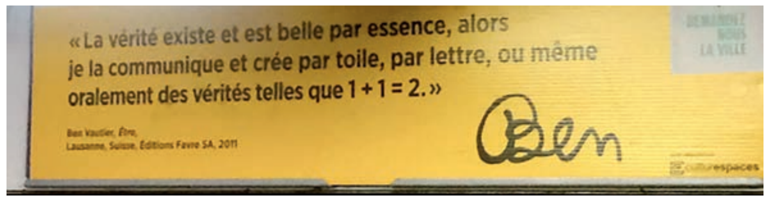
Hexagones de pétales, octogones d'étamines, segments, boules et angles aigus, courbes qui amorcent de délicates spirales… De bien jolies mathématiques !

Lyon, septembre 2021. Vous voyez un appui de fenêtre tristounet ? Moi, je vois surtout une mosaïque belle et très riche : uniquement constituée de rectangles (dont certains sont particuliers, ce sont des carrés), je cherche à en extraire les éléments : les rectangles non carrés sont superposables.

Des carrés, il y en a trois types : les carrés unités, disons, les carrés deux fois plus grands (leur côté est le double du carré unité), des carrés quatre fois plus grands. Une jolie oblique vient destructurer juste ce qu'il faut l'ordre établi et prototypique (tout est bien horizontal et vertical, dans la zone bleue). Partir de travers démultiplie couleurs et contrastes. Et les dimensions des rectangles sont liées aux carrés : leur largeur est le côté du carré double et leur longueur est le côté du carré quadruple.

Octobre 2021, Bourges. Je vous présente le *Luchrone géant*, crée par Alain Le Boucher. Lorsque je suis passée en voiture, je me suis garée pour l'observer : un cube, d'accord, aux sommets tronqués en pyramides. Un grillage intérieur qui me fait penser à un repère qui permet de définir l'emplacement de chaque ampoule par trois coordonnées. Et quand je lis « 4 mètres d'arête, 7 mètres de diagonale », je suis perplexe : le théorème de Pythagore n'est pas vérifié…

Dans une rame du métro de Paris. Même là, sous terre, un amoureux des maths a de quoi se nourrir, parfois.



Eh bien moi, je ne suis pas d'accord ! La vérité existe-t-elle toujours ? Pas sûr. Est-elle forcément belle ? Ah non ! Mais surtout, côté mathématiques, 1 + 1 = 2, ce n'est pas une vérité, c'est une convention. C'est relatif à une culture, une écriture, c'est vrai en fonction de codes. Mais ce n'est pas vrai « par essence »… Zut, j'ai failli rater mon arrêt !

SUR LE MÊME THÈME

▸ **L'anamorphose séduit-elle votre imaginaire ?** voir p. 77

Un gâteau géométrique complexe, ça vous dit ?

Dans la catégorie c'est beau, ça se mange et il y a des maths dedans, je vous présente les *kek lapis* Sarawak. Il s'agit de gâteaux malais, élaborés dans la région du Sarawak (île de Bornéo). Le mot *lapis* signifie « couches » en bahasa Malaysia, la langue nationale de la Malaisie. C'est un gâteau-kaléidoscope, fait de couches colorées disposées avec un tel soin que quelle que soit la section réalisée, la coupe est magnifique et les motifs géométriques sont nets et organisés.

Ce dessert est apparu dans les années 1970 et 1980. C'est manifestement au plus haut point compliqué à réaliser. L'appareil de départ est parfumé avec de la cannelle, de la cardamome, du clou de girofle, de l'anis étoilé. Il faut quatre à huit heures pour réaliser l'ensemble, en cuisinant des couches d'épaisseur régulière, en alternant brèves cuissons au four et préparation d'une nouvelle couche. Ensuite, il faut découper le gâteau pour en faire un assemblage complexe, dont les différentes parties sont collées par de la confiture de lait ou du lait




concentré. Autrefois gâteau de fête, le kek lapis Sarawak reste un dessert assez onéreux, forcément.

La fabrication de ces gâteaux exige de l'imagination, une grande patience et autant de précision, et des qualités mathématiques dans le domaine de la géométrie : pour fabriquer un kek lapis Sarawak, il faut avoir pu anticiper le résultat. Mais anticiper le résultat au travers d'une section, et penser les assemblages, c'est un joli mélange de compétences telles que représenter, raisonner et modéliser.

On part en Malaisie ?

POUR EN SAVOIR PLUS

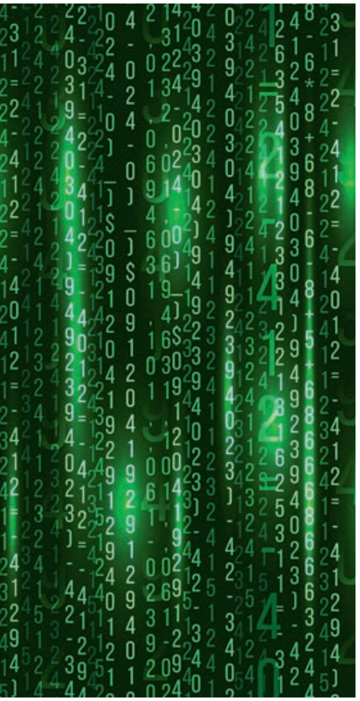
www.facebook.com/mykitchenconfidante

SUR LE MÊME THÈME

▸ **Mathémacuisiner… un nouveau concept ?** voir p. 72

MATHS &
CONCEPT

Nombres et chiffres : pourquoi c'est pas pareil ?



Souvent, on me demande la différence entre un nombre et un chiffre. Petits comme grands confondent les deux, tout le temps. Alors, quelle est la différence entre nombre et chiffre ? En fait, c'est bien plus qu'« une » différence.

Lorsque j'écris : a vous voyez sans doute une lettre, la lettre « a ». Et lorsque j'écris : « Ce monsieur a du très bon chocolat », vous voyez le « a » comme un mot : le verbe avoir conjugué à la troisième personne du singulier, au présent de l'indicatif. Autrement dit, la valeur du « a » est différente dans les deux cas : de lettre il devient mot.

C'est la même chose avec chiffre et nombre : si j'écris « 3 », j'écris un chiffre, un caractère, un symbole auquel je fais correspondre la prononciation du mot « trois ».

Mais alors, sans contexte, c'est seulement un chiffre. Je peux lire « trois » en voyant « 3 », sans pour autant avoir le sens du nombre ou savoir dénombrer. C'est pour cette raison qu'un enfant qui récite sa comptine numérique (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…) ne sait pas forcément compter. Il sait réciter.

Si je dis que j'ai 3 tablettes de chocolat, ce chiffre devient un nombre, car il se réfère à une quantité. De même, si je fais des calculs comme $3 + 1 = 4$ (parce que je suis allée acheter une tablette de chocolat de plus), 3 est un nombre. C'est un nombre à un seul chiffre, mais c'est un nombre. Autrement dit, **il y a chiffre lorsqu'il s'agit d'écriture, de caractère**. Les chiffres sont des symboles qui servent à écrire les nombres, comme les lettres sont les symboles qui servent à écrire les mots. **Il y a nombre dès qu'il s'agit de quantités, de calculs**.

En fait, dans la vie de tous les jours, on ne parle presque que de nombres. Le propre du nombre est de permettre les calculs. C'est pour cette raison que le mathématicien et astronome indien Brahmagupta (590-668 apr. J.-C.) a écrit un livre sur le nombre 0 alors que d'autres civilisations (les Mésopotamiens, les Mayas) avaient dessiné le chiffre zéro, mais pas le nombre 0 (enfin, selon les connaissances actuelles).

La façon d'écrire 3, de dire « trois », change selon les civilisations, selon les langues et les systèmes d'écriture, **alors que le nombre 3 demeure le même**, a le même sens, quelle que soit sa représentation (un symbole, l'énonciation d'un mot, des petits points sur un dé, une collection d'objets, etc.). Il ne dépend pas de la langue parce qu'il existe sans être écrit et sans être dit.

C'est un concept !

SUR LE MÊME THÈME

▸ **Comment le zéro est-il né ?** voir p. 52, 97, 157

Comment apprendre à voir la **beauté** des **mathématiques** ?

Ouvrons ensemble un magnifique album, *Le Cadeau*, édité chez Hongfei en 2020. L'artiste plasticien taïwanais Page Tsou en est l'auteur et l'illustrateur. Il a associé photographie, dessin et collage numérique pour donner à voir une histoire poétique, philosophique, surréaliste, surprenante.

Dans cet album, une singulière visite au musée par un enfant, il y a de quoi réfléchir, faire réfléchir et débattre. Qui sait, peut-être les mathématiques ne sont-elles pas loin ? On y trouve, par exemple, une structure architecturale intrigante qui serait intéressante à décrire puis à reproduire, en dessin et en maquette.


SALLE D'EXPOSITION
24 / 12 / 1990 15h30
....
Petit Xiong fait une découverte : dans un musée, les gens ne s'intéressent pas uniquement aux œuvres exposées. Parfois ils regardent davantage ce qui leur paraît beau tout simplement.

« Ils regardent davantage ce qui leur paraît beau tout simplement. » Et si nous acceptions de faire la même chose en maths, même (et avant tout) dans les mathématiques scolaires ? Si nous acceptions de prendre une minute pour prendre du recul et nous demander ce qui est beau, en maths ? Si nous acceptions que les élèves n'étudient pas que la leçon du jour, mais construisent aussi leur univers mathématique en fonction de leurs aspirations ? L'idée peut surprendre, mais les enfants se prêtent au jeu, si on leur donne cette possibilité.

Moi, les chiffres, je trouve ça beau. Ça me rassure.

Ça dépend lesquels : le 8 il est rassurant mais pas très beau. Le 7 il est moche. Le 3, il est beau, lui.

Non, le plus beau c'est le carré. Il est régulier.

Ce qui est beau, ce sont les pages avec des maths dessus, plein partout. J'adore regarder les pages de cahier quand elles sont remplies.

Et les brouillons, quand c'est barré et écrit dans tous les sens, je trouve ça très joli.

Moi j'aime le cercle. Il est beau parce qu'il est hyper simple et en même temps très compliqué.

Ces paroles d'enfants de classe de sixième font encore référence aux fondamentaux scolaires, mais ils commencent à percevoir « leur » beau à eux. Ils acceptent que leur perception soit différente de celle des autres.

Accéder à la beauté des mathématiques

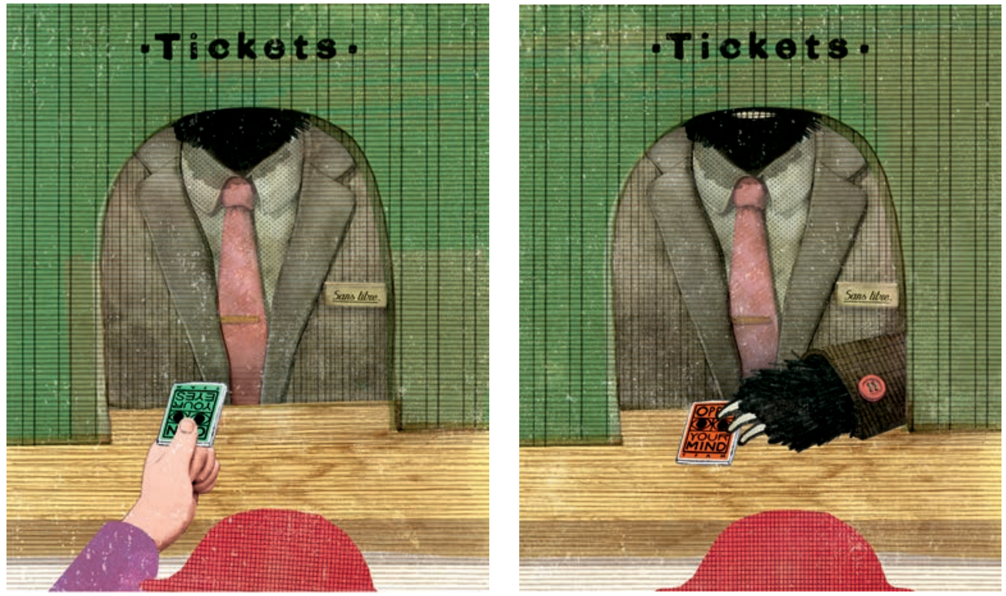
« *Moi, ce que je trouve beau en maths, c'est ce que je comprends.* » Voilà une belle pensée. La beauté naît de la surprise, de la découverte et de l'évidence qui découle de la compréhension. Comprendre est beau et fort. On tâtonne, on cherche, et la compréhension arrive comme une lumière au bout d'un tunnel. Page Tsou décrit exactement « cette aventure » en parlant de l'art.

> **ARCANES**
> 24 / 12 / 1990 17h10
>
> ....
>
> L'art est souvent mystérieux et difficile à comprendre. Mais ça peut être différent si nous acceptons d'ouvrir notre cœur et de nous aventurer.

Ces quatre lignes pourraient aussi bien s'appliquer aux mathématiques. Il ne s'agit évidemment pas du même mystère : les règles en art et en mathématiques sont de natures très différentes. Mais, dans les deux cas, une prise de risque est nécessaire pour partir à l'aventure de quelque chose de très intime. **Pour accéder à la beauté des mathématiques, il faut accepter de réfléchir, d'imaginer et de s'aventurer.** Souvent, on ignore où on va, on ignore si on réussira à aller au bout de ce chemin-là. Chaque incursion en territoire mathématique peut nous changer, nous rendre encore plus savant, plus éveillé, plus indépendant.

Open your mind

Pour conclure, revenons à l'album. L'enfant tend son ticket pour entrer dans le musée : « Open your eyes » (ouvre tes



yeux) est écrit dessus. L'énigmatique guichetier lui rend le ticket, mais l'inscription a changé : « Open your mind » (ouvre ton esprit). Pour ressentir l'art comme pour ressentir les mathématiques, il est indispensable d'accepter de regarder, sans a priori, sans peur : avec les yeux et les neurones grands ouverts, tout peut arriver.

SUR LE MÊME THÈME
▸ **Connaissez-vous M.C. Escher, le mathémagicien ?** voir p. 102

Sommes-nous **cernés** par les **maths** ?

Même malgré nous, nous parlons souvent mathématiques…

Quand vous vous retrouvez au beau milieu de nulle part, vous aimeriez prendre la tangente. Vous en connaissez pourtant un rayon, mais voilà, vous ne faites que tourner en rond et vous commencez à sombrer dans l'irrationnel…

Ou quand, au café, las de devoir arrondir les angles entre chacun dans votre cercle d'amis, vous réclamez l'addition avant que l'un d'entre eux fasse la tête au carré à un autre ? Tout le problème est parti d'un triangle amoureux : c'est toujours compliqué, les triplets, c'est vecteur de disputes.

Quand vous cherchez des points de comparaison pour mettre en parallèle des résultats, que vous sentez que c'est la dernière ligne droite mais que vous vous êtes trompé car vous avez lu en diagonale…

Quand dans un polar, l'un des personnages donne l'ordre de boucler le périmètre pour tout remettre d'équerre et cherche à changer de perspective, histoire de trouver du positif dans la situation, même si ça ressemble à la quadrature du cercle…

SUR LE MÊME THÈME

▸ **Comment ça, ça vous est équilatéral ?** voir p. 95

Dire et écrire les **grands nombres** : pourquoi ça picote les **neurones** ?

Vous êtes-vous déjà interrogé sur la façon dont on dit les nombres, en langue française ? En avez-vous perçu l'étonnante complexité ?

Prenons un exemple : « deux mille dix-neuf ». Si nous demandons à un enfant jeune, ou à un enfant moins jeune mais qui n'a pas bien compris la verbalisation du nombre (et de ce fait sa construction) en français, d'écrire « deux mille dix-neuf », il écrira parfois ceci : 2 1000 10 9.

Phonétiquement, ça se défend : deux[2] mille[1 000] dix[10]-neuf[9]. Pour être en mesure d'écrire 2 019, il faut avoir compris tout un tas de choses : le système décimal (en base 10), le rôle du zéro, l'écriture du nombre en chiffres, la verbalisation qui lui est associée… Pas si simple ! Et puis en français, le code choisi est particulièrement compliqué, tout de même. Tenez, 97. Écrit en chiffres, ça va : 97, c'est 9 dizaines et 7 unités, ou encore 9 paquets de 10 unités et

LE SAVIEZ-VOUS ?

En anglais, 97 se dit « ninety-seven », soit « nonante-sept », comme en Belgique où 70, 80 et 90 ont leurs propres mots et non des compositions comme en France : au lieu de « soixante-dix » on dit « septante », dans la continuité de « soixante ». Les dizaines suivantes sont « octante » et « nonante ». En allemand, 97 se dit « Siebenundneunzig », soit « sept et nonante ». En Chinois, on écrit 九十七, où 九 signifie 9, où 十 est un marqueur de dizaine et où 七 représente 7. On dit l'équivalent de « neuf dizaines-sept ».

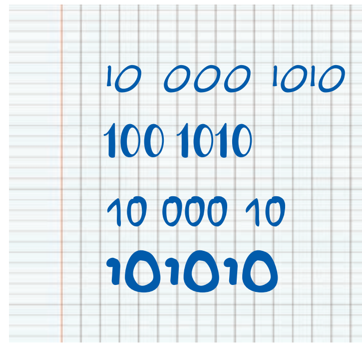
encore 7 unités, soit $9 \times 10 + 7 \times 1$. Lisez-le à partir de son écriture en chiffres. Comment son écriture est-elle construite ? Quatre-vingts, c'est 4×20. Dix-sept, c'est $10 + 7$. On fait d'abord une multiplication, ensuite une addition. Et on passe par des paquets de vingt, cette fois, comme si on changeait de base, de la base 10 à la base 20. C'est comme dans notre 2 019 : « deux mille », c'est $2 \times 1\,000$, mais « dix-neuf », c'est $10 + 9$.

À vous de jouer !

Allez, un dernier exemple ? Celui-ci, je le tiens de Stella Baruk, chercheuse en didactique des mathématiques. Il y a bien un crayon qui traîne près de vous, non ? Alors allons-y. Prêt ? Ne vous inquiétez pas, ce n'est pas une interro, vous avez le droit de vous tromper (même à une interro d'ailleurs, on a le droit de se tromper. On est intelligent quand même !).

Si je vous dis « dix millions mille dix », comment écrivez-vous ce nombre ? Parmi 65 élèves de sixième auxquels j'ai posé la question, seulement 25 d'entre eux répondent correctement. Et j'obtiens 27 propositions différentes si on ne considère que la succession de chiffres, et 38 si on tient compte de la façon de placer les espaces. Je ne crois pas

que ce soit anodin. Se concentrer sur cette suite de chiffres à écrire pour passer du verbal à l'écriture chiffrée, ça picote les neurones. Voici quelques exemples :



Les élèves qui ont produit ces réponses sont des jeunes gens futés, qui savent déjà beaucoup de choses et qui veulent bien faire. Ils se trompent pour une très bonne raison, une raison robuste : ils n'ont pas fini d'acquérir des concepts qui leur permettent de passer mentalement d'une représentation du nombre à une autre. Ils se trompent parce que le concept lui-même de nombre, au cœur de tout ceci, est complexe. Ils se trompent parce que connaître le code verbal (« dix millions mille dix »), le code indo-arabe (10 001 010) et la façon de passer de l'un à l'autre sont complexes.

Pour écrire correctement en chiffres le nombre que l'on dit « dix millions mille dix », il faut avoir compris beaucoup, beaucoup de choses.

MINI-BIO

Stella Baruk est une chercheuse en pédagogie, spécialisée dans le domaine des mathématiques. Passionnée par les liens entre mathématiques et langage, elle a publié de nombreux ouvrages de référence, pédagogiques, mais aussi à destination du grand public, comme *Comptes pour petits et grands* (en deux volumes), *L'Âge du capitaine, Échec et maths*. Elle est aussi l'auteure du *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*.

D'abord, « dix millions » : cette première partie correspond à dix paquets de un million chacun. Il faut aussi que, mentalement, on se représente « un million » par son écriture chiffrée, 1 000 000. Alors « dix millions », c'est aussi 10 000 000, parce que c'est « dix fois un million ».

« Mille », ensuite. C'est un paquet d'un millier, ce qui n'est déjà pas évident : le « un » est muet ; il faut avoir intégré que « mille » et « un millier » c'est la même quantité. Ce n'est pas si naturel.

Et enfin, « dix ». Je dois avoir stocké dans ma mémoire les nombres 10 000 000, 1 000, et leur ajouter 10. Pfiou ! Nous y voilà : 10 001 010.

Vous vous dites peut-être : « Oh là là, c'est bien compliqué, dit ainsi ! Avec un tableau de numération, c'est tellement plus simple ! ». J'entends votre objection, mais comprendre le nombre, ce n'est pas écrire des chiffres selon des étiquettes. Comprendre le nombre, c'est le relier au calcul. Le tableau de numération est pratique, c'est vrai, et ne doit pas être mis au placard, mais il ne doit pas non plus faire écran à la compréhension du concept de nombre. Il permet d'automatiser, une fois qu'on a compris. Pas avant, ni à la place.

Ainsi, dans « dix millions mille dix », on n'entend jamais ni « zéro » ni « un ». Pourtant on n'écrit que cela !

SUR LE MÊME THÈME
- **Nombres et chiffres : pourquoi c'est pas pareil ?** voir p. 14
- **Comment le zéro est-il né ?** voir p. 52, 97, 157

Pourquoi **une heure** dure-t-elle **60 minutes** ?

Vous êtes-vous déjà demandé pourquoi une heure dure soixante minutes et pas cent, ce qui serait quand même rudement plus pratique pour les calculs ?

Tout commence en comptant sur les doigts

Notre système pour mesurer le temps date des Babyloniens, il y a 5 000 ans. Les Babyloniens comptaient sur leurs doigts, mais pas jusqu'à dix comme nous. Ils comptaient en touchant chacune de leurs phalanges avec leur pouce. Cela demande un peu de dextérité, mais on y arrive ! Et comme nous avons quatre doigts constitués de trois phalanges, sans compter le pouce qui sert à désigner, cela amène à compter en base douze (alors que nous, nous comptons en base dix).

Cela fait donc douze heures de jour, douze heures de nuit, vingt-quatre heures en tout (puisqu'on a deux mains), douze mois dans l'année, douze constellations principales (correspondant aux douze signes zodiacaux).

Pourquoi ce choix de douze ? En dehors du fait qu'il est facile de compter jusqu'à douze grâce aux phalanges, le nombre 12 a pour avantage d'être divisible par 1, 2, 3, 4, 6 et 12 (alors que 10 est divisible par 1, 2, 5 et 10 « seulement »). Si on compte en base douze, 12, 24, 60, 360 sont des nombres pratiques, au même titre que 10, 100 ou 1 000 pour nous :
$12 = 12 \times 1$; $24 = 12 \times 2$;
$60 = 12 \times 5$; $360 = 12 \times 30$.

Pour compter en base douze, le pouce se pose sur les phalanges.

Pour en revenir à notre question du début, on a donc choisi le nombre 60 pour plusieurs raisons : 60 est multiple de 12. Et 60 minutes (pour une heure) se décomposent facilement en fractions d'heure : 60 est divisible par 1 (comme tous les nombres entiers, d'accord), 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60. On peut donc parler de demi-heure, de quart d'heure, de cinquième d'heure, etc. C'est bien pratique ! De plus, les Babyloniens avaient observé qu'environ 360 jours s'écoulaient avant que le cycle des saisons et celui des constellations ne recommencent. On pouvait donc représenter l'année en un disque, divisé en 360 secteurs (d'où 360 degrés). Or 360, c'est 6 fois 60.

A-t-on réfléchi à découper le temps autrement ?

Quelques autres essais de découpage différent du temps ont été tentés. Lors de la Révolution française, il a été proposé de nouvelles dispositions, adoptées par décrets de la Convention des 5 octobre et 24 novembre 1793 :

« Le jour, de minuit à minuit, est divisé en dix parties ou heures, chaque partie en dix autres, ainsi de suite jusqu'à la plus petite portion commensurable de la durée. La centième partie de l'heure est appelée minute décimale ; la centième partie de la minute est appelée seconde décimale. »

Mais la nouvelle division du jour en dix heures au lieu de vingt-quatre n'a pas pris dans la population, et le « temps révolutionnaire » a duré moins de deux ans, jusqu'en avril 1795 ! Partager 10 en 4 ne mène pas à des heures entières et cela complique les horloges : le milieu de journée est à 5 heures, et donc le milieu de matinée à 2 heures et demie… Pour la population habituée à se repérer de quart en quart d'horloge, tout est chamboulé : 10 admet quatre diviseurs alors que 24 en admet huit, et c'est moins pratique. Les montres et horloges décimales demeurent donc aujourd'hui comme des curiosités.

Sur le site https://levsim.wixsite.com/horloge-decimale, une horloge numérique vous donne l'heure décimale. C'est amusant de voir l'heure, les minutes et les secondes défiler sur une base dix et de se repérer dans un temps différent du nôtre !

Pendule à temps décimal et sexagésimal, 1794, de Pierre Basile Lepaute, horloger à Paris. CNAM.

SUR LE MÊME THÈME
▸ **Comment le zéro est-il né ? (1)** voir p. 52

LE SAVIEZ-VOUS ?

L'année est définie par le temps que met la Terre pour faire un tour complet autour du Soleil. La journée est définie par le temps que met la Terre pour faire un tour sur elle-même. Nous sommes sur un gros, gros manège, qui va très vite. Pendant qu'elle effectue un tour complet autour du soleil, la Terre tourne environ 365 fois sur elle-même, plus un quart de tour. Ce quart de tour ne nous arrange pas : une année de 365 jours et quart, ce n'est pas très pratique… Alors l'année dure 365 jours pendant trois années de suite. La première année, le calendrier subit un décalage d'un quart de jour, donc de 6 heures, par rapport au temps nécessaire pour un tour complet de Soleil. Au bout de deux ans, le décalage est de 12 heures, de 18 heures au bout de trois ans. La quatrième année, ce décalage est d'une journée. C'est pourquoi une année sur quatre comporte 366 jours : ce jour (le 29 février) « rattrape » les quatre quarts de jour « perdus ». Je résume, car en réalité, c'est encore un peu plus compliqué. Une révolution autour du Soleil ne tombe pas pile sur 365 jours et un quart de jour, mais un tout petit peu plus de 23 heures, 56 minutes et 4 secondes. Ainsi, même avec les années bissextiles, le décalage se poursuit. Moins, mais tout de même. Alors on a décidé de ne pas avoir de 366e jour dans les années qui sont des multiples de 100. Ces années-là, on se recale dans l'autre sens. Ça ressemble à de la bidouille, mais c'est un moyen simple de s'adapter à la réalité astronomique de notre système solaire. C'est pour cette raison que les années divisibles par 4 sont bissextiles, à l'exclusion de celles divisibles par 100, sauf celles divisibles par 400… C'est compliqué ! Prenons des exemples : 2021 n'est pas bissextile, car la division de 2021 par 4 donne 505,25, qui n'est pas un nombre entier ; 2022 n'est pas non plus bissextile : 2022÷4=505,5 ; 2024 est bissextile : 2024 ÷ 4 = 506. Les années 2100, 2200, 2300 ne sont pas bissextiles. Elles sont divisibles par 4, mais sont divisibles par 100 sans l'être par 400… C'est pourquoi 2400 est en revanche bissextile… De même, l'an 2000 était bissextile (car 2000 ÷ 4 = 500), mais l'an 3000 ne le sera pas (car 3000 ÷ 4 = 7,5).

MATHS &
HISTOIRE

Peut-on **parler** de **mathématiques** sans **Pythagore** ?

Oui, est-il possible d'écrire un livre qui parle des mathématiques sans mentionner Pythagore ? Oui, sans aucun doute. Et pourtant, je vais tout de même vous parler de ce mystérieux monsieur.

Pythagore est nimbé d'une aura de mystère, car il n'a laissé aucun écrit. Son truc à lui, c'était la transmission orale des mathématiques. Il avait fondé une école, l'école des Pythagoriciens. En son sein, les acousticiens avaient, dit-on, le droit d'écouter les cours derrière un rideau, et les mathématiciens avaient droit aux démonstrations, en prime, et sans rideau. Pythagore et ses adeptes étaient franchement obnubilés par les nombres, mais tout à fait rétifs à l'idée même d'irrationnels, tels π ou √2 qui ne peuvent pas s'écrire sous la forme de fraction. On dit que Pythagore aurait fait éliminer l'un de ses proches par peur qu'il ne fasse part de ses doutes sur l'existence des irrationnels. Mais on dit beaucoup de choses, sur Pythagore : qu'il aurait inventé la gamme en entendant un forgeron frapper le métal (ce qui semble plus qu'improbable, concrètement), qu'il se refusait à manger des fèves par détestation de la démocratie (on votait avec des fèves), qu'il avait tout un tas de superstitions (ça, c'est possible), qu'il aurait rencontré Thalès, qu'il aurait été champion de pugilat (oui, on peut être mathématicien et sportif) ; bref, on n'en sait rien puisqu'il n'a laissé aucun écrit et qu'il n'existe pratiquement aucune mention du personnage.

Ce qui persiste, c'est « son » théorème, le théorème de Pythagore, qui n'est pas de lui. Peut-être a-t-il travaillé dessus, peut-être l'a-t-il démontré, mais ce théorème était déjà connu plus de mille ans auparavant, par exemple en Mésopotamie. Ne soyez pas déçu : le général de Gaulle n'est pas non plus passé dans toutes les avenues Général-de-Gaulle. Voyez l'appellation du théorème comme honorifique…

Que nous dit le théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$? Il nous dit ici que si le triangle bleu est rectangle, alors la somme des aires des deux carrés orange est égale à l'aire du carré vert. C'est pour cela qu'il est essentiel de bien élever les nombres engagés au carré dans son énoncé.

En classe, les élèves ont réalisé ce puzzle de Pythagore.

On a construit des carrés sur chaque côté du triangle rectangle. Le carré vert, construit sur l'hypoténuse, est le plus grand.

Si on découpe le grand carré orange et qu'on l'assemble avec le plus petit carré orange, on obtient un carré identique au carré vert : c'est le théorème de Pythagore !

En prime, la réciproque est vraie : si la somme des aires des deux petits carrés est égale à l'aire du grand carré, eh bien paf !, le triangle est rectangle. Pratique. Ça s'appelle une équivalence.

Ce qui est chouette avec le théorème de Pythagore, c'est qu'il existe un très grand nombre de démonstrations (plus de 100), dont beaucoup sont très accessibles pour qui connaît la géométrie du collège. On peut aussi le visualiser avec des puzzles.

Cela étant, le théorème de Pythagore n'est pas en soi un savoir essentiel dans la vie de tous les jours, même si ça peut servir dans des cas précis. Ce qui est joli, avec ce théorème, c'est l'éventail de raisonnements qu'il permet. C'est une base pour réfléchir, un exemple de support de démonstrations riches et variées, un prétexte à user de logique. À l'école, il est un tremplin pour gagner en indépendance de raisonnement, et ça, c'est vraiment fondamental.

Même si Pythagore n'y est pas pour grand-chose sans doute.

SUR LE MÊME THÈME

- **Un triangle peut-il être rectangle ?** voir p. 37
- **La corde à treize nœuds est-elle née en Égypte pharaonique ?** voir p. 124