MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE
*Liberté
Égalité
Fraternité*

Conseil supérieur
des programmes

Projet de programmes de mathématiques du cycle 4

Mai 2025

Ce projet de programmes n'engage pas, à ce stade, le ministère de l'Éducation nationale.

Sommaire

Principes

Objectifs majeurs

Le programme de mathématiques du cycle 4 poursuit plusieurs objectifs essentiels, visant à répondre aux besoins des élèves et aux enjeux contemporains de l'éducation :

- donner le goût des mathématiques, en favorisant le plaisir de chercher, de comprendre, de progresser, et en encourageant une approche sereine de la discipline, sans anxiété ;
- consolider les apprentissages mathématiques, en approfondissant les connaissances et les compétences développées au cycle 3 ;
- assurer l'acquisition de savoirs et de savoir-faire fondamentaux, importants pour la compréhension du monde et de la vie quotidienne, et indispensables à la réussite dans la poursuite d'études ;
- renforcer les compétences d'analyse, de raisonnement, de logique et d'argumentation, qui forment le fondement de toute formation scientifique et contribuent au développement de l'esprit critique, indispensable à une citoyenneté éclairée ;
- favoriser le développement de compétences psychosociales, permettant à chaque élève de gagner en autonomie, de renforcer son bien-être psychique, de se sentir capable d'agir sur son environnement et de construire des relations positives avec les autres ;
- lutter contre les déterminismes sociaux et les inégalités de genre, qui constituent des freins majeurs à la réussite scolaire.

Une démarche éducative élargie

Au-delà des apprentissages disciplinaires, l'enseignement des mathématiques au cycle 4 s'inscrit dans une démarche éducative plus globale. Il donne aux élèves des outils pour comprendre les grands défis environnementaux du XXIe siècle, tels que le changement climatique, la perte de la biodiversité ou encore l'épuisement des ressources naturelles.

Les professeurs sont invités à s'appuyer sur les questionnements des élèves pour concevoir des activités adossées aux contenus du programme en phase avec leurs préoccupations, tout en les sensibilisant aux enjeux et en leur apportant des repères et des perspectives.

L'organisation du travail des élèves

Pour permettre à chaque élève de progresser et de construire des compétences solides en mathématiques, il est fondamental de mettre en œuvre des activités pédagogiques diversifiées, en cohérence avec les axes des programmes pour répondre à plusieurs enjeux :

- varier les contextes d'apprentissage : les situations proposées s'ancrent dans des contextes concrets (vie quotidienne, enjeux citoyens, environnement, numérique…), interdisciplinaires (sciences, technologie, géographie, etc.), ou internes aux mathématiques. Cette diversité permet de donner du sens aux apprentissages, de favoriser les liens entre les savoirs et d'éveiller la curiosité des élèves ;
- diversifier les types de tâches : activités de réactivation, de première rencontre ou d'entraînement, pour ancrer les automatismes et mobiliser les acquis antérieurs ; exercices d'application, pour consolider les connaissances et les méthodes ; évaluations formatives, intégrées à l'apprentissage, pour réguler les progrès de chacun ; problèmes encourageant l'exploration, la recherche, la prise d'initiative et l'argumentation ; activités de débat ou de comparaison de démarches, favorisant l'expression orale, la collaboration et la métacognition ;

- adapter les modalités de travail : les élèves sont amenés à travailler dans des configurations variées (individuelle, en binôme, en groupe), à l'oral comme à l'écrit. Cette diversité permet de développer à la fois l'autonomie, la coopération et les compétences langagières, tout en favorisant l'inclusion de tous les élèves.

Le temps de classe est un moment privilégié pour organiser ces apprentissages. En complément, des travaux en autonomie, à réaliser en dehors de la classe, sont proposés pour approfondir, réviser ou remédier. Ces travaux doivent avoir des objectifs explicites, être adaptés au niveau des élèves, et prendre en compte la diversité de leurs besoins. Ils peuvent s'inscrire dans une logique de différenciation pédagogique, et inclure des supports variés (papier, numérique, autocorrectifs, collaboratifs, etc.).

L'ensemble de ces modalités vise à favoriser l'engagement des élèves, leur confiance en eux, leur plaisir à faire des mathématiques et à les rendre progressivement plus autonomes face aux apprentissages mathématiques.

La résolution de problèmes

Au cycle 4, la résolution de problèmes constitue un levier essentiel de l'apprentissage des mathématiques. Elle irrigue l'ensemble des domaines du programme et permet de relier les savoirs entre eux tout en développant les compétences du socle commun. Elle contribue à donner du sens aux notions étudiées.

La résolution de problèmes mobilise l'ensemble des compétences mathématiques :

- chercher : extraire des informations utiles ; s'engager dans une démarche ; formuler des hypothèses ; explorer différentes pistes ;
- modéliser : traduire une situation en langage mathématique ; choisir des outils adaptés ; valider ou invalider un modèle ;
- représenter : utiliser des schémas, des tableaux, des graphiques ou des expressions algébriques ; passer d'un mode de représentation à un autre ;
- calculer : effectuer des calculs exacts ou approchés, à la main ou avec un outil numérique ; contrôler des résultats ;
- raisonner : enchaîner des arguments logiques ; justifier des choix ; démontrer, analyser et exploiter ses erreurs ; mettre à l'essai plusieurs solutions ;
- communiquer : expliquer une démarche à l'écrit ou à l'oral ; argumenter, confronter ses idées à celles des autres ; porter un regard critique.

La résolution de problèmes développe également des compétences transversales telles que la persévérance, la prise d'initiative, l'autonomie, et le travail coopératif, notamment lorsqu'elle est menée en groupe ou dans des contextes de débat. Elle constitue également un outil central pour l'évaluation, car elle permet d'apprécier la capacité des élèves à mobiliser leurs connaissances dans des situations nouvelles, à articuler différentes notions et à raisonner avec rigueur. À ce titre, elle est un indicateur clé de la maîtrise des compétences attendues en fin de cycle.

La place du raisonnement

Tout au long du cycle 4, le professeur veille à mettre en évidence la différence de statut entre définition, propriété et propriété caractéristique. Il précise également si les propriétés énoncées sont admises ou démontrées. Cette distinction permet aux élèves de comprendre que les mathématiques relèvent d'un raisonnement rigoureux fondé sur des preuves. Il est essentiel que les élèves différencient ainsi l'énoncé d'une opinion, d'une conjecture ou d'un énoncé prouvé.

Une attention particulière est portée à la preuve et à la démonstration. Les élèves sont initiés à différents types de raisonnements (déductif, par l'absurde, par contre-exemple, etc.). Le vocabulaire (théorème, réciproque et contraposée) est explicité. L'élève comprend que si une propriété est vraie alors sa contraposée l'est aussi, sans pour autant que la réciproque soit vraie.

Les élèves mettent en pratique ces raisonnements pour construire des preuves. Dans un premier temps, l'accent est mis sur la compréhension du raisonnement et la capacité à enchaîner logiquement les étapes, sans exigence formelle de rédaction. La structuration écrite de la démonstration est introduite dans un second temps, de manière progressive, avec des attendus formels adaptés au niveau des élèves.

La mémorisation et l'automatisation

Pour être capable de résoudre des problèmes de manière efficace, l'élève doit pouvoir s'appuyer sur un ensemble d'automatismes**,** c'est-à-dire un répertoire stable et mobilisable de connaissances, de procédures et de stratégies. Ces éléments doivent être suffisamment maîtrisés pour être activés sans surcharge cognitive. En libérant la mémoire de travail, ils permettent aux élèves de se concentrer sur des tâches complexes : prise d'initiatives, raisonnement, créativité, modélisation**,** etc.

Le développement de ces automatismes ne se limite pas à un simple entraînement mécanique : il s'inscrit dans une progression pensée par le professeur, qui veille à donner du sens aux procédures, à identifier les invariants et à proposer des situations de réinvestissement régulier. Ces automatismes s'ancrent dans tous les domaines du programme. Ils reposent sur des connaissances et des techniques étudiées lors des années précédentes et de l'année en cours.

Des actions de remédiation sont proposées quand des élèves rencontrent des difficultés à acquérir ou stabiliser des automatismes : différenciation, travail en groupes, utilisation d'outils numériques.

L'apprentissage et la consolidation des automatismes jouent un rôle important dans la réussite scolaire. Ils permettent des progrès visibles et rapides qui contribuent à renforcer l'estime de soi des élèves, à encourager leur engagement dans les apprentissages et à les inscrire dans une dynamique positive.

À chaque niveau du cycle 4, les automatismes à maîtriser s'appuient sur des contenus qui ont été étudiés sans être automatisés au niveau précédent.

Une gestion raisonnée de la calculatrice

L'usage de la calculatrice au cycle 4 s'inscrit dans une démarche pédagogique réfléchie et explicite, en cohérence avec les objectifs d'apprentissage. Il ne s'agit pas d'un simple recours technique, mais d'un outil au service de la formation mathématique, dont l'utilisation doit être pensée en fonction des compétences visées et du niveau de maîtrise des élèves.

Son emploi est justifié dans plusieurs situations :

- pour concentrer l'attention des élèves sur le sens et les démarches de résolution, en leur évitant une surcharge cognitive liée à des calculs longs ou hors programme. Elle permet ainsi de recentrer le travail sur la modélisation, le raisonnement et la validation des résultats ;
- pour mettre en œuvre une différenciation pédagogique efficace, en permettant à certains élèves, temporairement ou durablement, de contourner des difficultés de calcul afin de ne pas les pénaliser dans la résolution de tâches complexes. Elle devient alors un levier d'inclusion et de réussite ;

- pour initier les élèves à un usage raisonné des outils numériques. Cela implique d'apprendre à choisir la méthode la plus adaptée, à interpréter correctement les résultats fournis par la machine et à en comprendre les limites.

Cependant, l'usage de la calculatrice ne doit jamais se substituer à l'acquisition de compétences fondamentales. Le calcul mental, le calcul réfléchi et le calcul posé restent des objectifs majeurs du cycle 4. Ils doivent faire l'objet d'un entraînement régulier dans des contextes variés (résolution de problèmes, jeux, défis numériques, automatismes quotidiens). Ces compétences constituent les fondations de l'autonomie intellectuelle de l'élève en mathématiques. Elles sont également indispensables à la compréhension des ordres de grandeur, à la vérification de la cohérence des résultats et à la transition vers les exigences de la poursuite d'études et de la vie citoyenne.

Une gestion raisonnée de la calculatrice, pensée comme complémentaire aux savoir-faire fondamentaux, prépare ainsi les élèves à devenir des utilisateurs éclairés et critiques des outils numériques, capables de faire des choix réfléchis dans leur démarche de résolution.

La place et le rôle de l'oral

La verbalisation occupe une place essentielle dans l'enseignement des mathématiques au cycle 4. Bien au-delà de sa dimension langagière, elle constitue un outil pédagogique puissant pour structurer la pensée, accéder à l'abstraction, clarifier les raisonnements et renforcer la compréhension des concepts.

Verbaliser, c'est mettre en mots une idée, une procédure ou une stratégie, ce qui favorise à la fois la mémorisation et la prise de recul et permet à l'élève de formuler ses représentations mentales, de les confronter à celles des autres et de les ajuster. Au même titre que la représentation graphique ou symbolique, l'oral contribue à l'entrée progressive dans le langage formel des mathématiques.

L'oral est aussi un levier indispensable pour développer l'autonomie, la rigueur et l'esprit critique. Présenter une démarche, justifier une réponse ou expliquer un raisonnement permet à l'élève d'organiser sa pensée de manière logique, de clarifier ses idées pour les rendre compréhensibles à autrui et de s'entraîner à produire un discours structuré, précis et argumenté.

Les séances de mathématiques offrent de nombreuses situations propices à cet apprentissage : mise en commun de démarches, débats mathématiques, comparaisons de solutions, résolution de problèmes en groupe, tutorat entre pairs. Dans ces contextes, l'élève n'est pas seulement un exécutant, mais devient un acteur de ses apprentissages, capable de défendre, de nuancer ou de modifier son point de vue. Par exemple, plutôt que de recopier au tableau une solution, l'élève est invité à la décrire, à la commenter, voire à la discuter, avec l'appui de schémas ou d'annotations. Cette pratique valorise la diversité des approches et nourrit une culture du raisonnement partagé.

La confrontation de démarches différentes pour résoudre un même problème est particulièrement féconde : elle pousse les élèves à argumenter, critiquer de manière constructive, justifier des choix, et ainsi développer une pensée mathématique plus souple et plus approfondie. Ces échanges oraux participent activement à la formation de l'esprit critique, objectif majeur de l'École. Cette attention portée à l'oral contribue également au développement global des compétences du socle commun.

Les écrits en mathématiques

Au cycle 4, les écrits jouent un rôle fondamental dans le processus d'apprentissage des mathématiques. Ils ne se limitent pas à une restitution formelle mais contribuent à structurer la pensée**,** favoriser la mémorisation**,** développer le raisonnement et soutenir l'autonomie des élèves. Différents types d'écrits sont ainsi mobilisés, chacun avec une fonction spécifique et complémentaire :

- les écrits intermédiaires : lors des phases de recherche, les élèves sont invités à produire des écrits qui peuvent prendre des formes variées : schémas, essais de calcul, prises de notes, conjectures, organisation de données, croquis… Ces écrits ont une visée personnelle : ils aident l'élève à entrer dans l'énoncé, à tester des hypothèses, à soulager la mémoire de travail et à structurer progressivement une démarche. Bien qu'ils ne soient pas formellement évalués, ils représentent une source précieuse d'informations pour le professeur. En les consultant, celui-ci peut mieux comprendre les raisonnements en cours, repérer des obstacles ou des erreurs fréquentes et proposer des ajustements pédagogiques ciblés. Ces écrits sont également formatifs : ils valorisent le cheminement de pensée, y compris les essais infructueux, et renforcent la posture de chercheur ;
- les écrits d'entraînement et de résolution : les activités classiques d'exercices et de problèmes donnent lieu à des écrits structurés, qui constituent la trace des apprentissages en cours. Ces écrits permettent de stabiliser les acquis par la répétition et l'automatisation, de mettre en pratique des méthodes ou des raisonnements étudiés en classe, de garder en mémoire les essais et les erreurs, dans une logique d'apprentissage par tâtonnement. Le professeur encourage les élèves à conserver les traces de leur démarche, même si elles ne sont pas abouties. Loin d'être des « brouillons à effacer », ces productions constituent une matière riche pour progresser et pour développer une culture de l'erreur constructive ;
- les écrits de référence : les notions institutionnalisées à l'issue des activités sont consignées sous forme de traces écrites de référence : définitions, propriétés, vocabulaire, procédures, modèles d'exercices résolus, etc. Ces écrits structurent le capital mathématique de l'élève. Ils doivent être soignés et organisés, pour être facilement consultables, mis à jour régulièrement, au fil des apprentissages et mobilisés activement, notamment lors de phases de révision ou de résolution autonome.

L'évaluation des progrès et des acquis des élèves

Au cycle 4, l'évaluation constitue un levier essentiel pour accompagner les apprentissages et favoriser la réussite de tous les élèves. Elle ne se limite pas à mesurer des performances, mais vise avant tout à faire progresser, à guider les choix pédagogiques et à construire chez l'élève une meilleure compréhension de ses propres compétences.

- L'évaluation reste au service des apprentissages et prend des formes variées : observation en situation, productions écrites ou orales, auto-évaluations, entretiens individuels, exercices de synthèse, etc. Quelle que soit sa modalité, elle doit conserver une visée formative : elle éclaire à la fois l'élève et le professeur sur ce qui est acquis, en cours d'acquisition ou encore à renforcer. Elle permet à l'élève de prendre conscience de ses progrès et de ses réussites, d'identifier les erreurs comme des étapes normales de l'apprentissage, en les analysant plutôt qu'en les subissant.
- Pour que l'évaluation soit véritablement utile et juste, l'élève doit connaître les objectifs visés et les critères de réussite. Ces critères s'appuient sur les compétences travaillées en classe, en lien avec les attendus du programme. Leur explicitation favorise une posture active de l'élève, qui comprend ce qu'il apprend, pourquoi il l'apprend, et comment il peut s'améliorer. Dans cette logique, des outils comme les grilles de réussite ou les barèmes commentés peuvent soutenir l'appropriation des attendus.
- L'évaluation est un outil de différenciation et de remédiation. Le retour sur l'évaluation est un moment clé du processus d'apprentissage. Il ne se limite pas à une correction collective, mais vise à valoriser les démarches pertinentes qui, si elles ne mènent pas immédiatement à la bonne réponse, mettent en lumière les erreurs fréquentes. L'objectif est ici d'aider les élèves à comprendre leurs erreurs et à y remédier et à leur proposer des pistes personnalisées (révisions ciblées, exercices de consolidation, soutien différencié). Ce retour permet aussi au professeur de

réguler sa progression, de revoir certains points du programme ou de proposer d'autres approches pédagogiques.

L'évaluation, conçue comme un processus dynamique et partagé, avec les élèves et les familles, permet aux élèves de constater leurs progrès et participe ainsi pleinement au développement de l'autonomie, de la confiance et de l'engagement des élèves dans leurs apprentissages.

Les compétences psychosociales

L'enseignement des mathématiques au cycle 4 contribue au développement des compétences psychosociales dans leurs dimensions cognitive, émotionnelle et sociale.

La mémorisation de faits numériques ou de formules, l'automatisation de procédures renforcent des aptitudes transférables à d'autres domaines. La pratique fréquente d'exercices en temps limité permet de développer des automatismes et apprend à l'élève à gérer les contraintes temporelles.

Au-delà du rôle majeur qu'elle joue dans le développement de compétences mathématiques, la résolution de problèmes renforce les compétences cognitives en développant l'aptitude des élèves à s'appuyer sur des faits pour prendre des initiatives, pour analyser des données, pour élaborer des stratégies et pour faire des choix réfléchis.

La résolution de problèmes apprend à l'élève à se confronter à l'inconnu, à identifier ses points forts et ses faiblesses et ainsi à mieux se connaître. Elle lui apprend à tirer profit de ses erreurs, à développer sa confiance en lui et à éprouver le plaisir de chercher.

Pour convaincre chaque élève de sa capacité à progresser et à réussir en mathématiques, il importe de lui donner l'occasion de s'exprimer, à l'écrit comme à l'oral, sans crainte de l'erreur ou du jugement porté par autrui, qu'il s'agisse d'un de ses pairs ou du professeur. Celui-ci veille à encourager chaque élève en lui montrant ses réussites et sa capacité à défendre son point de vue, à valoriser ses progrès et à le féliciter de ses efforts et ce afin d'entretenir un sentiment positif vis-à-vis des mathématiques.

Des modalités diverses de travail (recherche en binômes ou en groupes plus larges, entraide entre élèves, exposé d'une réponse ou d'une solution, débat autour de celle-ci, etc.) favorisent le développement de qualités personnelles, comme l'engagement et la persévérance, et interpersonnelles, comme la capacité d'écoute, le respect du point de vue d'autrui et la capacité à défendre le sien. Le professeur instaure dans la classe un climat bienveillant favorable à l'attention et au respect de toutes et tous.

L'égalité entre les élèves, un enjeu fondamental pour la réussite de tous

En mathématiques, comme dans toutes les disciplines, l'égalité des chances et la réduction des inégalités scolaires constituent des priorités éducatives majeures. Le professeur joue un rôle déterminant dans la construction d'un climat d'apprentissage juste, exigeant et bienveillant, où chaque élève peut développer ses compétences, indépendamment de son origine sociale, de son genre ou de son parcours. Une posture pédagogique inclusive et équitable, favorisant une identification positive, contribue ainsi à valoriser le parcours mathématique de chaque élève.

Il s'agit d'ancrer profondément l'idée que les compétences en mathématiques ne sont ni innées, ni réservées à une élite, mais qu'elles se construisent par la pratique, l'erreur, l'effort et la persévérance. Promouvoir cette vision démythifie cette croyance et renforce chez les élèves un sentiment d'efficacité personnelle, indispensable à leur engagement.

Assurer l'égalité ne consiste pas à traiter tous les élèves de manière identique, mais à mettre en œuvre une pédagogie différenciée, attentive à la diversité des profils, des rythmes d'apprentissage et des besoins. Cela exige de l'enseignant une vigilance constante à plusieurs niveaux :

- le choix des situations d'apprentissage : elles doivent être suffisamment variées pour solliciter différents modes de raisonnement, et suffisamment accessibles pour permettre à chacun d'entrer dans l'activité, tout en étant stimulantes pour encourager l'effort et la réflexion ;
- le regard porté sur chaque élève : le professeur valorise l'engagement, les stratégies et les progrès, et non uniquement les résultats. Il adopte une posture d'éducateur exigeant et encourageant, en refusant toute forme de fatalisme ou de résignation ;
- la répartition équitable des responsabilités : chaque élève doit pouvoir prendre part aux tâches, être écouté, et s'exprimer. Cela passe par une vigilance à ne pas laisser certains élèves s'effacer ou monopoliser la parole ;
- l'attention particulière accordée à la dimension langagière des écrits mathématiques et des échanges en classe, afin qu'ils soient compréhensibles par tous les élèves, en identifiant les obstacles potentiels et en travaillant systématiquement, lorsque cela s'avère nécessaire, la reformulation ;
- les retours oraux et écrits : ils doivent nourrir l'estime de soi et guider l'élève vers des pistes concrètes d'amélioration. Ils participent à construire une relation de confiance fondée sur le respect, la clarté des attentes et la reconnaissance des efforts ;
- la diversité des modalités d'expression : proposer à chaque élève de prendre la parole, de présenter une démarche, de débattre ou de reformuler une consigne, c'est reconnaître sa légitimité à penser, chercher et construire du savoir.

L'enseignement des mathématiques doit également contribuer à modifier les représentations sociales souvent associées à cette discipline et qui entraînent un manque de légitimité ressenti par certains élèves : élitisme, science pure détachée de tout contexte, absence de figures féminines, opposition entre sciences et créativité, etc. Pour cela, il est essentiel de :

- rendre visibles des parcours de mathématiciens et de mathématiciennes aux profils variés, issus de contextes culturels et sociaux différents ;
- proposer des références inspirantes à travers les supports utilisés en classe ou les échanges avec des intervenants extérieurs (étudiants, chercheurs, professionnels), afin que tous les élèves puissent se projeter dans des rôles valorisants ;
- questionner activement les stéréotypes de genre ou d'origine, en déjouant les biais inconscients qui peuvent encore peser sur les pratiques scolaires.

Cette approche contribue à créer un environnement où chaque élève se sent légitime d'apprendre, de progresser, de réussir, ce qui constitue la condition première d'un enseignement réellement inclusif.

La pensée informatique

La locution « pensée informatique » englobe une attitude intellectuelle et un ensemble de compétences essentielles pour comprendre les enjeux contemporains tels que l'intelligence artificielle.

Au cycle 4, les élèves poursuivent la démarche entamée au cycle 3. La pensée algorithmique présentée de manière progressive tout au long du cycle permet aux élèves de manipuler les notions mathématiques de manière concrète, tout en les sensibilisant aux enjeux du numérique, en liaison avec l'enseignement de la technologie.

Organisation du programme

Les apprentissages figurant dans le programme recouvrent des domaines variés des mathématiques : nombres et calculs, algèbre, organisation et gestion des données, probabilités, géométrie, proportionnalité.

La présentation du programme adopte une organisation en tableaux à double entrée. Chaque tableau comporte deux colonnes distinctes : la première explicite les objectifs d'apprentissage ; la seconde propose des commentaires pédagogiques et des exemples de réussite.

En amont de chaque tableau, une rubrique intitulée « Automatismes » recense les compétences fondamentales devant être acquises de manière fluide et durable.

Certains domaines comportent également une rubrique intitulée « Mises en perspective historiques ou culturelles ». Celle-ci a pour vocation d'enrichir les enseignements en inscrivant les notions mathématiques dans une dimension historique, culturelle et interdisciplinaire, contribuant ainsi à la construction de la culture générale des élèves et à la contextualisation des savoirs. L'histoire des mathématiques peut être traitée comme un fil rouge sur tout le cycle 4, montrant ainsi le développement de la pensée mathématique et de son écriture.

Les exemples de réussite, bien qu'indicatifs et non prescriptifs, permettent d'illustrer de manière concrète les objectifs d'apprentissage et les niveaux de maîtrise attendus. À ce titre, ils constituent des outils précieux pour accompagner les professeurs dans l'élaboration de leurs séquences pédagogiques, dans l'adaptation des contenus aux besoins des élèves et dans la mise en œuvre d'une évaluation formative.

L'ensemble de cette organisation vise à offrir un cadre pédagogique lisible et cohérent, permettant aux professeurs de concevoir des parcours d'apprentissage exigeants, stimulants et adaptés à la diversité des élèves.

NOMBRES ET CALCULS

Au cycle 4, la partie nombres et calculs du programme s'enrichit de nombreuses nouvelles notions. Les élèves découvrent ainsi de nouvelles catégories de nombres avec lesquels ils réalisent des calculs et qu'ils mobilisent pour résoudre des problèmes.

Les nombres relatifs sont introduits afin de rendre possible toutes les soustractions. Les opérations sur les nombres relatifs sont construites progressivement. Une pratique routinière de calculs additifs et soustractifs permet de se détacher progressivement des contextes familiers, ce qui est un préalable à une bonne compréhension de la multiplication et de la division.

La conception du nombre fraction abordée au cycle 3 est étendue aux nombres relatifs en écriture fractionnaire, ainsi qu'au quotient ou rapport écrit sous forme fractionnaire avec des nombres quelconques.

Dans le programme, une fraction est à la fois un nombre et une écriture. On ne distingue pas entre fraction et écriture fractionnaire.

Les apprentissages ne doivent pas se réduire à la seule maîtrise des techniques opératoires.
Tout au long du cycle, ils doivent être consolidés par la résolution de problèmes qui s'enrichissent à chaque opération abordée. Les situations doivent motiver les apprentissages, mais aussi les nourrir en permanence à travers des problèmes porteurs de sens.

- Les opérations sur les fractions sont étendues à la multiplication et à la division.
- Les multiples et les diviseurs sont utilisés en lien avec les fractions, mais également dans le cadre de résolution de problèmes
- La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (longueur du côté d'un carré d'aire donnée, théorème de Pythagore), avec l'appui de la connaissance des carrés

parfaits de 1 à 144 et de l'utilisation de la calculatrice. L'usage de celle-ci ne doit pas, cependant, se limiter à la simple utilisation de la touche √.

- L'apprentissage des puissances se fonde sur des situations mathématiques illustrant, par exemple, un produit itéré, comme le comptage de situations répétitives, etc.
- L'apprentissage des puissances de dix prend appui sur des grands nombres issus de domaines scientifiques ou technologiques tels que l'astronomie, les sciences physiques, l'informatique, le traitement de l'information, pour ce qui est des exposants positifs. Les sciences de l'atome, la microbiologie, les sciences chimiques, les nanotechnologies fournissent des situations propices à côtoyer les exposants négatifs. Ce travail est mené en lien avec les unités, les ordres de grandeur, dans les autres disciplines, en particulier la physique-chimie.
- Ces situations doivent motiver les apprentissages, mais aussi les nourrir en permanence, à travers des problèmes porteurs de sens.
- Ces notions se prêtent particulièrement à une approche interdisciplinaire par l'étude des problématiques liées au calendrier, à l'informatique, aux engrenages, à la conjonction de phénomènes périodiques et aux cycles d'éclosion de certaines espèces, provenant de la physique, de la technologie et des sciences de la vie et de la Terre.

Tout au long du cycle, l'introduction du calcul littéral vient progressivement enrichir, diversifier et formaliser ces premières rencontres avec la lettre et le signe égal. Le calcul littéral permet alors d'aller au-delà du cadre purement numérique, tout en restant connecté à celui-ci afin d'assurer une validation des expressions obtenues.

Au cycle 3, les élèves ont été exposés à différents usages de la lettre en mathématiques, notamment comme symbole d'une unité, comme désignation d'un objet mathématique (ex. : le point A, le nombre π, le volume V, etc.) ou encore comme variable dans des formules. Ils ont également rencontré différentes interprétations du signe « = », qu'il s'agisse d'indiquer le résultat d'un calcul, une égalité à compléter ou une assignation.

L'introduction du calcul littéral repose sur le développement d'une pensée algébrique, appuyée sur des manipulations concrètes et des représentations adaptées. Il ne doit pas se limiter à des exercices techniques, bien que ceux-ci soient indispensables. Son objectif principal est de permettre la généralisation, la démonstration et la modélisation. Il doit ainsi être intégré à la résolution de problèmes concrets ou internes aux mathématiques, qui en justifient l'usage et en renforcent la pertinence.

CLASSE DE CINQUIÈME

Opérations

Automatismes

- Mobiliser les critères de divisibilité par 2, 5 et 10 vus en CM1 et CM2.
- Déterminer le quotient et le reste dans une division euclidienne, par exemple, savoir que $17 = 3 \times 5 + 2$.
- Utiliser les tables de multiplication pour factoriser des nombres entiers décomposables en produit de deux nombres différents de 1, par exemple, $21 = 3 \times 7$.
- Savoir calculer des produits en lien avec les tables : $0{,}6 \times 7$; $40 \times 0{,}03$.
- Multiplier et diviser par 10, 100, 1000.
- Additionner et soustraire des décimaux, par exemple, $2{,}7 + 1{,}4$; $3{,}4 - 0{,}8$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Additionner, soustraire, multiplier et diviser pour résoudre des problèmes et contrôler la vraisemblance de son résultat.	Dans le cadre de la résolution de problèmes, l'élève entretient ce qui a été vu au cycle 3. Il sait quand et comment utiliser les opérations élémentaires. Il contrôle la vraisemblance d'un résultat. La calculatrice peut être utilisée quand les calculs à la main sont trop fastidieux.
– Diviser par un nombre décimal.	L'élève ramène une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier. Exemple : 1,5 ÷ 0,3 = $\frac{1.5}{0.3} = \frac{15}{3} = 5$.
– Enchaîner des opérations. – Nommer un calcul.	L'élève traduit un problème, une succession donnée d'opérations, un programme de calcul, en une seule expression, en faisant appel ou non à des parenthèses. L'élève identifie si l'expression est une somme ou un produit.
– Connaître et utiliser les priorités opératoires.	Dans le cas d'enchaînements d'opérations, avec ou sans parenthèses, par convention, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction. L'élève effectue mentalement, à la main ou exceptionnellement à la calculatrice, ces enchaînements d'opérations.
– Connaître et utiliser la distributivité simple sur des exemples numériques.	Sur des exemples numériques, l'élève utilise $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a-b) = k \times a - k \times b$. Par exemple : 27 × 99 ; 1,5 × 0,7 + 1,5 × 0,3.
– Utiliser les notions de multiples et diviseurs. – Connaître les critères de divisibilité par 3 et par 9.	À l'aide des tables de multiplication ou de la division euclidienne, l'élève utilise le vocabulaire « est un multiple de », « est divisible par », « est un diviseur de » et passe d'une formulation à une autre. Par exemple, « 27 est un multiple de 9 » ou « 27 est divisible par 9 » ou « 9 est un diviseur de 27 ». Il résout des problèmes faisant intervenir les notions de multiples, diviseurs, quotient et reste.
– Mobiliser un algorithme dans le cadre du calcul numérique.	L'algorithme de la division est l'occasion de faire vivre ces notions (trouver les diviseurs d'un nombre, compter le nombre de diviseurs…). C'est l'occasion d'utiliser le logiciel Scratch ou un tableur.

Mise en perspective historique et culturelle

- Notion de nombre premier et développements sur ce thème (existence d'un nombre infini de nombres premiers, crible d'Ératosthène, etc.).
- Formule de Marcel Pagnol : il a affirmé « $n + (n+2) + n(n+2)$ est premier pour tout entier n impair ».

Nombres relatifs

Automatismes

– Calculs simples avec des décimaux
– Savoir que pour compléter une addition à trou, on utilise une soustraction : 2 + ... = 7 se complète en calculant 7-2.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir les nombres relatifs. – Définir l'opposé et la valeur absolue d'un nombre. – Définir la notion de nombre positif, strictement positif, négatif, strictement négatif.	Les nombres relatifs sont introduits pour rendre possible toutes les soustractions. Pour tout nombre décimal a, il existe un unique nombre décimal b tel que $a + b = 0$. Le nombre b est alors noté $(-a)$ et est appelé « l'opposé de a». Ainsi $-a = 0 - a$ et donc – $(-a) = a$. En lien avec le calcul littéral, l'élève remarque que $-a$ n'est pas toujours un nombre négatif. Le terme « valeur absolue » est introduit mais ne fait pas l'objet d'exercice. La notation n'est pas exigible. La valeur absolue de a est définie comme égale à a si a est positif et $-a$ si a est négatif et est illustrée à partir d'exemples. En référence à la droite graduée, l'élève donne la valeur absolue et l'opposé d'un nombre relatif. L'élève utilise les nombres relatifs pour représenter des grandeurs observables qui peuvent prendre des valeurs inférieures à zéro (température, temps, altitude, etc.), en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
– Lire l'abscisse d'un nombre relatif sur une droite graduée et placer un nombre relatif d'abscisse donnée.	La demi-droite graduée vue en 6^{e} se complète par symétrie pour devenir une droite graduée. Les nombres décimaux relatifs rencontrés sont simples.
– Comparer des nombres décimaux relatifs.	Utiliser les nombres relatifs pour comparer des nombres et verbaliser cette comparaison (5 c'est 2 de moins que 7 : 5-7= -2, -7 c'est 2 de moins que -5). Comparer deux nombres à l'aide de leur signe et de leur valeur absolue. Ranger plusieurs nombres relatifs dans l'ordre croissant ou décroissant. La droite graduée peut servir d'appui pour ces comparaisons.
– Additionner deux nombres décimaux relatifs.	La règle est d'abord explicitée en s'appuyant sur la définition des nombres opposés avec des exemples simples sur des entiers : Pour calculer (-6) + (-9), on écrit (-6) + (-9) + 6 + 9 = 0 donc (-6) + (-9) = -(6+9). Puis on simplifie des calculs tels que 6 + (-9) = 6 - 6+(-3) = 0 – 3 = -3. Cette addition est illustrée dans des contextes variés, par exemple avec le bilan de deux variations ou l'application d'une variation à un état.

– Additionner plusieurs nombres décimaux relatifs.	L'élève additionne plusieurs nombres relatifs, écrits entre parenthèse ou en écriture simplifiée, par exemple en regroupant les termes positifs ensemble et les termes négatifs ensemble.
– Soustraire deux nombres décimaux relatifs. – Enchaîner additions et soustractions.	En s'appuyant sur des additions à trous, ou sur des exemples à valeur générique du type : 3,1 - (-2) = 3,1 + 0 - (-2) = 3,1 + 2 + (-2) - (-2), donc 3,1 - (-2) = 3,1 + 2 + 0 = 3,1 + 2 = 5,1 l'élève établit que soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé. Il distingue les différentes significations du signe – (le marqueur du nombre négatif, la soustraction entre deux nombres, l'opposé d'un nombre relatif). Afin de consolider l'addition et la soustraction, l'élève effectue des enchaînements d'opérations. (-3) + (-4) – (+5) – (- 2) = -3-4 -5 +2 = -12 + 2 = -10 L'élève manipule des expressions avec parenthèses afin, notamment, d'identifier les cas de parenthèses indispensables au sens des écritures : (-2), -(-2) =2 (et donc 3-(-2)), -(2+3), 3+(-2), -(2-3) L'élève effectue efficacement certains calculs qui s'y prêtent, en regroupant les nombres opposés et/ou les termes de même signe.

Mise en perspective historique et culturelle

- Premières apparitions des nombres négatifs avec Brahmagupta (600), dont l'existence était toujours niée au XVII^{e} siècle.

Nombres rationnels

Automatismes

- Entretenir la connaissance et l'utilisation des tables de multiplication.
- Entretenir l'écriture décimale des fractions simples comme 1/2 ; 1/4 ; 3/4 ; 3/2 ; 4/2 ; 5/2; 1/10 ; 100/100 ; 7/1.
- Faire vivre le nombre quotient en complétant des multiplications à trou : 3 × … = 7 puis 3 x 7/3 = …
- Lire l'abscisse d'un point sur une droite graduée en tiers, en quarts, en moitiés, en dixièmes
- Reconnaître des fractions égales : 2/3=⋯/15 4/7=⋯/15.
- Comparer deux fractions: 2/7 et 5/7 ; 8/12 et 8/21 ; 3/4 et 7/18 ; 8/3 et 6/7.
- Écrire une fraction sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 : 17/5 = 3 + 2/5.
- Somme et différence de fractions simples : 3/5 + 4/5 ; 1- 2/3 ; 4/7 - 2/21 ; 3 + 2/5 ; 2/5 + 1/4.
- Prendre une fraction simple d'un nombre : le 1/3 de 18 ; le 1/4 de 12.
- Prendre 1 %, 10 % ou 50 % d'un nombre, en lien avec la proportionnalité.
- Écrire un même nombre sous de multiples formes, par exemple dire que 1,2 = 12/10 = 6/5 = 1 +1/5 = 120 % = 120/100 etc.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Comparer des fractions.	L'élève compare des fractions par la méthode la plus adaptée (fractions égales, comparaison à 1, comparaison à 0,5) L'élève compare des proportions.

– Additionner et soustraire des fractions de dénominateur quelconque.	L'élève additionne et soustrait des fractions de dénominateurs quelconques. Il calcule $\frac{3}{8}+\frac{7}{6}$; $\frac{5}{12}-\frac{2}{9}$ en écrivant par exemple les multiples de chaque dénominateur pour choisir un dénominateur commun.
– Résoudre des problèmes avec des additions et soustractions de fractions.	En prenant par exemple appui sur un modèle en barre, l'élève utilise les fractions pour résoudre des problèmes du type « Sarah adore lire des romans et utilise ses trajets en bus pour le faire. Ce matin, en se rendant au collège, elle a lu 1/6 de son livre. À son retour, après les cours, elle a lu 5/8 du livre. Il lui reste encore 15 pages à lire ». 1) Quelle fraction du livre lui reste-t-il à lire ? 2) Combien de pages compte son roman ? ». Un exemple de modèle pourrait être : nombre total de pages matin | à son retour | 15 pages $\underbrace{\frac{1}{6} + \frac{5}{8}}_{\frac{19}{24}}$ $\frac{...}{....}$

Puissances

Automatismes

- Entretenir les tables de multiplications.
- Connaître les unités d'aires et de volume.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Découvrir la notion de puissance d'un nombre et sa notation dans le cas du carré et du cube.	La notation est introduite comme un raccourci d'écriture pour le calcul de l'aire du carré, du disque et le volume du cube. L'élève calcule a^2 et a^3 pour un nombre décimal positif. Le lien est fait avec les unités d'aires et de volumes cm^2 et cm^3.
– Connaître les carrés des entiers de 1 à 12. – Savoir écrire un nombre sous la forme d'une puissance 2 ou 3.	L'élève transforme si possible un nombre sous la forme a^2 et/ou a^3. Par exemple : $64 = 8^2 = 4^3$.
– Enchaîner des calculs contenant des puissances simples.	L'élève effectue des calculs du type $3\times 5^2 - 7$ et fait la différence avec $(3 \times 5)^2 - 7$.
– Calculer la valeur d'une expression littérale contenant une puissance simple.	L'élève calcule la valeur d'une expression littérale ou teste une égalité comportant un terme en x^2 ou x^3. Par exemple : calculer la valeur $A = 3x^2 - 7$ et $(3x)^2 - 7$ pour x = …

Calcul littéral

Automatismes

- Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive.
- Trouver le nombre d'éléments pour une étape donnée dans une suite de motifs évolutive.
- Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité.
- Nombre quotient.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Produire des formules (double, triple, carré, successeur, prédécesseur, aire, périmètre, etc.).	L'élève produit des formules dans des contextes variés qui en montrent l'intérêt et la nécessité. Le passage à la lettre se fera progressivement. On favorisera d'abord le passage par la verbalisation pour aboutir à l'introduction de la lettre comme variable en faisant varier le nom (x, y, t, n,…). Il exprime le double, le triple, la moitié, le carré, le successeur, le prédécesseur d'un nombre n. Il voit à cette occasion que $2 \times n$ s'écrit $2n$ et que $a \times b$ s'écrit ab et que $2n$ signifie $2 \times n$. L'élève contrôle les formules qu'il produit, soit en les testant pour les nombres dont il connaît déjà la valeur de l'expression, soit par manipulation ou représentation.
– Calculer la valeur d'une expression littérale par substitution.	L'élève substitue une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale. Le lien est fait avec les formules mettant en jeu des grandeurs (périmètre, aire) et le statut d'assignation du signe « = ».
– Tester une égalité.	Un test d'égalité permet de faire la distinction entre les différents statuts du signe « = » puisque l'égalité est vue comme une assertion vraie ou fausse. Elle donne du sens à la notion d'équation qui sera abordée en quatrième. Le test d'égalité peut aussi être utilisé pour contrôler une étape de calcul littéral.
– Déterminer si une expression littérale est une somme ou un produit.	Selon la dernière opération à effectuer en suivant les règles de priorité, l'élève sait dire si une expression littérale est une somme ou un produit, afin de préparer la distributivité.
– Exploiter $k(a+b) = ka + kb$ ou $k(a-b) = ka - kb$ pour factoriser, réduire ou développer une expression littérale.	L'élève utilise la propriété de distributivité simple pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux avec une attention pour le cas $b = 1$. Le lien est fait avec des procédures de calcul numériques déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12 × 50 ; 37 × 99 ; 3 × 23 + 7 × 23). Il peut s'appuyer sur la représentation avec des aires de rectangle.
– Démontrer une propriété générale par le calcul littéral. – Utiliser un contre-exemple pour démontrer qu'une propriété est fausse.	L'élève mobilise le calcul littéral pour généraliser un résultat (conjecture numérique, etc.). La notion de contre-exemple est introduite. Par exemple, il montre que la somme de deux nombres pairs est paire (preuve utilisant le calcul littéral). La somme de deux carrés parfaits n'est pas (nécessairement) un carré parfait (contre-exemple).
– Formuler des conjectures en s'appuyant sur un algorithmique ou un tableur.	L'utilisation du tableur et la programmation d'algorithmes sont une aide à la formulation de conjecture.

– Donner à la lettre le statut d'inconnue. – Résoudre des équations du premier degré, du type $ax = c, x + b = c$.	L'élève résout une équation du premier degré du type $ax = c$, $x + b = c$ où a, b et c sont des décimaux ou fractions simples en lien avec le travail mené en sixième sur le sens quotient d'une fraction $(\frac{x}{3} = 1)(x \div 3 = 1)(x \div 3 \times 3 = 1 \times 3)(x = 3)$. Les cas particuliers $2x = 0$ et $\frac{x}{2} = 0$ sont explicités. L'élève verbalise sa résolution. Il s'appuie autant que de besoin sur les schémas et représentations utilisés au cycle 3 (schémas en barre, balances, etc.) et le travail mené sur les programmes de calcul à une étape L'élève vérifie la solution. Le lien est fait avec le test d'une égalité. Le statut d'inconnue de la lettre est introduit progressivement, en verbalisant le problème de recherche d'un nombre désigné par un mot, puis une lettre.

Mise en perspective historique et culturelle

– Lien avec Al Khwarizmi et l'al jabr où la résolution des problèmes fait appel à la « chose » qu'on cherche.

CLASSE DE QUATRIÈME

Opérations sur les nombres relatifs

Automatismes

– Manipulation de sommes et différences de nombre relatifs.
– Opposé d'un nombre, somme des opposés.
– Entretien des tables de multiplication.
– Multiplier et diviser par 10, 100, 1000.
– Compléter des multiplications à trou : 5 × ... = 3 ; faire le lien entre multiplication et division.
– Multiplication comme addition itérée : 3 + 3 +3 +3 = 4 × 3.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Multiplier deux nombres relatifs en commençant par un négatif multiplié par un positif puis, grâce à la distributivité, un négatif multiplié par un négatif.	Le produit de deux nombres relatifs est introduit par étapes. Dans un premier temps, sur des exemples génériques, il est introduit avec des nombres entiers relatifs de signes différents par l'addition itérée et la commutativité de la multiplication. Ex : (-5) × 3 = 3 × (-5) = (-5) + (- 5) + (- 5) = -15 Dans un second temps, la distributivité permet d'étendre le produit : – Aux nombres décimaux non entiers. Ex : 3,7 × (-4) + 3,7 × 4 = 3,7 × (-4 + 4) = 3,7 × 0 = 0 Donc 3,7 × (-4) est l'opposé de 3,7 × 4. Donc 3,7 × (-4) = - (3,7 × 4) = -14,8. – À deux nombres négatifs. Ex : (-7) × (-4) + (-7) × 4 = (-7) × (-4 + 4) = -7 × 0 = 0 Donc (-7) × (-4) est l'opposé de (-7) × 4. Donc (-7) ×(-4) = - (-7 × 4) = -(-28) = 28.

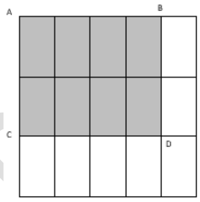
	La règle des signes d'un produit est ensuite établie. On en déduit que multiplier un nombre par -1 revient à prendre son opposé. (-1) x …=-(1x…) =- (…) Afin de bien dissocier les règles de calculs entre l'addition, la soustraction et la multiplication, l'élève est rapidement confronté à des calculs du type : -3 × 4 + 5 ; (7 – 9) × (-2).
– Diviser deux nombres relatifs.	Le quotient de deux nombres relatifs est introduit à partir d'exemples de multiplications à trous et du prolongement de la définition du quotient de a par b, $b \neq 0$, (le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a), dans une démarche similaire à celle utilisée pour l'introduction de la soustraction. La règle des signes pour un quotient est démontrée à partir de celle qui régit le signe d'un produit.
– Savoir calculer un enchaînement d'opérations avec des nombres relatifs.	L'élève mobilise les priorités opératoires et les règles de calculs sur les nombres relatifs pour calculer un enchaînement des quatre opérations. Par exemple : (-3) + (-4) × (+7) et -5(2-7). L'élève utilise le vocabulaire (somme, quotient, etc.) à partir d'un enchaînement d'opération dans un programme de calcul et inversement.

Nombres rationnels

Automatismes

- Addition et soustraction de fractions de dénominateurs quelconques mais simples.
- Comparaison de fractions.
- Fraction en tant que quotient : $\frac{3}{7}$ (le nombre, qui, multiplié par 7 donne 3, donc savoir que $7 \times \frac{3}{7} = 3$).
- Savoir que prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par ce nombre.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir la notion de nombre rationnel : le quotient de deux nombres entiers relatifs. Exprimer l'opposé d'un nombre rationnel.	L'élève remarque qu'un nombre rationnel peut être entier, décimal ou ni entier et ni décimal. À partir d'exemples à valeurs génériques, on établit que $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ Par exemple : $\frac{4}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{4-4}{3} = \frac{0}{3} = 0$ donc $\frac{4}{3}$ et $\frac{-4}{3}$ sont opposés. Donc que $\frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$
– Produit de nombres rationnels.	L'élève calcule le produit de deux nombres rationnels. La propriété est prouvée sur un exemple à valeur générique dont chaque étape est verbalisée, puis éventuellement dans le cas général. Par exemple pour calculer $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$: $\frac{2}{3}$ est le nombre qui multiplié par 3 donne 2 donc $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

	$\frac{5}{7}$ est le nombre qui multiplié par 7 donne 5 donc $7 \times \frac{5}{7} = 5$ On multiplie les deux égalités, membre à membre : $3 \times \frac{2}{3} \times 7 \times \frac{5}{7} = 2 \times 5$ $(3 \times 7) \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = (2 \times 5)$ On sait aussi que $(3 \times 7) \times \frac{2\times5}{3\times7} = (2 \times 5)$ Donc $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2\times5}{3\times7} = \frac{10}{21}$
– Calculer et représenter la fraction d'une fraction, d'un nombre, d'une quantité.	À l'aide d'un exemple à valeur générique, l'élève sait que la fraction d'une fraction se calcule par le produit des deux fractions. Par exemple, à partir d'un carré de côté 1 unité, on peut représenter 4/5 de 2/3 et constater que cela représente 8/15 du carré. 
– Définir l'inverse d'un nombre. – Déterminer l'inverse d'une fraction.	L'élève sait que l'inverse de $a \neq 0$ est le nombre b qui multiplié par a donne 1. Notation $b = \frac{1}{a}$. Il sait que c'est aussi le quotient exact de 1 par a, le résultat de la division de 1 par a, c'est 1 divisé par a. $\frac{1}{a} \times a = a \times \frac{1}{a} = 1$ Il sait que, si a et b sont non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. Ainsi $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ et $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$. La propriété est prouvée sur un exemple à valeur générique dont chaque étape est verbalisée, puis éventuellement dans le cas général.
– Diviser des fractions.	Abordé par des exemples de multiplications à trou à valeurs génériques, l'élève apprend à diviser deux fractions. Par exemple, si $\frac{2}{3} \times a = \frac{7}{4}$ d'une part, $a = \frac{7}{4} \div \frac{2}{3}$,d'autre part, $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times a = \frac{7}{4} \times \frac{3}{2}$, soit $1 \times a = a = \frac{7}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{8}$. L'élève sait que diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.
– Enchaîner des opérations avec des fractions.	L'élève connaît les règles de priorité et effectue un enchaînement d'opérations sur les fractions du type : $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{9}{8}$; $2 - \frac{3-5}{2}$.
– Résoudre des problèmes.	L'élève utilise les fractions pour résoudre des problèmes du type : Léa a une tablette de chocolat et en mange les 3/8. Ensuite, son frère Paul mange la moitié de ce qu'il reste. Qui a mangé le plus de chocolat ? Le lien est fait avec la résolution des problèmes vus en 5e, à l'aide des schémas en barres.

Puissances

Automatismes

- Carrés parfaits de 1 à 12.
- Multiplier et diviser par 10 ,100,1000 ; savoir compléter 1 200 = 1,2 x…
- Puissances simples : $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$.
- $10^2 = 100$; $10^3 = 1000$.

<table>
<tr><th>Objectifs d’apprentissage</th><th>Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre</th></tr>
<tr><td>– Définir les puissances de 10 d’exposant positif.</td><td>Pour n entier naturel, l’élève écrit 10^n en écriture décimale et inversement.

Par convention $10^0 = 1$.</td></tr>
<tr><td>– Définir les puissances de 10 d’exposant négatif.</td><td>En prenant appui sur un exemple à valeur générique, l’élève rencontre, par divisions successives, les exposants entiers négatifs. Par définition 10^{-n} est l’inverse de 10^n .

10^n est l’inverse de 10^{-n}.

<table>
<tr><th></th><th>Nombre</th><th>Ecriture</th><th>Exposant</th></tr>
<tr><td></td><td>10^3</td><td>$10\times10\times10$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>÷ 10</td><td>10^2</td><td>10×10</td><td>2</td></tr>
<tr><td>÷ 10</td><td>10^1</td><td>10</td><td>1</td></tr>
<tr><td>÷ 10</td><td>10^0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>÷ 10</td><td>10^{-1}</td><td>$0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>÷ 10</td><td>10^{-2}</td><td>$0{,}01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$</td><td>-2</td></tr>
<tr><td></td><td>…</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>– Connaître les préfixes des puissances de 10 de nano à giga.</td><td>L’élève connaît et utilise les préfixes pour le nom et l’écriture de mesures exprimées en puissance de 10 de certaines unités (espace de stockage informatique, production d’énergie électrique, etc.) et il fait le lien avec les conversions (1 kilo c’est 1000 fois plus que l’unité, 1 méga c’est 1000 fois plus que le kilo, etc.).</td></tr>
<tr><td>– Multiplier des puissances de 10.

– Diviser des puissances de 10.</td><td>Sur des exemples à valeur générique et à partir de la définition, l’élève découvre les formules sur les produits ou quotients de puissances de 10.

Pour m et n entiers

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ et $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.

Par exemple $10^5 \times 10^{-3}$ et $\frac{10^5}{10^{-3}} = 10^5 \times \frac{1}{10^{-3}} = 10^5 \times 10^3$.</td></tr>
<tr><td>– Déterminer la notation scientifique d’un nombre.</td><td>L’élève détermine la notation scientifique d’un nombre décimal et l’utilise pour obtenir des ordres de grandeurs et effectuer des comparaisons en lien avec d’autres disciplines (chimie, technologie, etc.) du type « La masse d’un électron est $0{,}0091094 \times 10^{-28}$ kg. La masse d’un proton est $1672{,}6 \times 10^{-30}$ kg. Quelle est la particule la plus lourde ? ».</td></tr>
</table>

Racine carrée

Automatismes

– Donner les carrés des nombres entiers compris entre 1 et 12.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
- Comprendre et connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.	L'élève donne, mentalement, la longueur du côté d'un carré quand son aire est un carré parfait inférieur ou égal à 144. Il sait répondre à une question comme : l'aire d'un carré est 81 cm^2, quelle est la longueur de son côté ? Pour cela, il peut verbaliser « Je cherche le nombre positif qui multiplié par lui-même donne 81 ; or 9 cm $\times$9 cm = 81 cm^2 donc la longueur du côté est 9 cm ». Il passe ensuite de la verbalisation à l'écriture mathématique en écrivant : $c \times c = c^2$ = 81 cm^2 donc c = 9 cm. Sur des exemples génériques, on écrit que 11 $\times$ 11 = 11^2 = 121 donc $\sqrt{121}$ = 11 car 11^2 = 121. La propriété générale est ensuite donnée et admise : si a désigne un nombre positif, il existe un unique nombre entier positif dont le carré est a. On le note $\sqrt{a}$.
– Encadrer la racine carrée d'un entier par deux nombres entiers consécutifs.	L'aire d'un carré étant donnée, on encadre la longueur de son côté par deux nombres entiers consécutifs. Ainsi si l'aire d'un carré est 20 cm^2 alors l'élève peut dire que le carré a une longueur comprise entre 4 cm et 5 cm car 4^2 = 16 et 5^2 = 25. L'élève encadre la racine carrée d'un nombre par deux nombres entiers consécutifs. Il utilise sa calculatrice pour en donner une valeur exacte ou approchée.

Mise en perspective historique et culturelle

– Découverte de l'existence de nombres irrationnels (lien entre l'aire d'un carré et la longueur d'un de ses côtés).
– $\sqrt{2}$ n'est pas décimal (démonstration par l'absurde en considérant le chiffre des unités).

Calcul littéral

Automatismes

– Donner la valeur d'expressions numériques simples.
– Résoudre des équations du type $ax = c$, et $x + b = c$, où a, b et c sont des nombres.
– Écrire $3 \times x$ sous la forme $3x$ et savoir que $3x$ c'est $3 \times x$.
– Connaître et utiliser : $1\times x = x$; $x + x = 2x$; $x \times x = x^2$; $3x + 2x = 5x$; $3x \times 2x = 6x^2$.
– Donner le double, le triple, la moitié, le prédécesseur, le successeur, le carré d'un nombre.
– Tester si un nombre vérifie une égalité.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Produire des formules : aires de formes géométriques simples, nombres pairs/impairs, etc.	Le travail sur les formules est consolidé (aire et périmètre d'un rectangle formé de carrés disposés côte à côte, maison avec des allumettes, carré bordé, etc.). L'élève écrit tout nombre pair sous la forme $2n$ et tout nombre impair sous la forme $2n + 1$ où n est un nombre entier. L'élève contrôle les formules qu'il produit et les solutions des problèmes. Il rencontre à nouveau à cette occasion la notion de contre-exemple.
– Utiliser la distributivité simple (développement, factorisation).	La propriété de la distributivité simple est formalisée et écrite dans les « quatre » sens $k(a + b)$ et $(a + b)k$ (aspect développement et aspect factorisation). L'élève l'utilise pour développer un produit, factoriser une somme, une différence, réduire une expression littérale. Il l'exploite pour du calcul mental. Le rôle du facteur -1 est explicité $-(4x - 2) = -1 \times (4x - 2) = -4x + 2$ (où on fait le lien avec la notion d'opposé) $x^2 - x = x \times x - 1 \times x = x(x - 1)$ Réduire une expression littérale à une variable du type $-x - (5x - 2)$; $2x^2 - 3x + x^2$.
– Démontrer par le calcul littéral.	L'élève mobilise le calcul littéral pour généraliser un résultat (par exemple : équivalence de programmes de calcul différents du type, la somme de 3 nombres entiers consécutifs est multiple de 3).
– Résoudre une équation du premier degré du type $ax + b = c$, notion d'inconnue.	L'élève résout une équation du premier degré du type $ax + b = c$, où a, b et c sont des entiers relatifs et verbalise sa résolution. Le lien est fait avec le test d'une égalité. Le statut de lettre s'enrichit avec la notion d'inconnue. Le professeur fait le lien entre résolution d'équation et programmes de calcul. Quand l'élève a achevé son calcul, il contrôle son résultat.
– Formuler des conjectures à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur pour résoudre de manière exacte ou approchée une équation.	L'utilisation du tableur et la programmation d'algorithmes sont une aide à la formulation de conjecture et permettent la résolution, au moins approchée, d'équations.

CLASSE DE TROISIÈME

Nombres rationnels

Automatismes

- Additionner, soustraire, multiplier et diviser des fractions.
- Simplifier une fraction.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Simplifier des fractions. – Rendre irréductible une fraction.	Rendre irréductible une fraction par simplifications successives.
– Résoudre des problèmes faisant appel à des fractions.	Les fractions sont utilisées pour résoudre des problèmes du type : « Le premier mai, un marchand de muguet a vendu les trois quarts de ses bouquets le matin et les deux cinquièmes du reste l'après-midi. Sachant qu'il lui reste 12 bouquets, combien de bouquets avait-il au début de la vente ? ». Les schémas en barres vus les années précédentes sont utilisés autant que de besoin.

Mise en perspective historique et culturelle

- Notation des ensembles des entiers naturels, des entiers relatifs, des décimaux, des rationnels.

Puissances

Automatismes

- Puissances de 10 positives et négatives.
- Notation scientifique.
- Préfixes des puissances de 10 de nano à giga.
- Produit et quotient de puissances de 10.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Généraliser les connaissances sur les puissances de 10 aux puissances d'un nombre.	En prenant appui sur la puissance de 10 d'exposant négatif, l'élève est conduit à la généraliser pour une base quelconque. Pour n entier et a non nul, on a : $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
– Multiplier et diviser des puissances.	Les formules sur les puissances de 10 sont généralisées à une base quelconque. Pour m et n entiers : $a^m \times a^n = a^{m+n}$ et $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
– Résoudre des problèmes notamment en utilisant la notation scientifique.	L'élève mobilise ses connaissances sur les puissances pour résoudre des problèmes issus d'autres disciplines du type « La vitesse de la lumière est 3×10^8 m/s. Le Soleil se situe à 150 millions de km. Quel est le temps mis par la lumière pour parcourir la distance du Soleil à la Terre ? ».

Mise en perspective historique et culturelle

- L'échiquier de Sissa.
- Combien de fois faut-il couper une feuille en deux, superposer les morceaux, et recommencer, pour atteindre la hauteur de la tour Eiffel ?
- Le papyrus de Rhind.

Racine carrée

Automatismes

- Donner les carrés des nombres entiers compris entre 1 et 12.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Résoudre analytiquement et graphiquement des équations de la forme $x^2 = a$. Écrire l'ensemble des solutions.	Ce travail est mené en lien avec le chapitre sur les fonctions et les représentations graphiques. Après avoir travaillé sur des exemples avec des carrés parfaits en factorisant $x^2 - a$ l'élève généralise : • Si a est positif, l'équation $x^2 = a$ admet deux solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$. • Si a est un nombre négatif, l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution. • L'équation $x^2 = 0$ admet une seule solution 0. Le professeur peut illustrer la résolution à l'aide de la représentation graphique de la fonction carré, en lien avec la recherche graphique d'antécédent. L'ensemble des solutions est explicité : selon le cas, $\{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$; $\{0\}$; $\emptyset$ (ensemble vide).
– Résoudre des problèmes utilisant la racine carrée.	L'élève consolide sa maîtrise de la racine carrée dans le cadre de la résolution de problèmes. Par exemple : étude de l'intersection d'un cercle et d'une droite, avec discussion selon la distance de la droite au centre du cercle.

Mise en perspective

- Notion de parabole et de faisceaux convergents vers son foyer. Lien avec les paraboles pour capter les chaînes de télévision.
- Algorithmes d'extraction de racines carrées

Multiples et diviseurs

Automatismes

- Factoriser un nombre.
- Simplifier une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont dans une même table de multiplication, par exemple $\frac{15}{35}$; $\frac{63}{14}$.
- Trouver un dénominateur commun à deux fractions pour les additionner, les soustraire ou les comparer.
- Appliquer les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.

Calcul littéral

Automatismes

- Résoudre des équations du type $ax = c$, $x + b = c$, $ax + b = c$.
- Simplifier des expressions littérales.

- Calculer la valeur d'une expression algébrique avec des puissances ou non.
- Donner la nature d'une expression littérale : $3x$ + 2 est une somme, 5(x+4) est un produit.
- Développer et factoriser une expression simple.
- Donner l'expression générale d'un nombre pair, d'un nombre impair.
- Prendre l'opposé d'une expression : savoir que $-(\,5-4x) = -5+4x$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Simplifier des expressions multiplicatives ou des rapports.	L'élève simplifie par exemple $(a^2b) \times (bc)$; $\frac{ab^2}{a^2b}$; $\frac{\pi R^2}{2\pi R}$.
– Utiliser la double distributivité.	L'élève développe à l'aide de la double distributivité. Le lien est fait avec la distributivité simple en posant $k = a + b$ dans l'expression $(a+b)(c+d)$. Factoriser des expressions dont le facteur est apparent pour se ramener à une équation produit nul.
– Mettre en équation un problème et le résoudre à l'aide d'une équation du premier degré du type $ax + b = cx + d$.	L'élève résout des équations du premier degré du type $ax + b = cx + d$ ou a, b, c et d sont des décimaux et verbalise sa résolution. L'élève résout des problèmes pour lesquels la mise en équation est une nécessité. Par exemple, il peut chercher quel nombre il convient de choisir il faut pour que deux programmes différents donnent le même résultat.
– Résoudre analytiquement et graphiquement une inéquation du premier degré du type $ax \geq b$.	Ce travail est mené en lien avec le chapitre sur les fonctions. L'élève résout des inéquations du type $ax \geq b$. (Faire le lien avec fonctions linéaires) où a est non nul par le calcul ou à l'aide d'un graphique. Il représente l'ensemble des solutions sur la droite graduée avec un crochet. La notation des intervalles (avec les crochets) peut être introduite mais n'est pas un enjeu d'apprentissage.
– Résoudre une équation produit nul.	L'élève résout des équations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$. Il sait s'il faut effectuer une factorisation ou un développement pour répondre à une question. Il factorise par $(ax + b)$ pour se ramener à ce type d'équation.
– Manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser : $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	L'élève factorise les expressions du type $a^2 - b^2$, ce qui lui permet de résoudre des équations produit nul, notamment les équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée. Les identités remarquables permettent de factoriser des expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

	Les égalités suivantes lues de gauche à droite découlent de la double distributivité. $$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$ $$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
– Utiliser un raisonnement par équivalence ou par analyse-synthèse dans le cadre d'une résolution d'équation.	La résolution d'équation permet de travailler sur la notion d'équivalence. Ainsi le professeur explicite ce que signifient des équations équivalentes. Lors d'une résolution, il précise si le raisonnement s'appuie sur des équations équivalentes ou sur une analyse-synthèse. L'usage du symbole $\Leftrightarrow$ est limité, et toujours justifié, au moins oralement.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Objectifs sur le cycle :

L'enseignement de la Géométrie au cycle 4 a pour objectif majeur d'amener les élèves à mener des raisonnements et à s'initier à la preuve. Cette transition vers une géométrie du raisonnement, entamée en 6e, se fait progressivement, en s'appuyant sur la géométrie perceptive et sur la géométrie instrumentée étudiée précédemment. Ces différentes visions ne doivent pas s'opposer mais se compléter, et faire l'objet d'allers-retours nécessaires à l'élève. L'enseignement de la géométrie se fait donc en continuité car chaque nouvelle approche complète la précédente, mais aussi en rupture car à ce stade de l'apprentissage de la géométrie, la mesure ne constitue plus un élément de preuve.

Dans l'apprentissage du travail de la démonstration, les attentes en termes de formalisme se construisent progressivement. Pourront ainsi être présentés des exemples génériques, des ébauches de preuves, des diagrammes ou schémas de raisonnement, des manipulations donnant l'idée de la preuve, des preuves à compléter ou à mettre dans l'ordre. L'objectif de rédaction est précédé par l'objectif de raisonnement. On privilégiera pour ce faire un travail en deux étapes : une première étape sur la recherche d'une preuve, une seconde sur la mise en forme de la preuve (mais sans formalisme excessif ni rédactions stéréotypées).

La représentation est particulièrement mobilisée. Les élèves sont ainsi amenés, dans un premier temps, le plus possible, puis autant que de besoin, à réaliser des représentations sur leurs cahiers.

Le programme propose de travailler en fil rouge des preuves utilisant les aires, afin de mobiliser les grandeurs géométriques de sensibiliser les élèves à l'identification d'invariants (élément central dans de nombreux raisonnements mathématiques) et à la notion d'universalité (par exemple découvrir puis démontrer une propriété vraie dans tous les triangles, une propriété vraie quelle que soit la position du point M choisi, etc.).

La géométrie est également un domaine dans lequel les élèves pourront accéder à des résultats mathématiques surprenants, leur permettant de toucher du doigt la beauté de certains résultats et de certains raisonnements. Il est important de laisser une place dans l'enseignement des mathématiques au collège, et en particulier en géométrie, à ces moments d'émerveillement qui participent au plaisir de faire des mathématiques.

CLASSE DE CINQUIÈME

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal.
- Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée.

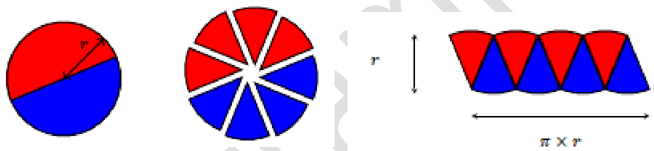
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Sur une droite graduée : • lire l'abscisse d'un point donné ; • placer un point d'abscisse donnée.	Le professeur fait le lien avec l'étude des nombres relatifs.
– Dans le plan muni d'un repère orthogonal : • lire les coordonnées d'un point donné ; • placer un point de coordonnées données.	– L'élève utilise le vocabulaire adapté : origine, coordonnées, axes, abscisse, ordonnée. – Ces notions sont réinvesties dans les autres parties du programme : nombres et calculs, organisation et gestion de données, fonctions.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître des vues (de dessus, dessous…) d'empilements de cubes.
- Dénombrer des cubes dans des empilements.
- Reconnaître un cube, un pavé.
- Reconnaître un patron du cube.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Construire et mettre en relation différentes représentations des solides (pavé droit, cube, cylindre de révolution, prisme droit), perspectives cavalières, patrons).	L'élève met en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé, d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution. L'élève dessine à main levée une représentation en perspective cavalière d'un prisme ou d'un cylindre de révolution. L'élève reconnaît dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires. L'élève construit le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme, et dont les dimensions sont données.

	La représentation en perspective étant donnée, l'élève sait reporter les longueurs données sur les bonnes arêtes du patron proposé.
– Calculer le volume du cube, du pavé droit, du prisme droit. – Convertir des unités (volume et capacité).	L'élève connaît le cm^3 et calcule le volume d'un assemblage de cubes par dénombrement. Le professeur s'appuie sur ce dénombrement pour construire la formule du volume du pavé. L'élève connaît la formule du volume du prisme et sait qu'un pavé droit est un prisme particulier. L'élève effectue des conversions d'unité de volume et de capacité. Il sait que 1 L = $1 dm^3$.
– Calculer l'aire du disque, le volume du cylindre de révolution.	Une démarche expérimentale reliant l'aire du disque à celle d'un parallélogramme permet d'illustrer la formule. Le professeur peut proposer une « preuve sans les mots » :  $(\text{Aire}) = \text{base} \times \text{hauteur} = (\pi \times r) \times r = \pi r^2$ L'élève connaît la formule du volume du cylindre de révolution. Une relation est établie entre les calculs de volume du prisme droit et du cylindre : dans les deux cas, l'aire de la surface de base du solide est multipliée par sa hauteur. L'élève travaille les changements d'unités de volume dans des situations de la vie courante.

Mise en perspective historique et culturelle

- Solides de Platon, formule d'Euler.
- Tableau d'Escher pour jouer sur la perception de l'espace et des volumes.

Transformations

Automatismes

- Reconnaître et construire le symétrique d'une figure par symétrie axiale, dont l'axe est vertical, horizontal, ou en diagonale sur quadrillage.
- Construire le symétrique d'un point, d'une figure, sur feuille blanche.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir le demi-tour, ou symétrie centrale. – Connaître les propriétés du demi-tour.	La symétrie centrale est présentée comme un demi-tour. Selon le contexte, on privilégie la dénomination « demi-tour », pour mieux distinguer de la symétrie axiale, ou « symétrie centrale » pour exploiter le centre de symétrie et parler du symétrique d'un point. Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par demi-tour. Ils découvrent ainsi les propriétés du

	demi-tour (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre symétrie centrale et propriétés du parallélogramme. Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces.

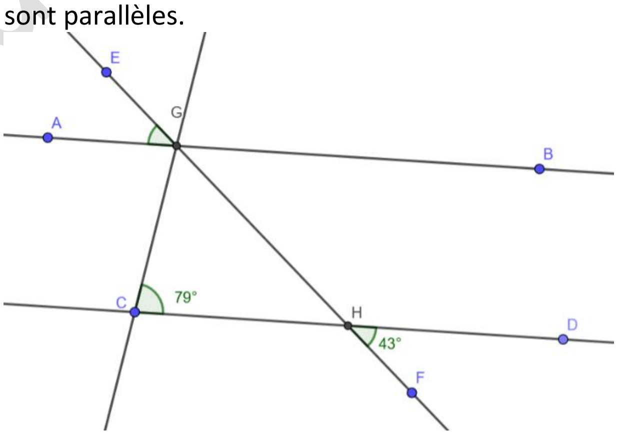
Mise en perspective historique et culturelle

- Rosaces et pavages dans l'art du Moyen Age.
- Lien avec les formes vues dans la nature : flocon, alvéoles d'abeilles, fleurs.

Angles

Automatismes

- Reconnaître et citer sur une configuration géométrique des angles : angle plein, plat, nul ; angles opposés par le sommet, adjacents, supplémentaires, aigus, obtus.
- Savoir qu'un angle droit mesure 90°, qu'un angle plat mesure 180 °.
- Reconnaître une bissectrice.
- Connaître les mesures des angles de l'équerre dont dispose l'élève (30° 60° 90° ou 45° 45° 90°).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Caractériser le parallélisme par les angles : angles alternes internes, angles correspondants.	L'élève connaît et utilise les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques. Ces propriétés sont démontrées à partir des propriétés du demi-tour. Par exemple, l'élève sait calculer l'angle $\widehat{EGA}$ dans la figure ci-dessous, en justifiant, sachant que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.  L'élève sait montrer que des droites sont parallèles en s'appuyant sur des angles alternes-internes ou correspondants de même mesure. On étudiera les cas particuliers où les angles correspondants sont des angles droits.

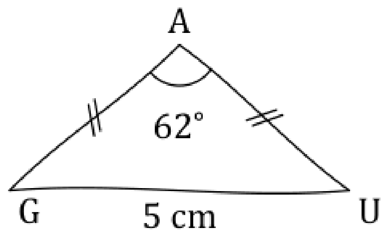
Mise en perspective historique et culturelle

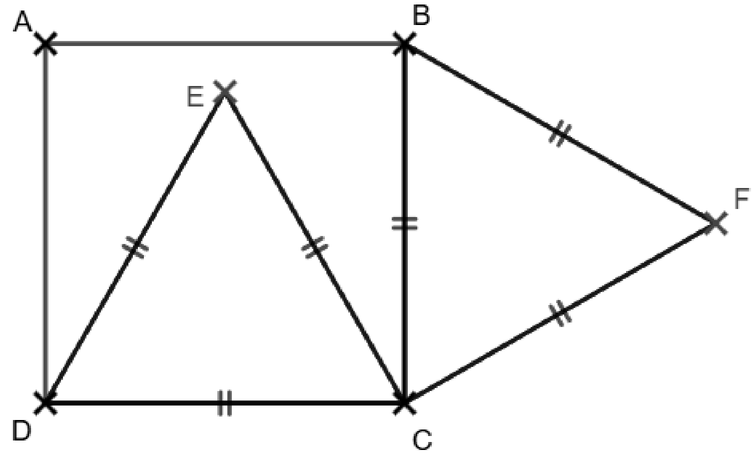
- Éléments d'Euclide (livre, proposition 27 ou 28).

Triangles

Automatismes

- Reconnaître un triangle isocèle, équilatéral ou rectangle à partir d'un schéma codé.
- Connaître la somme des angles d'un triangle, calculer le 3^e angle d'un triangle connaissant les mesures des deux autres.
- Connaître la notion de médiatrice, de cercle circonscrit.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Connaître la somme des angles d'un triangle et savoir la démontrer. – Construire des triangles à partir de données partielles.	En 6^e, les élèves ont utilisé cette propriété sans la démontrer. En 5^e, ils la démontrent en utilisant les angles alternes-internes ou la symétrie centrale. L'élève sait l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle. Il l'utilise pour calculer des angles pour, par exemple, construire des triangles en vraie grandeur à partir de données partielles. Par exemple, l'élève sait qu'il faut d'abord calculer l'angle $\widehat{AUG}$ pour pouvoir construire le triangle AUG ci-dessous.  Par exemple, l'élève montre, en utilisant les angles, que ABCD étant un carré, les points A, E et F sont alignés.

	
– Connaître les propriétés des médiatrices et du cercle circonscrit dans le cas de triangles particuliers.	En 6e, l'élève a prouvé que les médiatrices d'un triangle sont concourantes et il sait tracer le cercle circonscrit. En 5e, il le trace dans les triangles particuliers. Il observe puis admet aussi qu'un triangle rectangle est inscrit dans un demi-cercle dont le diamètre est l'hypoténuse. Ces propriétés seront démontrées en 4e.
– Calculer l'aire d'un triangle. Définir les hauteurs dans un triangle.	L'élève calcule l'aire d'un triangle à partir de la longueur d'un côté et la hauteur associée. L'aire du triangle est obtenue en partant de celle d'un rectangle vue en 6e. La hauteur est définie à cette occasion. L'élève sait que des triangles qui ont des bases de même longueur et des hauteurs de même longueur ont la même aire.
– Savoir que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.	L'élève constate que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre.
– Définir les médianes dans un triangle. – Démontrer qu'une médiane partage un triangle en deux triangles d'aires égales.	L'élève connaît et construit les médianes d'un triangle. Il observe qu'elles sont concourantes en un point appelé centre de gravité. L'élève démontre alors la propriété : une médiane partage un triangle en deux triangles d'aires égales.
– Utiliser ces propriétés dans le cas de triangles particuliers.	L'élève utilise l'aire d'un triangle pour mener des raisonnements.

Mise en perspective historique et culturelle

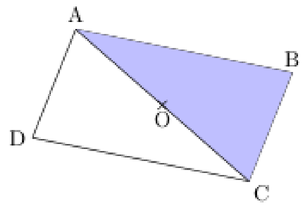
- Droite d'Euler, cercle des neufs points.
- En suivant un programme de construction donné, l'élève construit, à la règle et au compas, un pentagone régulier.
- Construction d'ogives en lien avec l'art gothique.

- Construction de rosaces trilobées, du triangle de Reuleaux.
- Différents instruments de mesure.

Parallélogrammes

Automatismes

- Reconnaître un quadrilatère, un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré, un trapèze, un pentagone, un hexagone dans des figures complexes.
- Exploiter le codage d'une figure pour identifier des parallélogrammes particuliers.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir le parallélogramme. – Construire des parallélogrammes. – Connaître les propriétés caractéristiques des côtés opposés et des diagonales.	Le parallélogramme est défini comme un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles. L'élève justifie les propriétés caractéristiques à partir des propriétés de la symétrie centrale. L'élève construit un parallélogramme en utilisant la définition ou une propriété caractéristique. L'élève démontre qu'un quadrilatère est un parallélogramme en utilisant la définition ou une propriété caractéristique.
– Définir les parallélogrammes particuliers (rectangle, losange, carré). – Connaître les propriétés caractéristiques.	Le rectangle est défini comme un parallélogramme ayant un angle droit ; le losange comme un parallélogramme ayant deux côté consécutifs égaux ; le carré comme étant à la fois un rectangle et un losange. L'élève justifie les propriétés caractéristiques du rectangle, du losange, du carré. L'élève construit ces quadrilatères en utilisant la définition ou une propriété caractéristique. L'élève sait utiliser une propriété caractéristique sur les diagonales ou les côtés pour les construire ou donner la nature du quadrilatère. L'élève sait que tous les carrés sont des losanges et des rectangles. Par exemple, dans la configuration suivante : le triangle DRO est rectangle en R. On construit les points L et E images respectives des points D et O, par le demi-tour de centre R. L'élève sait justifier la nature du quadrilatère DOLE.
– Savoir calculer l'aire d'un parallélogramme et de figures complexes.	L'élève découvre la formule de l'aire du parallélogramme à partir de manipulations et en utilisant l'aire du rectangle. L'élève montre que, ABCD étant un parallélogramme de centre O, les deux aires colorées sont égales. 

	Il détermine l'aire de figures complexes construites à partir de parallélogrammes et du disque.
– Résoudre des problèmes faisant appel à des conversions d'unités de longueur et d'unités d'aires.	L'élève sait estimer une aire, par exemple celle de son département, en utilisant l'échelle d'une carte et des découpages.

CLASSE DE QUATRIÈME

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
  - lire les coordonnées d'un point donné ;
  - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître les solides : cube, pavé, cylindre, prisme droit.
- Connaître et utiliser les formules du volume d'un cube, d'un pavé, d'un prisme, d'un cylindre.
- Reconnaître la base d'un prisme donné en perspective cavalière.
- Connaître et utiliser la formule de l'aire du disque.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Reconnaître des solides (pyramide, cône de révolution).	L'élève comprend qu'un cône de révolution est obtenu par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit.
– Construire et mettre en relation différentes représentations des solides (pavé droit, cube, cylindre de révolution, prisme droit, pyramides et cônes de révolution).	Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide et d'un cône. La construction du patron d'une pyramide permet de retravailler le théorème de Pythagore. La construction du patron d'un cône permet de retravailler la proportionnalité entre l'angle au sommet et le périmètre de la base du cône, amenant à la simplification d'une fraction par le nombre π.
– Connaître le volume de la pyramide et du cône de révolution.	L'élève connaît la formule du volume d'une pyramide et d'un cône de révolution et fait le lien entre les deux formules : $\text{Volume} = \frac{1}{3}\text{aire de base} \times \text{hauteur}$.

	L’élève fait ou voit faire la manipulation de transvasement de liquide ou de sable du contenu de trois pyramides dans un pavé de même base et de même hauteur, ou du contenu de trois cônes dans un cylindre de même base et de même hauteur.

Mise en perspective historique et culturelle

- Lien avec la pyramide du Louvre, les pyramides égyptiennes.

Parallélogrammes et translations

Automatismes

- Dire si des figures planes sont images l’une de l’autre par une symétrie axiale (dont on identifie l’axe) ou par un demi-tour (dont on identifie le centre).
- Dans une configuration donnée, déterminer les images de figures, de droites, de segments, de points par une symétrie axiale ou un demi-tour.
- Reconnaître un parallélogramme à l’aide de sa définition ou d’une propriété caractéristique grâce aux codages.
- Reconnaître un parallélogramme particulier à partir de ses propriétés caractéristiques, notamment à partir des propriétés de ses diagonales.

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Comprendre l’effet d’une translation. – Faire le lien avec les parallélogrammes, les angles.	Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l’aide d’un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises, des pavages ou des rosaces ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme. La définition ponctuelle d’une translation ne figure pas au programme. Exemple : L’élève sait créer avec un logiciel de programmation une frise constituée d’une succession de parallélogrammes.
– Connaître et utiliser les propriétés de conservations des translations.	L’élève connaît les propriétés de conservation des distances et des angles par translation.

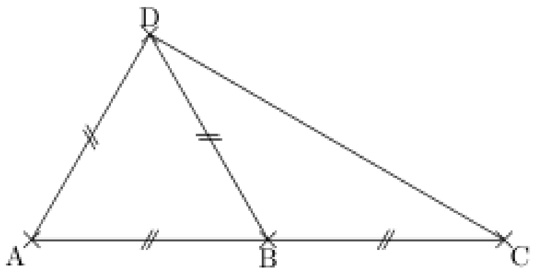
Mise en perspective historique et culturelle

- Pavage d’Escher ou de l’Alhambra.

Triangles

Automatismes

- Reconnaître des droites remarquables, y compris dans les triangles particuliers (médiatrices, médianes, hauteurs, bissectrices).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Connaître les théorèmes relatifs à la droite des milieux dans un triangle.	L'élève connaît et utilise les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : • la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté ; • la droite qui passe par le milieu d'un côté d'un triangle, parallèlement à un deuxième côté, coupe le troisième côté en son milieu ; • le segment reliant les milieux de deux côtés d'un triangle mesure la moitié de la mesure du troisième côté. Ces théorèmes sont démontrés en utilisant le demi-tour, et les propriétés caractéristiques du parallélogramme ou de celles des aires.
– Connaître le théorème de Pythagore, sa réciproque, sa contraposée. – Mener un travail de logique sur la réciproque et la contraposée.	L'élève calcule la longueur d'un côté d'un triangle rectangle lorsqu'il connaît les deux autres longueurs. L'élève détermine si un triangle est rectangle en utilisant la réciproque du théorème et s'il ne l'est pas en citant sa contraposée. Le mot « contraposée » est attendu. Un travail de logique sur le raisonnement par l'absurde est mené.
– Caractériser un triangle rectangle à l'aide de son cercle circonscrit. – Construire des rectangles sans équerre.	L'élève sait caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. Cette propriété est démontrée. L'élève sait trouver le centre du cercle circonscrit d'un triangle rectangle. L'élève sait construire un rectangle sans équerre. Par exemple, l'élève sait justifier que le triangle ADC suivant, les points A, B et C étant alignés, est un triangle rectangle : 

Mise en perspective historique et culturelle

- Théorème de Varignon : l'élève étudie la démonstration historique d'Euclide du théorème basée sur les aires.
- Quelques repères historiques autour de Pythagore et son œuvre.

CLASSE DE TROISIÈME

Repérage sur une droite et dans le plan

Automatismes

- Placer sur une droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre relatif.
- Repérer un nombre relatif sur une droite graduée.
- Dans le plan muni d'un repère orthogonal :
    - lire les coordonnées d'un point donné ;
    - placer un point de coordonnées données.

Représentation de l'espace

Automatismes

- Reconnaître des solides (pavé droit, cube, prisme droit, cylindre, pyramide, cône).
- Connaître et utiliser les formules du volume d'une pyramide ou d'un cône.
- Donner la nature d'une face d'une pyramide représentée en perspective cavalière.
- Identifier les patrons de pyramides données (par exemple inscrites dans un cube).

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir la boule et la sphère – Définir les grands cercles, le diamètre	Le professeur définit la boule de centre O et de rayon R comme l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O inférieure ou égale à R. Il définit la sphère de centre O et de rayon R comme l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O égale à R. Il met en évidence les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés.
– Réaliser des sections de pavé parallèlement à une face, de cylindre parallèlement ou perpendiculairement à son axe, d'une pyramide ou d'un cône parallèlement à sa base, d'une boule .	L'élève dessine en vraie grandeur la section demandée, soit en reportant la longueur nécessaire à partir de la face avant de la perspective, soit en la calculant. L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes. C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueurs en réinvestissant les notions vues en géométrie plane. L'élève connaît et utilise la nature des sections du cube, du pavé droit par un plan parallèle à une face, à une arête. L'élève connaît et utilise la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. L'élève connaît et utilise la nature des sections de la pyramide et du cône de révolution par un plan parallèle à sa base (même nature que la base et dimensions proportionnelles à celles de la base). L'élève connaît et utilise la nature des sections de la boule par un plan.

	L'élève sait calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
– Volume d'une boule de rayon donné.	L'élève connaît la formule, admise, du volume d'une boule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Il résout des problèmes l'amenant à calculer des volumes de solides composés de solides usuels. Ces problèmes sont l'occasion de faire des conversions de volume et de capacité.

Mise en perspective historique et culturelle

- La formule du volume, trouvée au III^e s. avant J.-C., d'après une intuition d'Archimède comme étant 2/3 du cylindre qui contient la boule. Elle a été démontrée plus formellement par Newton au XVII^e.
- Les cinq polyèdres réguliers et de la relation entre Léonard et Luca.

Triangles

Automatismes

- Utiliser la propriété du triangle rectangle et de son cercle circonscrit.
- Écrire l'égalité de Pythagore dans un triangle rectangle.
- Utiliser la droite des milieux pour prouver que des droites sont parallèles, pour calculer une longueur, pour prouver qu'un point est le milieu d'un côté.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Connaître et appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque, sa contraposée (configurations des triangles emboîtés et configuration dite du papillon).	L'élève utilise le théorème de Thalès pour calculer des longueurs, en utilisant la proportionnalité des longueurs des côtés homologues. L'élève utilise sa réciproque pour établir un parallélisme. Il utilise la contraposée pour montrer que des droites ne sont pas parallèles. Un travail sur la logique est mené. Dans le cas des triangles emboités, l'élève comprend la démonstration du théorème de Thalès par les aires.
– Connaître et utiliser les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.	L'élève connaît et utilise les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle. Il calcule des longueurs et des angles en utilisant ces relations. Il démontre la relation :$(\cos(A))^2 + (\sin(A))^2 = 1$

Mise en perspective historique et culturelle

- Repères historiques autour du théorème de Thalès, qui n'est pas appelé comme cela dans les autres pays.
- Construction des polygones réguliers à la règle et au compas.

Translations et vecteurs

Automatismes

– Mobiliser les connaissances sur la symétrie axiale, le demi-tour, la translation, la rotation.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Définir et utiliser la translation : définition ponctuelle avec parallélogramme.	La translation qui transforme A en B (appelée translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$) transforme un point C en l'unique point D tel que ABDC soit un parallélogramme (éventuellement aplati, c'est-dire que A, B, C, D sont alignés et [AD] et [BC] ont même milieu). On remarque que si la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ transforme C en D alors la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ transforme A en B. La translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ représentent alors la même transformation du plan.
– Définir et utiliser les notions de vecteur, de vecteurs égaux, de vecteur nul, d'opposé d'un vecteur.	L'élève connaît la définition d'un vecteur : ainsi, si A et B sont deux points distincts, le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est défini par : - la direction de la droite (AB) ; - le sens de A vers B ; - la longueur AB. Deux vecteurs sont dits égaux s'ils ont même direction, même sens et même norme. L'élève représente sur papier quadrillé un vecteur non nul par un segment orienté (flèche) et sait reconnaître si deux segments orientés représentent le même vecteur. Deux vecteurs définissent la même translation si, et seulement si, ils sont égaux. ABDC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$. On remarque que quel que soit le point C du plan, on peut trouver un (unique) point D tel que $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$. La translation qui transforme A en A transforme tout point en lui-même. On écrira donc $\overrightarrow{\mathrm{AA}} = \overrightarrow{\mathrm{BB}} = \overrightarrow{\mathrm{CC}} = \cdots = \vec{0}$ appelé vecteur nul.
– Définir et utiliser la somme de deux vecteurs par enchaînement de deux translations. – Découvrir et utiliser la relation de Chasles.	L'élève observe qu'enchaîner deux translations revient à faire une translation. Il remarque en particulier que la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$. On définit la somme de deux vecteurs à l'aide de la relation de Chasles : $\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ On remarque que $\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{AA}} = \vec{0}$.

	On définit l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ noté -$\overrightarrow{AB}$ par -$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. L'opposé d'un vecteur a donc même direction et même norme, mais un sens opposé. L'élève construit des sommes de vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$ en construisant le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$. On peut utiliser la notation $2\overrightarrow{AB}$ pour désigner $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$ et remarquer qu'il s'agit d'un vecteur de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AB}$ mais de norme 2 fois plus grande. L'élève détermine des représentants de somme de vecteurs sur des figures géométriques. Il utilise la relation de Chasles pour décomposer des vecteurs en somme et réaliser des démonstrations (par exemple démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ où C est le 4e sommet du parallélogramme ABCD).
– Caractériser vectoriellement le milieu d'un segment.	L'élève connaît la caractérisation du milieu d'un segment à l'aide d'une égalité vectorielle. Il l'utilise dans des démonstrations. Par exemple il peut démontrer le théorème de Varignon en utilisant les vecteurs.

Mise en perspective historique et culturelle

- Savoir qu'un hexagone est obtenu à partir de triangles équilatéraux.
- Lien avec les fractales comme les flocons de Von Koch ou les triangles de Sierpinski.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES ET PROBABILITÉS

Statistiques

Objectifs sur le cycle

Certaines des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées lors des cycles précédents. Au cycle 4, les élèves sont confrontés à diverses situations de travail sur des données : les utiliser, les représenter, les interpréter. Ils sont amenés à analyser et à comparer, en particulier pour dégager des informations pertinentes. Ce travail permet de développer leur esprit critique, de les éclairer pour prendre des décisions et de les mettre en garde sur des manipulations par des présentations trompeuses.

La compétence *Communiquer* est particulièrement travaillée dans la résolution des exercices de cette partie du programme.

La compétence *Représenter* est très souvent mobilisée dans cette partie du programme. Il est important que les élèves réalisent des représentations sur leurs cahiers.

Cette partie du programme est propice à l'utilisation du tableur. Le professeur et les élèves devront y avoir recours aussi fréquemment que possible.

Probabilités

Au cycle 3, les élèves ont travaillé sur les notions élémentaires de probabilité : ils savent qu'une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 et qu'elle peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d’un nombre décimal ou d’un pourcentage. Ils ont calculé des probabilités dans des situations simples d’équiprobabilité.

Au cycle 4 on formalise la notion de probabilité dans le cas fini en s’appuyant sur le langage des ensembles et on précise les premiers éléments de calcul des probabilités.

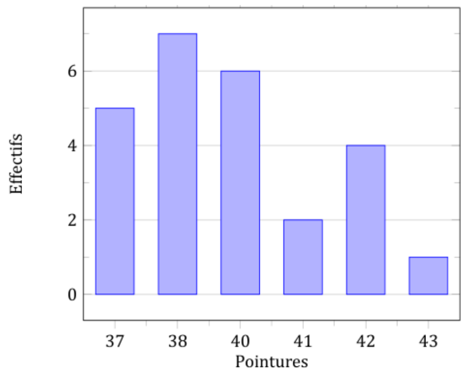
L'élève rencontre des situations familières (par exemple, lancers de pièces ou de dés équilibrés, tirage au hasard dans une population) où il utilise le modèle de l'équiprobabilité. L'équiprobabilité est une hypothèse qui ne se démontre pas, mais qui peut être jugée pertinente par un argument de symétrie. Elle peut faire l'objet d'une discussion en classe et être confrontée à l’expérience.

Dans d’autres cas, un modèle probabiliste peut être construit à partir de fréquences observées (par exemple : sexe d’un enfant à la naissance) en s’appuyant sur l’idée de stabilisation des fréquences (loi des grands nombres).

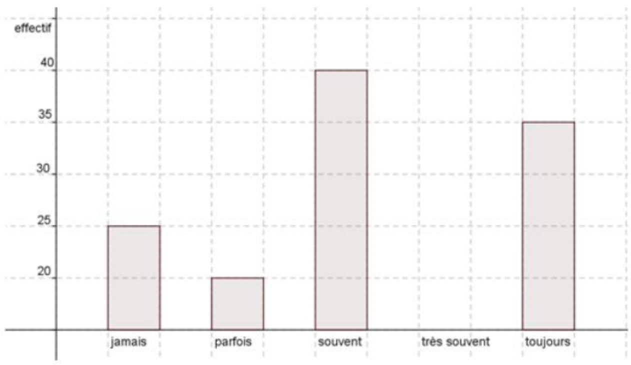
Dans tous les cas, on distingue la situation réelle du modèle probabiliste utilisé pour la décrire.

CLASSE DE CINQUIÈME

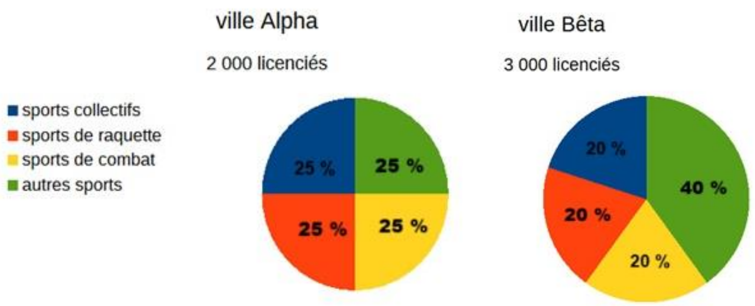
Statistiques

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Recueillir et organiser des données.	Le travail commencé en sixième de définition d’une enquête, de son sujet, de la population à étudier, du questionnaire à élaborer, de la collecte des données, etc. est poursuivi. Par exemple, le professeur peut organiser, en groupe, un sondage sur les élèves de la classe ou de plusieurs classes (temps passé sur les écrans, nombre d’heures de sommeil, nombre de frères et sœurs, …), recueillir les réponses à ce sondage, et demander aux élèves à les organiser sous forme de tableau ou de graphique, puis utiliser les indicateurs statistiques (moyenne, fréquences) pour commenter les résultats.
– Calculer des effectifs et des fréquences (exprimées sous forme décimale, fractionnaire ou de pourcentage).	Exemple : À partir du diagramme suivant : – Calculer le nombre de personnes chaussant au moins du 40. – Calculer la fréquence des personnes chaussant du 40. – Calculer la fréquence des personnes chaussant au moins du 42. 

<table>
<tr>
<td>– Lire et interpréter des informations présentées sous forme de tableaux, de diagrammes et de graphiques.</td>
<td>
Le professeur peut faire réagir les élèves sur les choix qui ont été faits pour représenter des séries statistiques : échelle, origine du repère, pertinence des lignes reliant les points d'un graphique dans le cas d'une série discrète, etc. et leur présenter des représentations de données ambiguës, voire trompeuses en leur demandant de les critiquer
Par exemple l'élève réagit à la situation suivante : on a demandé à un échantillon de personnes à quelle fréquence elles regardent la télévision lors de la pause de midi. Le graphique ci-dessous représente les résultats de cette enquête.



Paul affirme qu'il y a deux fois plus de personnes qui regardent « souvent » la TV que de personnes qui la regardent « parfois ». Est-ce vrai ?
Ou : les diagrammes circulaires ci-dessous représentent la répartition des sportifs dans deux villes.
Tom dit : « il y a moins de pratiquants de sports collectifs dans la ville Bêta. »
Expliquer pourquoi ce que dit Tom est incorrect.



</td>
</tr>
<tr>
<td>– Représenter, sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur, des données sous la forme d'un tableau, d'un diagramme (diagramme en barre,</td>
<td>Le diagramme circulaire est pertinent pour visualiser des parts dans un tout (notamment les comparer à 50%, 25%). Le diagramme en barres est intéressant pour comparer des effectifs ou des proportions.</td>
</tr>
</table>

diagramme circulaire) ou d'un graphique cartésien. – Choisir une représentation adaptée à ce qu'il convient de mettre en avant.	
– Calculer et interpréter la moyenne simple d'une série de données.	Pour que les élèves comprennent bien le sens des nombres qu'ils manipulent, il convient de laisser les unités (jours) ou bien la grandeur représentée (nombre de SMS) dans les calculs. Par exemple durant les deux dernières semaines, Léa a envoyé un total de 329 SMS à sa copine Claire. Quel est le nombre moyen de SMS envoyé par jour ? $\frac{329\text{ SMS}}{14\text{ jours}} = 23{,}5$ SMS envoyés par jour en moyenne. L'élève remarque que même si les données de l'énoncé sont des nombres entiers, la moyenne peut être un nombre non entier. L'élève comprend comment évolue une moyenne lorsque toutes les données varient de façon identique. Par exemple : Voici les performances de huit athlètes qui ont participé à un concours de lancer de javelot : **62 m – 73 m – 58 m – 64 m – 71 m – 62 m – 65 m – 59 m.** L'élève calcule la longueur moyenne de ces lancers. Il détermine quelle serait la longueur moyenne si chaque athlète arrivait à augmenter sa performance de 1 mètre.

Probabilités

Automatismes

- Positionner sur une échelle de probabilité les événements du type :
  - événement impossible ;
  - événement certain ;
  - obtenir pile en lançant une pièce équilibrée ;
  - obtenir une valeur donnée en lançant un dé équilibré ;
  - obtenir une couleur d'une boule lors du tirage dans une urne ;
  - ne pas obtenir la bonne combinaison au loto ;
  - obtenir 10 fois de suite la valeur 1 en lançant un dé à six faces.
- Donner la probabilité sous diverses formes (fraction, décimale, pourcentage) pour les cinq premiers événements ci-dessus.
- Lier l'expression « une chance sur quatre » (par exemple) et la probabilité $\frac{1}{4}$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples. – Utiliser le vocabulaire des probabilités dans des contextes concrets : expérience aléatoire, issue, événement.	L'élève expérimente des jeux de hasard : pièces, dés, urnes, roues de loterie. Il verbalise des exemples d'issues ou d'événements.
– Attribuer des probabilités dans des cas simples (équiprobabilité).	L'élève choisit de décrire une situation par une équiprobabilité des issues, en justifiant ce choix par un argument de symétrie ou en l'absence d'argument en faveur d'une non équiprobabilité : par exemple, dé équilibré ou tirage d'objets identiques dans une urne. Il comprend que ce choix peut être mis en question dans certaines circonstances (dé pipé, objets de tailles ou de masses différentes dans une urne).
– Répéter matériellement une expérience aléatoire simple. Enregistrer les résultats observés dans un tableau d'effectifs et de fréquences.	Ce travail est mené en lien avec le chapitre Statistiques. Par exemple, les élèves lancent vingt fois une pièce ou un dé, notent les résultats obtenus, les rassemblent dans un tableau, représentent les effectifs et les fréquences.

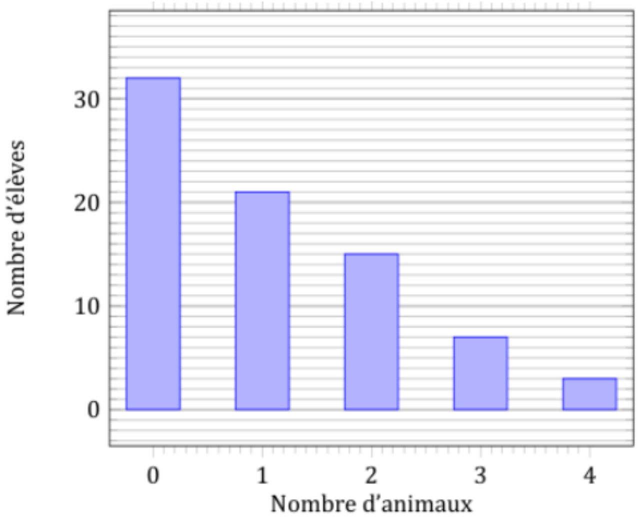
CLASSE DE QUATRIÈME

Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne pour un très petit nombre de valeurs.
- Calculer un effectif manquant dans un tableau pour un petit nombre de valeurs.
- Calculer une fréquence simple.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Calculer une moyenne pondérée dans le cas d'une série discrète (on se limitera à de petits effectifs). – La série peut être présentée sous forme de données brutes, d'un tableau ou d'un diagramme en barres.	Le travail commencé en cinquième sur le calcul de moyenne est poursuivi. L'élève remarque qu'il peut être judicieux de commencer par construire un tableau d'effectifs avant de calculer une moyenne quand le nombre de valeurs est important. Exemple : « Une classe de quatrième a passé un test comprenant 10 questions. Voici le nombre de bonnes réponses données par chaque élève :

	5 ; 3 ; 8 ; 2 ; 8 ; 6 ; 8 ; 3 ; 2 ; 2 ; 7 ; 10 ; 5 ; 1 ; 8 ; 8 ; 6 ; 5 ; 2 ; 4 ; 6 ; 3 ; 2 ; 6 ; 8 ; 10 ; 6 ; 4 ; 2 ; 10. Construire un tableau d'effectifs puis calculer le nombre moyen de bonnes réponses pour un élève de cette classe. » Exemple : « Calculer le nombre moyen d'animaux possédé par un élève de sixième en utilisant le diagramme ci-dessous. »  Dans la continuité des classes précédentes, on peut laisser les unités dans les calculs pour aider les élèves à comprendre les nombres qu'ils manipulent : $32 \times 0A + 21 \times 1A + 15 \times 2A + 7 \times 3A + 3 \times 4A =$ 84 Animaux $\frac{84\ Animaux}{78\ élèves} \approx$ 1,1 animal par élève en moyenne.
– Déterminer une médiane dans le cas d'une série de petit effectif présentée sous forme de données brutes. – Calculer et interpréter l'étendue d'une série présentée sous forme de données brutes, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire.	On appelle médiane toute valeur qui partage la série ordonnée en deux sous séries de même effectif. L'élève calcule une médiane. Il fait figurer l'unité dans le résultat. L'élève interprète la valeur d'une médiane. Dans le cas d'une série d'effectif pair, la médiane n'est généralement pas unique. Le professeur peut discuter ce cas en classe, en indiquant que cela n'a pas d'importance pratique pour les séries ayant un grand effectif.
– Comprendre l'évolution de la médiane et de la moyenne quand on ajoute une valeur extrême.	L'élève sait comment vont évoluer la moyenne et la médiane si on modifie ou si on ajoute une valeur à la série. Par exemple : « Une assemblée contient onze personnes dont les salaires mensuels sont les suivants : 1800 € ; 1600 € ; 1450 € ; 2700 € ; 1600 € ; 2200 € ; 1900 € ; 1900 € ; 3100 € ; 2600 € et 2000 €.

	Une douzième personne arrive dans l'assemblée ; son salaire mensuel est 10 000 €. Comment vont évoluer les salaires moyen et médian ? »
– Résoudre des problèmes faisant intervenir les différents indicateurs.	L'élève invente un problème correspondant à des contraintes. Exemple : « On a une série de six données ordonnées dans laquelle il manque les quatre dernières données : 23 < 27 < .... < .... < .... < .... Compléter cette série en respectant les contraintes suivantes : • toutes les valeurs sont différentes ; • une valeur médiane est 39 ; • la moyenne est égale à 50 ; • l'étendue est égale à 75. L'élève trouve une situation concrète qui pourrait représenter ces valeurs. »
– Résoudre des problèmes de comparaison de séries statistiques.	Pour une meilleure compréhension des différents indicateurs et de leur importance le professeur peut proposer régulièrement aux élèves des problèmes de comparaison de séries statistiques. Exemple : **«** Deux classes du collège ont répondu à la question suivante : « Combien de livres avez-vous empruntés durant les 12 derniers mois ? » Les deux classes ont communiqué les réponses de deux façons différentes : <u>Classe n°1 :</u> 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 7 <u>Classe n°2 :</u> Effectif total : 25 élèves ; Moyenne : 4 livres ; Étendue : 8 livres ; Médiane : 5 livres - Comparer les nombres moyens de livres empruntés dans chaque classe. - Un « grand lecteur » est un élève qui a emprunté 5 livres ou plus. Quelle classe a le plus de « grands lecteurs » ? - Dans quelle classe se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres ? »
– Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l'étendue d'une série statistique.	L'élève utilise le tableur, lorsqu'il doit traiter un grand nombre de valeurs dans une série, pour déterminer les indicateurs de la série. L'élève utilise les fonctions « somme, moyenne, médiane, max, min et nb » du tableur.

	L'élève sait interpréter les résultats.

Mise en perspective historique et culturelle

- Le premier traité des *Essais d'arithmétique politique* de Willem Kersseboom (18e s.)

Probabilités

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Utiliser le vocabulaire et les notations ensemblistes pour décrire une expérience aléatoire dans des cas simples. – Définir : événement complémentaire, réunion, intersection, ensemble vide (événement impossible). – Calculer la probabilité d'un événement et de son complémentaire.	L'élève décrit un événement comme ensemble d'issues et détermine sa probabilité comme somme des probabilités des issues. Par exemple, l'élève décrit l'expérience aléatoire du lancer de dé : l'univers est l'ensemble des issues {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} ; un exemple d'événement est $A = \{3\,;6\}$ ou encore le résultat est multiple de 3 ; son complémentaire est {1 ; 2 ; 4 ; 5} ; un autre événement est $B = \{2\,;4\,;6\}$; l'élève détermine l'intersection $A \cap B$ et la réunion $A \cup B$ et sait verbaliser ces événements. Il sait déterminer leurs probabilités. Le vocabulaire et les notations ensemblistes peuvent, par ailleurs, être employés en géométrie (intersection de droites, cercles, etc.) ou pour exprimer l'ensemble des solutions d'une équation.
– Exemples simples d'expériences aléatoires à deux épreuves (par exemple, lancer de deux pièces, d'une pièce et d'un dé, de deux dés, etc.)	Par exemple, pour une pièce et un dé, l'élève utilise une représentation par un tableau ou un arbre, détermine l'ensemble des 12 issues {(P ; 1) ; (P ; 2)] ; etc.}. Il fait, en l'expliquant, le choix de l'équiprobabilité des 12 issues et calcule des probabilités. Dans le cas de deux pièces ou de deux dés, le professeur amène l'élève à bien distinguer les deux épreuves : par exemple, en faisant deux lancers successifs ou, en cas de lancer simultané, en introduisant dans un premier temps une façon d'opérer cette distinction (par exemple, lancer simultané de deux dés de couleur ou de taille différente).
– À partir de la répétition d'une expérience aléatoire, réalisée matériellement ou simulée, comparer des graphiques de distributions (fréquentielle et théorique). – Observer la fluctuation des fréquences pour un nombre de répétitions	L'expérience aléatoire répétée peut être un expérience aléatoire composée (lancer de deux ou trois pièces, lancers de deux ou trois dés dont on prend la somme). L'objectif est de faire percevoir l'aspect fréquentiel de la probabilité (version vulgarisée de la loi des grands

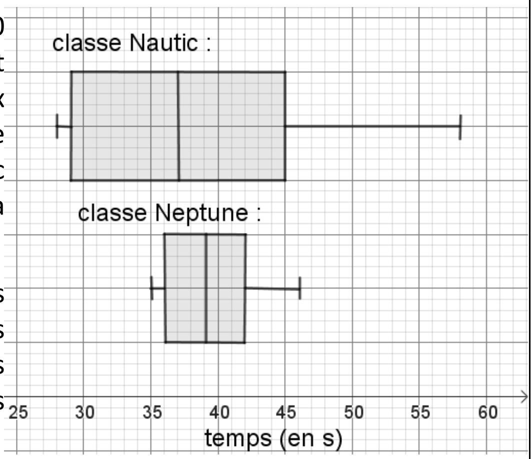
fixé de l'expérience aléatoire.	nombres) : la fréquence observée fournit une approximation de la probabilité.

CLASSE DE TROISIÈME

Statistiques

Automatismes

- Calculer une moyenne.
- Donner une médiane pour une série comportant un petit nombre de valeurs.
- Calculer l'étendue d'une série.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Calculer des effectifs cumulés croissants.	À partir d'un tableau d'effectifs, l'élève calcule les effectifs cumulés croissants.
– Donner les quartiles et la médiane d'une série donnée sous forme de tableau d'effectifs ou de diagramme en barres.	En utilisant les effectifs cumulés croissants, l'élève détermine la médiane et les premier et troisième quartiles (Q1 et Q3) d'une série statistique.
– Construire des boîtes à moustache pour représenter les valeurs de position d'une série statistique.	L'élève construit des boîtes à moustache comprenant les éléments suivants : valeur minimum, premier quartile, médiane, troisième quartile, valeur maximum, en veillant de bien faire figurer l'échelle.
– Comprendre et interpréter des données statistiques.	L'élève compare deux séries statistiques en analysant les « boîtes à moustache ». On a représenté les temps au 50 mètres de vingt nageurs de deux classes de troisièmes avec des boîtes à moustache. Interpréter les deux diagrammes pour comparer les performances des deux classes. 

<table>
<tr><td></td><td>L’élève comprend et interprète le tableau suivant donnant la dispersion des salaires mensuels nets en 2021 (source INSEE)
<table>
<tr><td></td><td>Secteur Privé</td><td>Fonction publique</td></tr>
<tr><td>Premier quartile</td><td>1590 €</td><td>1770 €</td></tr>
<tr><td>Médiane</td><td>2010 €</td><td>2180 €</td></tr>
<tr><td>3e quartile</td><td>2770 €</td><td>2760 €</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>– Utiliser le tableur pour calculer une moyenne, une médiane et l’étendue d’une série statistique.</td><td>Le travail commencé en 5e et 4e sur la représentation de données et sur l’utilisation des fonctions dans le tableur est poursuivi.</td></tr>
</table>

Probabilités

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Connaître et appliquer la relation $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.	En situation d’équiprobabilité, l’élève calcule une probabilité en prenant le rapport du nombre de cas favorables au nombre total de cas. L’élève calcule des probabilités d’événements faisant intervenir « ou », « et » « ou exclusif ». Pour des expériences aléatoires à deux épreuves indépendantes, l’élève représente ou utilise des arbres de dénombrement ou des tableaux.
– Simuler des expériences aléatoires indépendantes. – Observer la stabilisation des fréquences lorsqu’on augmente le nombre de répétitions de l’expérience aléatoire, faire le lien entre fréquence et probabilité en fonction du nombre de répétition.	L’objectif est de faire percevoir que, quand le nombre de répétitions augmente, les fluctuations dues au hasard diminuent, et que la fréquence observée approche mieux la probabilité théorique.

Mise en perspective historique et culturelle

- Problème de l’erreur de D’Alembert.

PROPORTIONNALITÉ, FONCTIONS

Cette partie du programme regroupe les notions de proportionnalité et de fonction pour répondre à un double objectif :

- introduire progressivement la notion de fonction, pour décrire une dépendance entre deux grandeurs, dont la proportionnalité est un cas particulier ;
- affermir la maîtrise des raisonnements liés à la proportionnalité, en liaison avec les situations de proportionnalité courantes : changement d'échelle, changement d'unité, pourcentages, rapports et ratios.

Au cycle 4, la proportionnalité occupe toujours une place centrale. Il s'agit d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité (notamment au niveau de ses applications : pourcentages, rapports et ratios, changements d'unité, changements d'échelle, fonctions linéaires etc.).

Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient. Les procédures vues précédemment sont poursuivies ; la nature des nombres mis en jeu évolue.

La notion de fonction apparaît d'abord dans le cadre des grandeurs, avec des situations simples de proportionnalité ou de non proportionnalité.

Dès la cinquième, on emploie l'expression « en fonction de ». En quatrième, on donne des exemples où on utilise une formule, un graphique ou un tableau de valeurs pour traduire la dépendance d'une grandeur en fonction d'une autre. Des exemples de fonctions sont étudiés en troisième, sans étude générale de la notion de fonction.

Les notations fonctionnelles de type $P(A), p(t)$ ainsi que la flèche $\rightarrow$ sont utilisées progressivement dans tous les chapitres du programme.

CLASSE DE CINQUIÈME

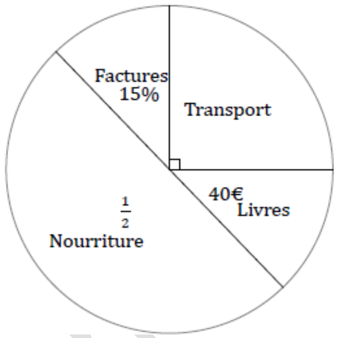
Proportionnalité

Automatismes

- Reconnaître si une situation donnée entre dans le cadre de la proportionnalité ou non.
- Dans des situations simples, mobiliser une procédure adaptée (propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité) pour résoudre un problème lié à la proportionnalité. Par exemple :
  - à partir d'une recette pour 4 personnes, on sait donner (ou verbaliser la procédure) les quantités lorsque l'on passe à 2, 8 ou 6 personnes ;
  - si l'on connaît le prix d'un kilogramme de tomates, on sait comment calculer le prix de 3 kg ou de 4,3 kg de tomates ;
  - lors de l'élection des délégués de la classe, 4 élèves se présentent. Chaque élève a voté pour un seul candidat. Voici les résultats :

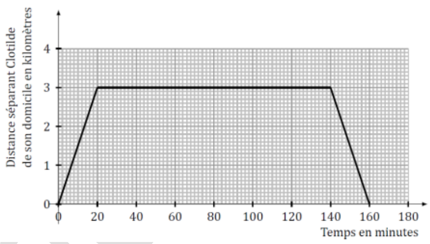
Alexis	Chloé	Salma	Djibril	Total
6	12	3	3	24

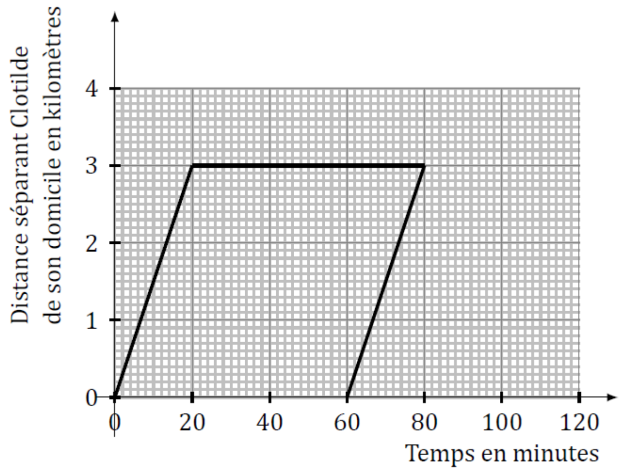
Calculer le pourcentage de voix de chaque candidat.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Utiliser des proportions, des pourcentages. – Calculer, appliquer des proportions, des pourcentages ; appliquer une proportion, un pourcentage.	Par exemple l'élève sait résoudre des problèmes du type : • Dans un groupe de 40 personnes, 18 ne possèdent pas de smartphone. Déterminer le pourcentage de personnes de ce groupe qui possèdent un smartphone. • Calcul d'intérêts simples. • Calcul de la TVA sur un prix hors taxe.  Le graphique ci-contre représente les dépenses de Charlotte le mois dernier. Combien a-t-elle dépensé pour la nourriture ?
– Identifier des situations de proportionnalité dans des contextes concrets (prix, recettes, distances, échelles).	L'élève reconnaît et verbalise une situation de proportionnalité : le prix est proportionnel à la quantité ; la distance réelle est proportionnelle à la distance sur la carte ; à vitesse constante, la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours. Il fait le lien avec la propriété de linéarité (par exemple : si le temps de parcours est deux (trois) fois plus long, alors la distance est deux (trois) fois plus longue. Il reconnaît que certaines situations ne relèvent pas de la proportionnalité (par exemple : parfois, le prix n'est pas proportionnel à la quantité etc.).
– Utiliser un coefficient de proportionnalité dans des contextes concrets (prix unitaire, vitesse moyenne, échelle, etc.).	L'élève comprend le sens du coefficient de proportionnalité, dans des situations de proportionnalité entre deux grandeurs (vitesse, échelle, prix unitaire, etc.). L'élève calcule un coefficient de proportionnalité, ou utilise un coefficient de proportionnalité pour calculer une valeur. Les procédures de calcul vues au cycle 3 sont réactivées (linéarité, retour à l'unité). Le coefficient de proportionnalité met en jeu des grandeurs et il n'est pas purement numérique. Il est utile de conserver les unités dans les calculs. Les calculs numériques peuvent faire apparaître des entiers, des décimaux, des fractions ou des quotients de deux nombres, mais doivent rester simples.
– Représenter une situation de proportionnalité par un tableau ou un graphique.	L'élève représente une situation de proportionnalité par un tableau ou un graphique. Il sait reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité. L'élève détermine une valeur manquante, à partir d'un tableau ou d'un graphique.

– Remarquer puis admettre que dans une situation de proportionnalité les points sont alignés avec l'origine du repère dans la représentation des données.	En liaison avec la section sur les fonctions, l'élève interprète un tableau représentant une situation de proportionnalité comme correspondance entre deux grandeurs. Les tableaux considérés ici sont associés à une situation concrète exprimant une relation de proportionnalité entre deux grandeurs : ils sont présentés en deux lignes (ou deux colonnes), chaque ligne (ou colonne) étant associée à l'une des grandeurs en jeu. La présentation par lignes ou par colonnes est choisie selon le contexte. La manipulation de tableaux de nombres décontextualisés n'est pas un objectif du programme de cinquième.

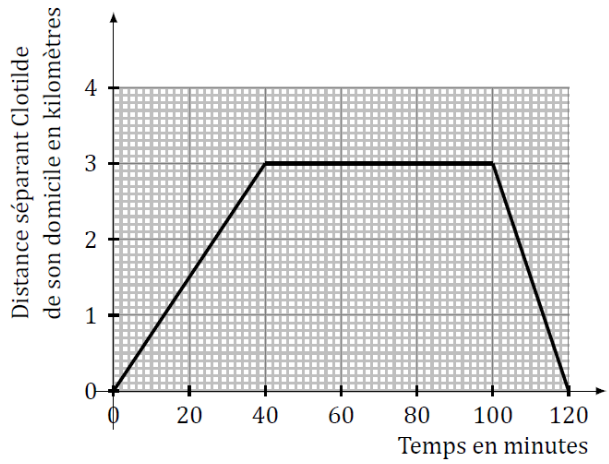
Fonctions

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Introduire l'expression : « en fonction de » dans des contextes concrets ou mathématiques. – Produire un tableau de valeurs. – Lire et interpréter un tableau de valeurs. – Placer dans un repère orthogonal donné des points correspondant à un tableau de valeurs. – Lire un graphique cartésien donné par une courbe ou un nuage de points.	L'élève résout des problèmes du type : « Clotilde se rend chez Juliette en bus, passe un moment avec elle et revient à son domicile. On modélise cette activité par le graphique suivant avec en abscisse le temps en minutes et en ordonnée la distance qui sépare Clotilde de chez elle. Graphique 1  1. Combien de temps a-t-elle passé chez Juliette ? 2. Quelle est la vitesse du bus ? Graphique 2 Ce graphique peut-il représenter la situation ?

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Graphique 3

Clotilde a choisi de partir à pied et revenir en bus. Comment cela se traduit-il sur le graphique ?



</td>
</tr>
<tr>
<td>

– Traduire la relation de dépendance entre deux grandeurs par un tableau de valeurs à partir d’une formule.
– Produire une formule simple représentant la dépendance de deux grandeurs.
</td>
<td>

L’élève construit un tableau de valeurs par exemple traduisant la dépendance entre la distance de freinage et la vitesse ou entre la température ressentie pour un vent de 60 km/h et la température ambiante.

L’élève exprime par exemple l’aire d’un carré en fonction de la longueur de son côté ou le volume d’un cylindre de rayon 3 cm en fonction de sa hauteur.

Dans les exemples proposés, le professeur peut introduire des notations fonctionnelles : par exemple $A(c) = c^2$ pour l’aire du carré de côté c.
</td>
</tr>
<tr>
<td>

– Caractériser graphique de la proportionnalité.
</td>
<td>

L’élève sait qu’une droite passant par l’origine décrit une situation de proportionnalité.

L’élève sait qu’une situation de proportionnalité se représente par une droite passant par l’origine.
</td>
</tr>
</table>

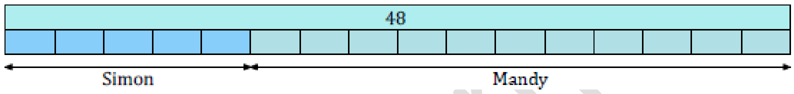
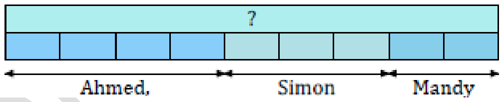
CLASSE DE QUATRIÈME

Proportionnalité

Automatismes

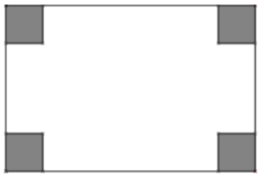
- Déterminer a % de c quand a vaut 100, 50, 25, 10, 1.
- Compléter : $20~\%$ de $120 = \cdots ;~ 30 = \frac{?}{100} \times 1000$.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Utiliser des grandeurs quotients, avec ou sans unités.	Dans le cas où les grandeurs sont de natures différentes le coefficient de proportionnalité est une grandeur quotient dont l'unité est composée des deux unités en présence (€/L, €/kg, €/m, etc.), à laquelle il convient de donner du sens (consommation, vitesse, masse volumique, etc.).
– Comparer deux nombres ou deux grandeurs à l'aide de leur rapport.	L'élève comprend que le quotient de deux nombres ou grandeurs permet de les comparer. Il peut s'agir d'une comparaison de deux grandeurs de même nature (rapport de linéarité) ou de deux grandeurs de nature différente en situation de proportionnalité (coefficient de proportionnalité). Pour deux nombres ou grandeurs, on peut employer le terme de « ratio », qui est dans ce cas synonyme de rapport.
– Exprimer la proportionnalité entre deux suites de nombres par des égalités de rapports	L'élève fait le lien entre la proportionnalité de suites de nombres et l'égalité des rapports des nombres correspondants. Par exemple, il comprend que a, b, c sont proportionnels à 2, 3, 7 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. La valeur commune de ces rapports est égale au coefficient de proportionnalité entre 2, 3, 7 et a, b , c. On dit aussi dans ce cas que a, b, c sont dans le ratio 2 :3 :7.
– Déterminer une quatrième proportionnelle.	L'élève sait que si a, b, c, d sont des nombres et si $b \neq 0$ et $d \neq 0$, $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$ et l'applique pour déterminer une quatrième proportionnelle (procédure du produit en croix). L'utilisation du produit en croix ne doit pas être systématique. Les procédures de calcul étudiées dans les classes antérieures restent utilisables.
– Calculer avec des pourcentages.	L'élève détermine le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus. Par exemple l'élève peut calculer le pourcentage d'élèves d'une classe de 30 élèves jouant d'un instrument de musique sachant qu'il y a 15 filles et que 40 % des filles et 20 % des garçons jouent d'un instrument de musique.
– Appliquer une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages.	Sur des exemples, l'élève remarque qu'augmenter une grandeur de 15 % revient à la multiplier par $1 + 15/100 = 1{,}15$ et que diminuer une grandeur de 20 % revient à la multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 0{,}8$ Ce travail préfigure ce qui sera fait en classe de troisième.

– Définir le coefficient multiplicateur.	
– Résoudre des problèmes de partage proportionnel.	L’élève comprend et explique le principe d’un partage proportionnel : répartir un total en parts proportionnellement à des valeurs données a, b, c (autrement dit dans le ratio $a : b : c$). Il est capable de calculer la part unitaire et de résoudre le problème. Les exercices proposés se prêtent à l'utilisation de diagrammes en barres. Ainsi par exemple pour résoudre le problème suivant : « Comment partager 48 macarons entre Simon et Mandy dans le ratio 5 : 11 (proportionnellement à 5 et 11) ? », l’élève peut utiliser la représentation  De même pour résoudre le problème suivant : « Ahmed, Simon et Mandy se partagent des macarons dans le ratio 4 : 3 : 2 (proportionnellement à 4, 3, 2). Simon en a 9, combien en ont Ahmed et Mandy ? », l’élève peut utiliser la représentation. 

Fonctions

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Savoir appliquer un programme de calcul à deux (plusieurs) étapes à un nombre simple puis à une variable. – Savoir retrouver le nombre de départ après avoir remonté un programme de calcul simple.	L’élève détermine le nombre issu d’un programme de calcul ou le nombre de départ connaissant le nombre obtenu par le programme. Par exemple on considère les deux programmes de calcul ci-dessous : **Programme A** Choisir un nombre Le multiplier par 2 Ajouter 13 au résultat **Programme B** Choisir un nombre Lui soustraire 4 Multiplier le résultat par 3 1) Quel nombre obtient-on avec le programme A en choisissant 10 comme nombre de départ ? 2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 9 avec le programme B ?

	3) Si on choisit *x* comme nombre de départ pour le programme 2 donner l’expression qui donnera le résultat du programme de calcul.
– Produire une formule littérale représentant la dépendance d’une grandeur en fonction d’une autre. – Représenter l’expression d’une grandeur en fonction d’une autre par un graphique.	L’élève sait, par exemple, exprimer l’aire restante si on enlève quatre carrés superposables aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur et construire la représentation graphique de l'aire blanche en fonction de la longueur du côté des carrés. 
– Comprendre la dépendance d’une grandeur en fonction d’une autre.	L’élève comprend que la dépendance d’une grandeur en fonction d’une autre peut se traduire par un tableau de valeurs, une formule, ou un graphique.

CLASSE DE TROISIÈME

Proportionnalité

Automatismes

- Partager une somme en deux parts selon un certain ratio.
- Partager une masse en trois parts selon un certain ratio.
- Partager une somme entre deux personnes âgées de 20 et 30 ans proportionnellement à leur âge.
- Calculer le nombre d’élèves demi-pensionnaires et le nombre d’élèves externes d’un collège sachant le nombre total d’élève et le pourcentage d’élèves demi-pensionnaires.
- Calculer la distance réelle entre deux villes, connaissant la distance entre ces villes sur une carte routière dont l’échelle est connue.
- Appliquer, dans des cas simples, une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentages, en utilisant ou non le coefficient multiplicateur

Objectifs d’apprentissage	**Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre**
– Traduire une augmentation ou une diminution en pourcentages.	L’élève apprend qu’augmenter (respectivement diminuer) de $t\ \%$ revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $\left(1+\frac{t}{100}\right)$ (respectivement $\left(1-\frac{t}{100}\right)$).

– Relier la représentation graphique d'une situation de proportionnalité avec le théorème de Thalès.	L'élève fait le lien entre le théorème de Thalès et la proportionnalité. À l'aide du théorème de Thalès, l'élève démontre que l'alignement des points avec l'origine caractérise la proportionnalité.
– Connaître et utiliser les fonctions linéaires.	L'élève modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire. Ainsi par exemple sachant qu'un mobile se déplace à 5 m/s, l'élève modélise la situation par $d(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $d(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes. Le professeur fait le lien avec la section sur les fonctions.

Fonctions

Objectifs d'apprentissage	**Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre**
– Utiliser les différentes représentations d'une fonction. – Connaître le vocabulaire : image, antécédents.	L'élève utilise différents modes de représentation d'une fonction (tableau de valeurs, graphiques, formules simples) et détermine des images ou antécédents à partir d'un graphique ou d'un tableau de valeurs. L'élève détermine l'image d'un nombre par une fonction dont il connaît l'expression littérale simple.
– Définir et utiliser les fonctions linéaires. – Résoudre graphiquement des équations et des inéquations linéaires. – Relier fonctions linéaires et proportionnalité.	Connaître la définition d'une fonction linéaire et la notation $f(x) = ax$ et $f : x \mapsto ax$ et faire le lien avec la notion de proportionnalité. Représenter graphiquement une fonction linéaire. Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par le calcul ou par lecture graphique. Déterminer l'expression d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image. Modéliser une situation de proportionnalité par une fonction linéaire et savoir qu'une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité. Résoudre graphiquement et algébriquement des inéquations de type $ax > b$ avec $a \neq 0$ et b un nombre quelconque.
– Définir et utiliser les fonctions affines. – Déterminer graphiquement les coefficients d'une fonction affine.	Connaître la définition d'une fonction affine et la notation $f(x) = ax + b$ et $f : x \mapsto ax + b$ (a et b étant des nombres). Représenter graphiquement une fonction affine. Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par le calcul ou par lecture graphique. Déterminer les coefficients d'une fonction affine graphiquement.

– Représenter la fonction carré	L'élève représente la fonction carré. Il utilise la représentation pour illustrer la résolution de l'équation $x^2 = a$, où a est un nombre.

Mise en perspective historique et culturelle

- Méthode de simple fausse position (pour les problèmes du type y=ax).

LA PENSÉE INFORMATIQUE

La pensée informatique est présentée sous l'angle de l'algorithmique. Les concepts sous-jacents de la programmation impérative par blocs sont présentés de manière progressive tout au long du cycle. Ainsi, les notions complexes comme celle de variable et d'instructions de répétition sont introduites en plusieurs temps afin de permettre aux élèves d'arriver à une autonomie d'expression en fin de cycle.

CLASSE DE CINQUIÈME

Les notions aperçues au cycle 3 sont définies et manipulées avec précision. La notion de variable est vue uniquement à ce stade sous l'angle de la manipulation en lecture d'une donnée saisie.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Manipuler des instructions simples et les séquencer.	L'élève sait ce que sont des instructions simples et comment les agencer à la suite pour réaliser des actions complexes. L'élève anticipe l'exécution d'une séquence d'instructions. Par exemple, l'élève sait que les deux programmes suivants ont des exécutions différentes et il sait prédire les déplacements associés.  
– Identifier les entrées et sorties.	Dans un programme donné, l'élève identifie les entrées et les sorties, et il sait comment modifier ou ajouter des instructions ou expressions pour répondre à une consigne donnée. Par exemple, dans le programme suivant, l'élève sait faire afficher le nombre saisi à la place de "Bonjour !".

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>– Représenter des formules sous la forme d’une expression informatique.
– Prévoir la valeur d’une expression informatique à l’exécution.</td><td>L’élève représente une formule en la décomposant opération par opération sous une forme compréhensible par la machine.

La représentation par blocs substitue l’imbrication aux parenthèses pour indiquer la priorité des opérations.

Par exemple, il sait représenter la formule (réponse+10) ×2 sous la forme suivante


L’élève sait qu’une expression arithmétique aura une valeur déterminée au moment de l’exécution.

Ainsi, dans l’exemple précédent, il sait que si le nombre 4 est saisi en entrée, alors l’expression prendra la valeur 28.</td></tr>
<tr><td>– Analyser un programme simple donné et modifier ses paramètres.</td><td>L’élève sait, étant donné un programme simple, ce que ce programme effectue et il sait modifier certains paramètres pour atteindre un objectif.

Par exemple, étant donné un programme de tracé d’un rectangle, il comprend l’agencement des instructions et il sait le modifier pour qu’il trace un carré d’une dimension donnée.



</td></tr>
<tr><td>– Effectuer une boucle simple avec une répétition.</td><td>L’élève sait que les boucles permettent de répéter une ou plusieurs instructions plusieurs fois sans les réécrire.

Il sait répéter une séquence linéaire d’instructions un nombre précis de fois en la plaçant dans une boucle inconditionnelle simple.</td></tr>
</table>

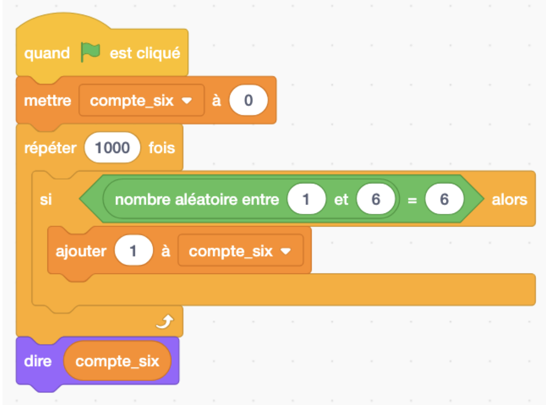
	Par exemple, on répète dix fois le tracé d'un motif en passant du programme de gauche au programme de droite.  

CLASSE DE QUATRIÈME

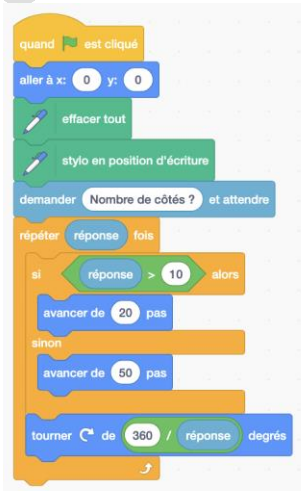
La notion de variable est introduite.

En classe de quatrième, les élèves commencent à écrire des programmes simples en autonomie et à comprendre et modifier des programmes plus complexes fournis.

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre
– Représenter des conditions simples. – Écrire des instructions conditionnelles.	L'élève sait représenter des conditions simples sous la forme d'expressions informatiques utilisant les opérateurs <, > et =. Il manipule des instructions conditionnelles pour conditionner l'exécution d'une séquence d'instructions. Par exemple, il affiche un message différent selon la valeur du nombre saisi comme dans le programme suivant : 
– Manipuler une variable.	L'élève sait qu'une variable permet d'associer à un nom un espace mémoire dont la valeur peut être lue et modifiée par un programme. Il se contente de manipuler une unique variable afin de réaliser une accumulation dans une boucle. Par exemple, il sait compter le nombre de 6 obtenus dans 1000 lancers d'un dé à six faces.

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>– Écrire un programme simple donné pour réaliser un objectif ou résoudre un problème.</td><td>L’élève écrit un programme faisant intervenir une séquence d’instructions pour résoudre un problème ou accomplir un objectif donné.</td></tr>
<tr><td>– Modifier un programme donné pour changer son comportement.</td><td>L’élève sait rajouter des instructions simples, une instruction conditionnelle ou une boucle pour modifier un programme donné.

Par exemple, étant donné un programme de tracé de polygones, il sait changer la longueur des côtés si le nombre de côté dépasse dix.


</td></tr>
</table>

CLASSE DE TROISIÈME

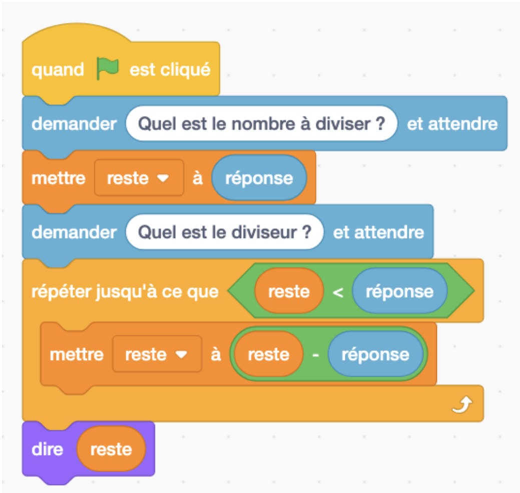
Les notions présentées précédemment sont approfondies en classe de troisième.

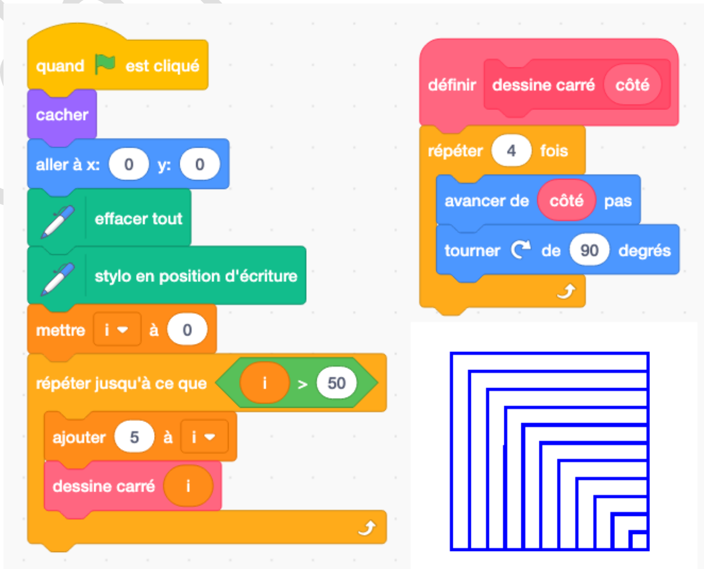
Cet approfondissement conduit les élèves vers une autonomie d’écriture de programme.

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite et conseils de mise en œuvre

<table>
<tr>
<td>– Approfondir la notion de variables.</td>
<td>L’élève sait définir et utiliser plusieurs variables au sein d’un même programme.</td>
</tr>
<tr>
<td>– Utiliser des conditions composées.</td>
<td>L’élève utilise un opérateur logique pour combiner deux conditions simples.</td>
</tr>
<tr>
<td>– Utiliser une boucle conditionnelle.</td>
<td>L’élève définit des boucles conditionnelles.

Par exemple, il sait réaliser une boucle pour calculer le reste dans une division par soustractions successives.


</td>
</tr>
<tr>
<td>– Structurer des programmes.</td>
<td>L’élève définit et utilise un bloc personnalisé pour structurer un programme.



Il sait analyser et modifier simplement un programme donné comportant plusieurs blocs personnalisés.</td>
</tr>
<tr>
<td>– Écrire un programme donné pour réaliser un</td>
<td>L’élève sait écrire un programme pouvant faire intervenir une boucle ou des instructions conditionnelles pour résoudre un problème ou accomplir un objectif donné.</td>
</tr>
</table>

objectif ou résoudre un problème.	