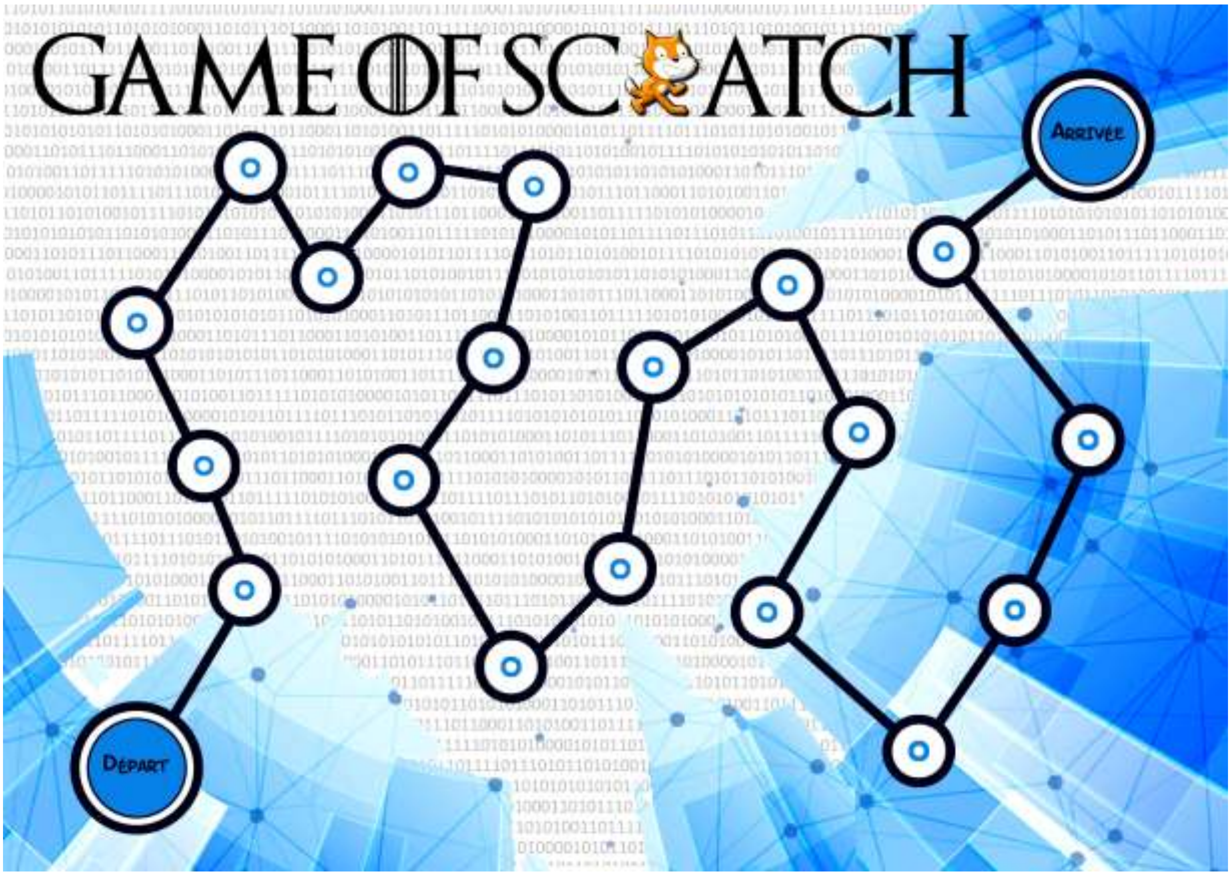
ACADÉMIE DE CRÉTEIL
Inspection pédagogique régionale
de mathématiques

MATHÉMATIQUES REVISITÉES AU CYCLE 4



http://maths.ac-creteil.fr

Septembre 2017

Ont participé à la rédaction de cette brochure :

Alberto AHUMADA	Collège Roger Martin du Gard 93 Epinay-Sur-Seine
Aurélie ARNOULD	Collège Jean Lurçat 94 Villejuif
Loïc ASIUS	Collège Liberté 93 Drancy
Hela BENSALAH	Collège E. Satie 77 Mitry-Mory
Martine BRUNSTEIN	Collège du Parc 94 Sucy-en-Brie
Christine CORNET	Collège Alfred Sisley 77 Moret-sur-Loing
Pascal FABRÈGUES	Collège Condorcet 77 Pontault-Combault
Romain FLOURET	Collège Lucie Aubrac 94 Champigny-sur-Marne
Fabienne GLEBA	Collège De Lattre 94 Le Perreux-sur-Marne
Karin HELIES	Collège Hutinel 77 Gretz-Armainvilliers
Valérie HERNANDEZ	Collège du Montois 77 Donnemarie-Dontilly
Aurélie HUILLERY-PERRIN	Lycée Albert Schweitzer, 93 Le Raincy
Kadir KEBOUCHI	Collège André Malraux 77 Montereau-Fault-Yonne
Geoffroy LABOUDIGUE	Collège Roger Martin du Gard 93 Epinay-Sur-Seine
Nicolas LEMOINE	Collège Liberté 93 Drancy
Mohammed MESMOUDI	Collège J.-Y. Cousteau 77 Bussy Saint-Georges
Cyril MICHAU	Collège International 93 Noisy-le-Grand
Florian PAULOU	Collège Roger Martin du Gard 93 Epinay-Sur-Seine
Chloé POIRSON	Collège Roger Martin du Gard 93 Epinay-Sur-Seine

ainsi que Anne PERY et Philippe DUTARTE,
I.A.-I.P.R. de mathématiques, pour la coordination.

Image de couverture : Loïc ASIUS, Nicolas LEMOINE, Cyril MICHAU.

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS

La mise en place des nouveaux programmes de mathématiques au cycle 4 à la rentrée 2016 a été précédée en 2014/2015 par des actions de formation systématiques dans toute l'académie de Créteil dans lesquelles se sont largement investis les professeurs du groupe de réflexion académique sur l'enseignement des mathématiques au cycle 4. Les contenus de formation qu'ils ont élaborés à cet effet ont été repris, expérimentés en classe et enrichis par ces derniers durant l'année scolaire 2016/2017. C'est le résultat de ce travail collectif qui vous est présenté ici dans un objectif de partage d'expériences et de mise à disposition de ressources.

Les thématiques de ces « mathématiques revisitées au cycle 4 » à la lumière des nouveaux programmes sont nombreuses et variées. Nous les avons regroupées autour de cinq parties.

La première partie correspond au nouveau thème « algorithmique et programmation » introduit dans les programmes de cycle 4. Ce thème en constitue une nouveauté essentielle. L'aspect ludique de la programmation avec Scratch est particulièrement mis en avant. Le jeu « Game of Scratch » permet de s'exercer à des questions « flash » qui favorisent la mise en place d'automatismes. « Le jeu de Nim » et « La roue de la fortune » favorisent la prise d'initiative dans le cadre de projets collectifs. Le dernier article de cette partie ouvre, quant à lui, des portes vers l'interdisciplinarité.

La deuxième partie ne correspond pas à une nouveauté proprement dite, puisqu'il s'agit du calcul littéral, que nous pratiquons depuis toujours dans les classes. Nous savons le rôle essentiel du calcul littéral au cycle 4 dans l'apprentissage des mathématiques, mais aussi, par la suite, de bien d'autres disciplines faisant appel à des modèles mathématiques. Nous connaissons aussi la difficulté de son enseignement et le niveau souvent insuffisant des acquis des élèves dans ce domaine au sortir du collège. Les nouveaux programmes, en inscrivant le calcul littéral au socle commun de connaissances, de compétences et de culture, font preuve d'une certaine ambition. Ils proposent une progressivité des apprentissages mettant en œuvre, à la fois, des compétences de raisonnement, d'intelligence du calcul et la consolidation d'automatismes par un entraînement régulier. Les professeurs du groupe de réflexion académique font part de leurs expériences dans ce domaine, développant très systématiquement tous les aspects du calcul littéral sous des activités de forme très variée.

La troisième partie est consacrée à la géométrie, autre thème fondamental de notre discipline. C'est le « retour » de certaines transformations dans les programmes de collège qui est plus particulièrement exploré, notamment avec l'exploitation des logiciels de géométrie dynamique. La liaison troisième-seconde est également interrogée avec deux situations à prise d'initiative proposées conjointement dans les deux niveaux de classe.

Le thème des probabilités, pour la première fois introduit dans les programmes dès la classe de cinquième, fait l'objet de la quatrième partie. Le temps d'apprentissage de la notion de probabilité au collège, passant d'un à trois ans, permet une plus grande progressivité sur l'ensemble du cycle. Les professeurs du groupe de réflexion ont largement exploité cette possibilité avec leurs élèves durant l'année scolaire 2016/2017 en proposant notamment à leurs élèves de cinquième ou de quatrième (pour lesquels il s'agissait également d'une nouveauté) des expériences aléatoires, physiques ou simulées, et un travail de réflexion pas à pas sur les représentations, le vocabulaire, le sens des notions et la mise en place des techniques de calcul.

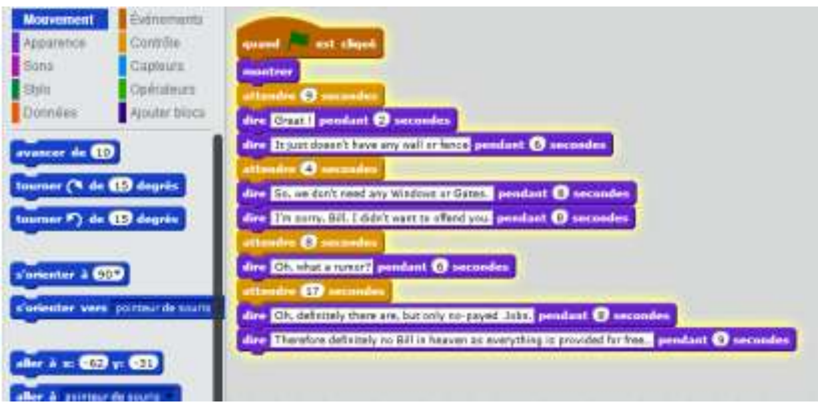
La dernière partie de cette brochure ne porte pas sur un thème mathématique spécifique mais aborde l'analyse et l'expérimentation de différentes méthodes d'apprentissage et d'évaluation. L'accent est mis sur la différenciation pédagogique permettant un apprentissage plus adapté de chacun, notamment par des chemins (de réussite) convenant aux différents profils de nos élèves. L'aspect ludique n'est pas en reste car on trouve là un levier d'apprentissage naturel. L'élaboration « d'antisèches », disons de résumés de cours autorisés, est un bon moyen d'amener les élèves à réfléchir à leurs méthodes de travail, qui peuvent être variées, et à leur efficacité : que faut-il retenir de la leçon ? L'expérience des « contrôles à la carte » montre un moyen assez simple de différencier l'évaluation des élèves et par là de mieux les impliquer et les motiver : la fin des copies quasi vides ? Enfin, l'expérience, très aboutie, d'évaluation des acquis des élèves au collège Roger Martin du Gard, réseau d'éducation prioritaire renforcé, ouvre des perspectives concrètes de mise en œuvre d'un système d'évaluation par compétences partagé par toute une équipe d'établissement en mathématiques qui, sans être trop complexe, permet d'expliciter aux élèves les attendus pour atteindre, par étapes, le niveau « très satisfaisant ».

Nous espérons que les quelques pistes ici proposées alimenteront vos échanges, nourriront vos réflexions collectives, pour l'élaboration de progressions ou de programmations communes, pour la finalisation de séquences et d'expérimentations ; et vous donneront également de quoi penser des mises en œuvre devant permettre à vos élèves de se lancer sereinement dans des activités de recherche, de repenser leur vision de l'erreur et de la trace écrite et de percevoir leurs cours comme un véritable outil de résolution de problèmes.

Nous vous souhaitons une bonne lecture et quelques belles trouvailles pédagogiques dans ces pages.

Les IA-IPR de mathématiques de l'académie de Créteil.

I – ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION



GAME OF SCRATCH

Loïc ASIUS
Collège Liberté, 93 Drancy

Nicolas LEMOINE
Collège Liberté, 93 Drancy

Cyril MICHAU
Collège International, 93 Noisy-le-Grand

Les nouveaux programmes du collège en cycle 4 sont marqués par l'intégration de l'algorithmique et de la programmation comme étant un nouveau thème en mathématiques. Lors des journées de formation sur la réforme et à la lecture attentive des documents d'accompagnement sur ce sujet, il nous a semblé indispensable de penser cette nouvelle partie des programmes de la manière la plus ludique possible. Depuis trois ans nous animons un stage au Plan Académique de Formation autour de l'attractivité des mathématiques (« Comment développer et augmenter l'attractivité des mathématiques pour favoriser l'adhésion des élèves ») et une partie de celui-ci est consacré aux jeux (cf. article de la partie V de cette brochure).
Aussi, nous avons choisi de créer un jeu autour de l'algorithmique se basant sur des questions de type flash, dont un certain nombre ont été élaborées de manière collaborative avec les stagiaires au cours de formations animées auparavant.

COMPÉTENCES MOBILISÉES **Communiquer:** expliciter clairement à l'oral la réponse à la question posée. **Chercher/Raisonner:** analyser le script pour répondre à la question posée. **Calculer:** effectuer les différents calculs numériques nécessaires pour répondre à la question posée.
NIVEAU CONCERNÉ **Tous les niveaux de cycle 4**
MODALITÉS En classe entière en Accompagnement Personnalisé (AP) ou en demi-groupe. Selon les règles du jeu, en binôme (règle 1) ou jusqu'à 3 élèves (règle 2).

LES CARTES

Les cartes se composent de la manière suivante :

LE RECTO : il contient un script issu du logiciel Scratch. Le but pour l'élève est de découvrir ce que ce script réalise, la question à laquelle il doit répondre est écrite au-dessus du script.

À chaque carte nous avons choisi d'attribuer un « niveau » de difficulté allant de 1 à 3. Le choix du niveau a été fait suite aux retours des élèves et les difficultés qu'ils ont pu rencontrer. Ces derniers sont mis par l'enseignant selon leur utilisation dans le cycle 4 (les pastilles prévues à cet effet sont à remplir à l'aide d'un stylo type marqueur).

LE VERSO : il est sous forme de QR-Code sur lequel est inscrit la réponse attendue. Il suffit d'utiliser un équipement mobile individuel (type tablette ou smartphone déconnecté) possédant une application capable de lire les QR-code. <u>Aucune connexion n'est nécessaire</u> pour « déchiffrer » la réponse.

RÈGLES DU JEU

Deux règles du jeu ont été pensées, des variantes pouvant bien évidemment être proposées. L'idée est de permettre un travail régulier sur ces notions d'algorithmique et de programmation, en dehors de la salle informatique. Il est essentiel de garder à l'esprit que l'objectif principal de cette activité est d'ordre mathématique.

RÈGLE n°1 : le jeu en binôme

On dispose d'une pile de cartes (avec un nombre pair de cartes), face QR-code visible (ainsi il n'est pas possible d'anticiper la question ou la réponse) au milieu de deux élèves se faisant face. À tour de rôle les élèves retournent une carte et tentent de répondre à la question posée. Si la réponse est correcte, l'élève conserve la carte, sinon elle est mise de côté. Une fois la totalité des cartes retournées, chaque élève compte les points qu'il a obtenus (une carte de niveau 1 vaut 1 point, une de niveau 2 vaut 2 points, …). Celui qui a le plus grand score est déclaré vainqueur.

RÈGLE n°2 : le jeu de plateau

Une version jeu de plateau a aussi été développée, elle peut se jouer de 2 à 3 joueurs.

Les cartes sont situées face QR-Code côté visible, en trois tas, un par niveau de difficulté. Chacun leur tour, les élèves piochent une carte du tas de leur choix. S'ils ont une réponse correcte ils avancent en fonction de la difficulté de la carte piochée (de 1 à 3), sinon ils reculent d'un nombre de cases en lien avec la difficulté de la carte (2 cases de recul pour une carte de niveau 3, 1 case pour une carte de niveau 2 et 0 case pour une carte de niveau 1). Le but étant de finir le parcours en premier.

Variante possible :

Au début du jeu, on dispose de trois tas de cartes correspondant aux trois niveaux.

A son tour, le joueur est obligé de prendre une carte de niveau 1 en premier. S'il répond correctement, il avance d'une case et peut prendre (tout de suite) une carte de niveau 2. Il poursuit ainsi jusqu'à ce qu'il commette une erreur ou bien qu'il atteigne le niveau 3.

Dans le cas où le joueur répond correctement à ses trois cartes de niveaux 1, 2 puis 3, le joueur passe son tour et c'est au tour du joueur suivant de tirer une carte.

Ainsi, ce premier joueur ne pourra retirer une carte que lorsque son tour viendra. Cela permet d'éviter la stratégie du joueur qui prendrait uniquement des cartes de niveau 1 et jouerait continuellement.

Dans le cas où le joueur ne répond pas correctement à une carte, il laisse son tour et le joueur suivant tire une carte.

Les déplacements du joueur sur le plateau sont identiques à la règle précédente. (Règle 2 sans plateau).

RENDRE LES ÉLÈVES CRÉATEURS

Une fois que les élèves ont joué au jeu, que ce soit avec la règle n°1 ou la règle n°2, il peut être intéressant de leur proposer d'enrichir le contenu avec des cartes de leur propre création. Ce travail permet de développer des compétences importantes comme le travail en équipe, l'utilisation de logiciels (Scratch pour le script et un traitement de texte pour l'élaboration de la carte) et la communication afin de poser des questions claires et précises. Par ailleurs, cela permet aussi à l'enseignant de proposer un travail différent où la différenciation a toute sa place. Une mutualisation des productions, entre plusieurs classes, plusieurs collègues voire plusieurs établissements permet la constitution, et ce très rapidement, d'une base de données importante de cartes.

UN RETOUR D'EXPÉRIENCE.

Il n'est pas nécessaire de consacrer une heure entière à faire jouer les élèves (en tout cas avec la règle n° 1). Le jeu peut tout à fait être proposé en début d'heure, sous forme d'un moment de questions flash. La configuration en binômes ne demandant pas de modification de l'organisation spaciale de la salle de classe, quel que soit le mode de fonctionnement de l'enseignant.

La règle 2, avec le plateau, en plus d'un travail autour des acquis sur les notions abordées, met aussi en jeu une réflexion autour de la stratégie à adopter. En effet, prendre des « risques » en choisissant une carte d'un niveau élevé engendre une possibilité de reculer d'une ou de plusieurs cases.

LIEN AVEC LE STAGE PROPOSÉ AU PAF DE L'ACADÉMIE DE CRÉTEIL

L'ensemble des documents présentés dans cet article sont proposés, enrichis et diffusés lors du stage « Comment augmenter l'attractivité des mathématiques » proposé au plan académique de formation de l'académie de Créteil. Les précédents stagiaires ont pu prendre les rôles de joueurs et de créateurs de cartes, ainsi un travail de création et de mutualisation de ressources a pu être mené, travail qui a permis de très vite enrichir le jeu.

ALGORITHME DU JEU DE NIM

Pascal FABRÈGUES
Collège Condorcet, 77 Pontault-Combault

Fichiers à télécharger sur le site académique

- nim_enonce.pdf
- nim.sb2
- nim_correction.sb2

Ces tâches à prises d'initiatives ont été mises en œuvre avec des élèves de 3ème quelque temps après avoir terminé un chapitre sur l'arithmétique.
L'activité 1 réactive les prérequis sur la division, nécessaires pour espérer appréhender les deux tâches suivantes.
Rien de tel que d'y jouer pour comprendre le fonctionnement du jeu de Nim ! Puis se rendre compte qu'il existe, dans la situation proposée avec les règles données, une méthode infaillible qui permet au joueur le plus âgé de toujours gagner. C'est le but de l'activité 2.
L'activité 3 amène à préciser algorithmiquement la méthode établie lors de la synthèse de l'activité précédente. Une programmation incomplète du jeu est proposée. Plusieurs sous-programmes sont déjà réalisés et un script reste à construire. Il faut donc examiner les sous-programmes existants pour comprendre leur fonctionnement, résoudre la problématique théorique concernant la création du script à réaliser, le bâtir effectivement, tester le fonctionnement de l'ensemble et ajuster éventuellement les différents sous-programmes, y compris le nouveau script, pour remédier aux imperfections.

1 Objectifs

A Compétences du socle commun

A travers cette activité, les compétences interdisciplinaires suivantes sont travaillées :

Les formulations ci-dessous sont extraites du livret de compétences du collège Condorcet de Pontault-Combault, conforme au texte officiel du socle commun de connaissances, de compétences et de culture à partir de la rentrée 2016.

Domaine 1 Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit	
D1.C1.1	L'élève parle, communique, argumente à l'oral de façon claire et organisée ; il adapte son niveau de langue et son discours à la situation, il écoute et prend en compte ses interlocuteurs.
D1.C1.3	L'élève s'exprime à l'écrit pour raconter, décrire, expliquer ou argumenter de façon claire et organisée. Lorsque c'est nécessaire, il reprend ses écrits pour rechercher la formulation qui convient le mieux et préciser ses intentions et sa pensée.
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages scientifiques, mathématiques et informatiques	
D1.C3.1	L'élève utilise les principes du système de numération décimal et les langages formels (lettres, symboles…) propres aux mathématiques et aux disciplines scientifiques, notamment pour effectuer des calculs et modéliser des situations.
D1.C3.5	L'élève sait que des langages informatiques sont utilisés pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données.

Domaine 2 Les méthodes et outils pour apprendre

Organisation du travail personnel	
D2.C1.5	L'élève sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.
Coopération et réalisation de projets	
D2.C2.1	L'élève travaille en équipe, partage des tâches, s'engage dans un dialogue constructif, accepte la contradiction tout en défendant son point de vue, fait preuve de diplomatie, négocie et recherche un consensus.

Domaine 3 La formation de la personne et du citoyen

La règle et le droit	
D3.C2.1	L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité, au sein de la classe, de l'école et de l'établissement, qui autorisent et contraignent à la fois et qui engagent l'ensemble de la communauté éducative. Il participe à la définition de ces règles dans le cadre adéquat.
Réflexion et discernement	
D3.C3.3	L'élève vérifie la validité d'une information et distingue ce qui est objectif et ce qui est subjectif. Il apprend à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres. Il sait remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté, il distingue son intérêt particulier de l'intérêt général. Il met en application et respecte les grands principes républicains.

Domaine 4 Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Démarches scientifiques	
D4.C1.1	L'élève sait mener une démarche d'investigation. Pour cela, il décrit et questionne ses observations ; il prélève, organise et traite l'information utile ; il formule des hypothèses, les teste et les éprouve ; il manipule, explore plusieurs pistes, procède par essais et erreurs ; il modélise pour représenter une situation ; il analyse, argumente, mène différents types de raisonnements ; il rend compte de sa démarche. Il exploite et communique les résultats de ses mesures ou de recherches en utilisant les langages scientifiques à bon escient.
D4.C1.2	L'élève pratique le calcul, mental et écrit, exact et approprié, il estime et contrôle les résultats, notamment en utilisant les ordres de grandeur.
Responsabilités individuelles et collectives	
D4.C3.8	L'élève est en mesure de mobiliser ses connaissances sur les nombres et les grandeurs, les objets géométriques, la gestion de données, les phénomènes aléatoires.

B Compétences mathématiques

À travers cette activité, cinq compétences mathématiques sont travaillées à divers degrés :

Chercher

● S’engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l’aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.

Modéliser

● Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.
● Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).

Raisonner

● Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l’essai plusieurs solutions.
● Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d’autrui.
● Fonder et défendre ses jugements en s’appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l’argumentation.

Calculer

● Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).

Communiquer

● Expliquer à l’oral ou à l’écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d’un autre et argumenter dans l’échange.

C Eléments des programmes de mathématiques

À travers ces activités, les éléments suivants des nouveaux programmes du cycle 4 en mathématiques sont travaillés :

Nombres et calculs

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

● Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.	➢ Pratiquer régulièrement le calcul mental ou à la main, et utiliser à bon escient la calculatrice ou un logiciel. ➢Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

● Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. ● Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible. » Division euclidienne (quotient, reste). » Multiples et diviseurs. » Notion de nombres premiers. ● Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible. » Division euclidienne (quotient, reste). » Multiples et diviseurs. » Notion de nombres premiers.	➢ Exploiter tableurs, calculatrices et logiciels, par exemple pour chercher les diviseurs d'un nombre ou déterminer si un nombre est premier. ➢ Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

Organisation et gestion de données, fonctions
Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple

● Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaître des schémas. ● Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné. ● Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des événements extérieurs. ● Programmer des scripts se déroulant en parallèle. » Notions d'algorithme et de programme. » Notion de variable informatique. » Déclenchement d'une action par un évènement, séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.	➢ Jeu de Nim

2 Mise en œuvre

A Enoncé fourni aux élèves

ARITHMETIQUE **3ème**

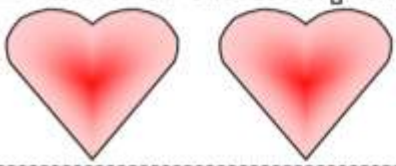
TAPI ***Pour chaque tâche à prise d'initiative, participe au débat avec les questions et réponses qui te viennent à l'esprit.***

Tâche à prise d'initiative 1 : Les pirates.

Trois pirates se partagent 5 960 pièces d'or. Le terrible pirate Fabrègues prend dix pièces. Ensuite, son lieutenant en prend cinq. Et enfin le petit mousse en prend deux. Ainsi se termine un tour de partage. Ils recommencent ainsi des tours de partage jusqu'à ce qu'il n'y ait plus assez de pièces pour faire un tour de partage complet. S'il reste quelques pièces, superstitieux, ils les jetteront à la mer en offrande au dieu Neptune.

Tâche à prise d'initiative 2 : Jouons au jeu de Nim.

2 vies à découper



Chaque joueur a deux vies.
Poser 20 objets sur une table.
Le jeu se joue à deux joueurs alternativement l'un après l'autre.
Le plus jeune des joueurs commence.
A son tour, un joueur prend au choix 1, 2 ou 3 objets.
Celui qui prend le dernier objet gagne le duel.
Le perdant donne une vie au gagnant.

Tâche à prise d'initiative 3 : Algorithmique du jeu de Nim
Salle informatique – SCRATCH
Ouvrir le fichier « pf_algorithmique_du_jeu_de_nim.sb2 » avec Scratch.

En dessous des commandes ci-contre, rajouter des blocs pour programmer les coups de l'ordinateur pour qu'il gagne de manière certaine quand c'est possible.

Si terminé, au choix :

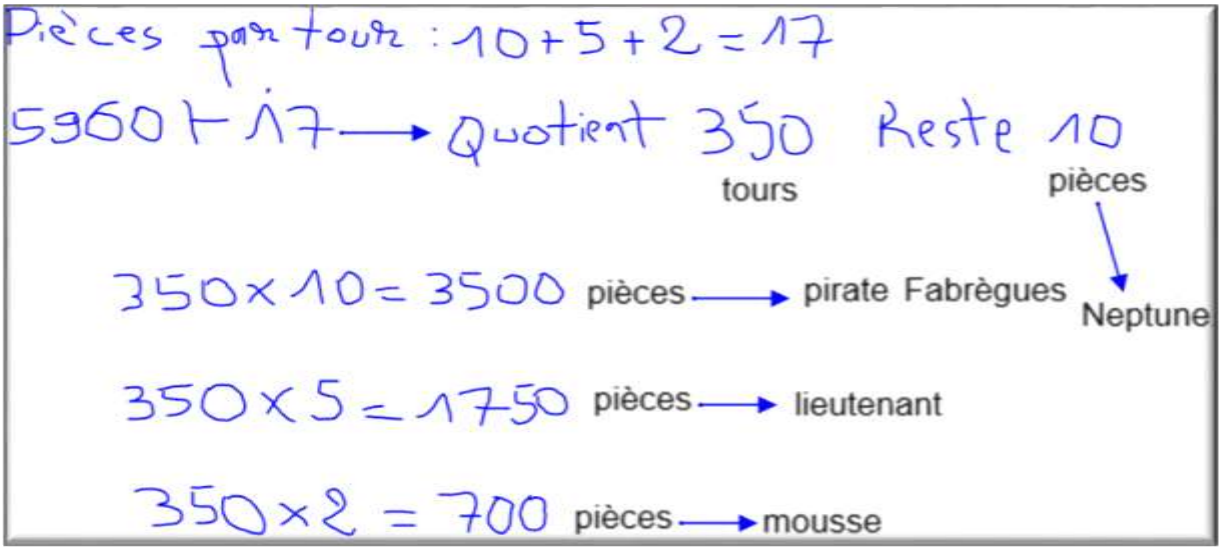
- N°47 p 27
- N°48 p 27
- N° 49 p 27
- N°50 p 27
- N°51 p 27
- N°52 p 63

Pour la tâche 3, le fichier « nim.sb2 » est fourni aux élèves.

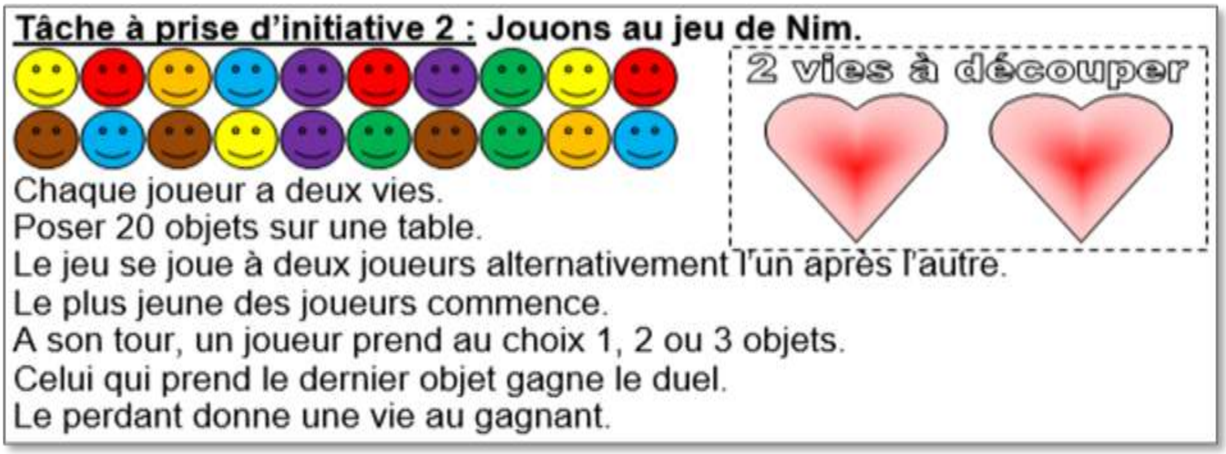
B Compte rendu du déroulement de la tâche 1

Tâche à prise d'initiative 1 : Les pirates.
Trois pirates se partagent 5 960 pièces d'or. Le terrible pirate Fabrègues prend dix pièces. Ensuite, son lieutenant en prend cinq. Et enfin le petit mousse en prend deux. Ainsi se termine un tour de partage. Ils recommencent ainsi des tours de partage jusqu'à ce qu'il n'y ait plus assez de pièces pour faire un tour de partage complet. S'il reste quelques pièces, superstitieux, ils les jetteront à la mer en offrande au dieu Neptune.

Une élève « Présidente » a donné la parole aux élèves intervenants. Un élève « Secrétaire » a écrit et capturé au TNI pour réaliser la synthèse finalement copiée dans le cahier. Une élève « Trésorière » a dialogué avec chaque participant pour s'assurer de la bonne compréhension de ce qu'il proposait. Les autres élèves ont participé au débat pour élaborer la solution qui suit. L'activité a pris un quart d'heure.



C Compte rendu du déroulement de la tâche 2



<u>Tâche à prise d'initiative 2 :</u> Jouons au jeu de Nim.

Chaque joueur a deux vies.
Poser 20 objets sur une table.
Le jeu se joue à deux joueurs alternativement l'un après l'autre.
Le plus jeune des joueurs commence.
A son tour, un joueur prend au choix 1, 2 ou 3 objets.
Celui qui prend le dernier objet gagne le duel.
Le perdant donne une vie au gagnant.

Un mini débat pîloté par le professeur a permis de comprendre les règles.
Les élèves avaient amené 20 objets. Chacun était muni de deux vies.

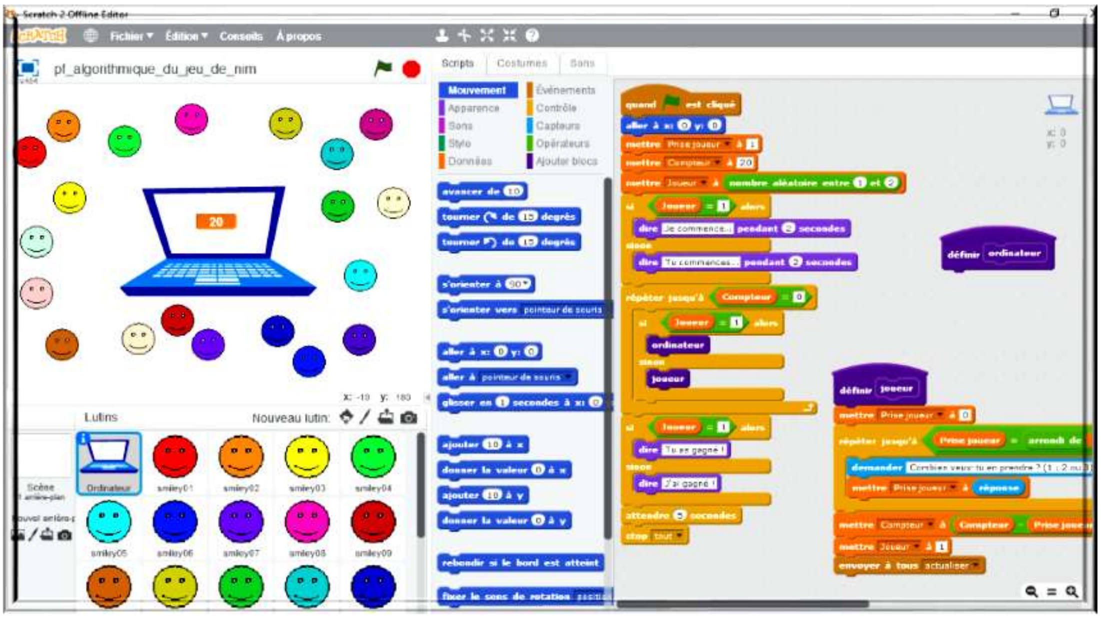
Un logiciel de compte à rebours a été mis en route pour 15 minutes et les duels ont commencé. Les élèves se sont très vite pris au jeu. Mais tous perdaient leurs vies en jouant contre le professeur. Bien vite, a germé l'idée qu'il y avait un moyen de gagner à coup sûr. Mais bien peu d'élèves ont réalisé que la règle discriminatoire était « Le plus jeune des joueurs commence. », même à leurs dépens. Le quart d'heure de jeu s'est terminé avec la victoire incontestable du professeur qui avait récupéré un très grand nombre de vies en restant invaincu.
Un élève a été nommé « Président », une élève « Secrétaire » et le professeur a tenu le rôle de « Trésorier ». La classe a mené un débat sur la technique qui permet de l'emporter de manière certaine. Cela a occupé les quelques minutes qui restaient dans la séquence. Voici ce qui a été retenu :

Technique :

Si 1 est pris, il faut en prendre 3.
« 2 — — — — — 2.
« 3 — — — — — 1.

On a alors pris 4 objets.
Partant d'un multiple de 4, on soustrait 4, à la fin on arrive à 4.
Quand il reste 4 objets, le plus jeune a perdu.

D Fichier scratch pour la tâche 3

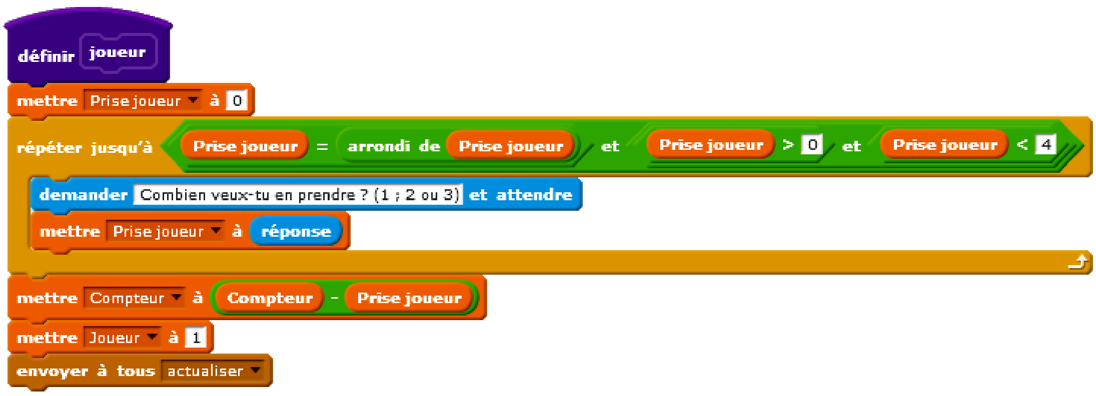


A l'ouverture du fichier « nim.sb2 » avec le logiciel Scratch, on découvre un lutin « Ordinateur » et vingt lutins « Smiley » dans l'écran d'exécution.

Trois scripts sont présents pour le lutin « Ordinateur ».

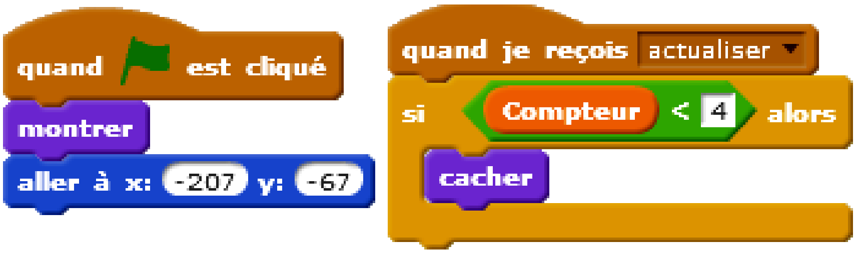
• Le programme principal se déclenche en cliquant sur le drapeau vert. Il tire au sort qui jouera en premier entre le joueur et l'ordinateur. La variable Joueur vaut 1 si l'ordinateur joue, 2 si c'est au tour du joueur. Puis jusqu'à ce que la variable Compteur soit égale à zéro, le script fait jouer alternativement le joueur et l'ordinateur.

• Le script « Définir Joueur » dont le bloc violet apparaît dans le programme principal gère l'action de jeu du joueur. La variable Prise joueur reçoit la saisie au clavier qui est validée suivant les conditions requises (entier entre 1 et 3). Puis la valeur de la variable Prise joueur est soustraite à la variable Compteur pour déterminer le nouveau nombre d'objets. Il envoie enfin un message aux lutins de type « Smiley » pour que leur présence ou absence à l'écran soit actualisée.



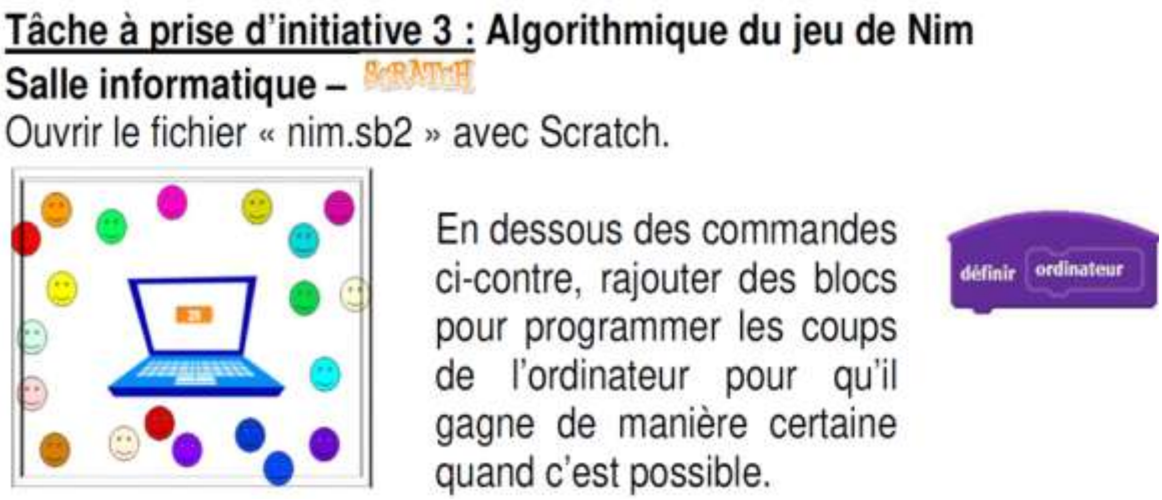
• Le script « Définir Ordinateur » dont le bloc violet apparaît dans le programme principal gère l'action de jeu de l'ordinateur. Il constitue l'objectif principal de développement de l'activité.

Chaque lutin « Smiley » est doté de deux petits scripts :



• Le premier se déclenche quand le petit drapeau vert est cliqué. Il assure l'affichage et la position du « Smiley » au début du jeu.
• Le second s'exécute quand un message d'actualisation est reçu. Il efface alors le « Smiley » si la variable  passe en dessous d'un seuil défini pour ce lutin.

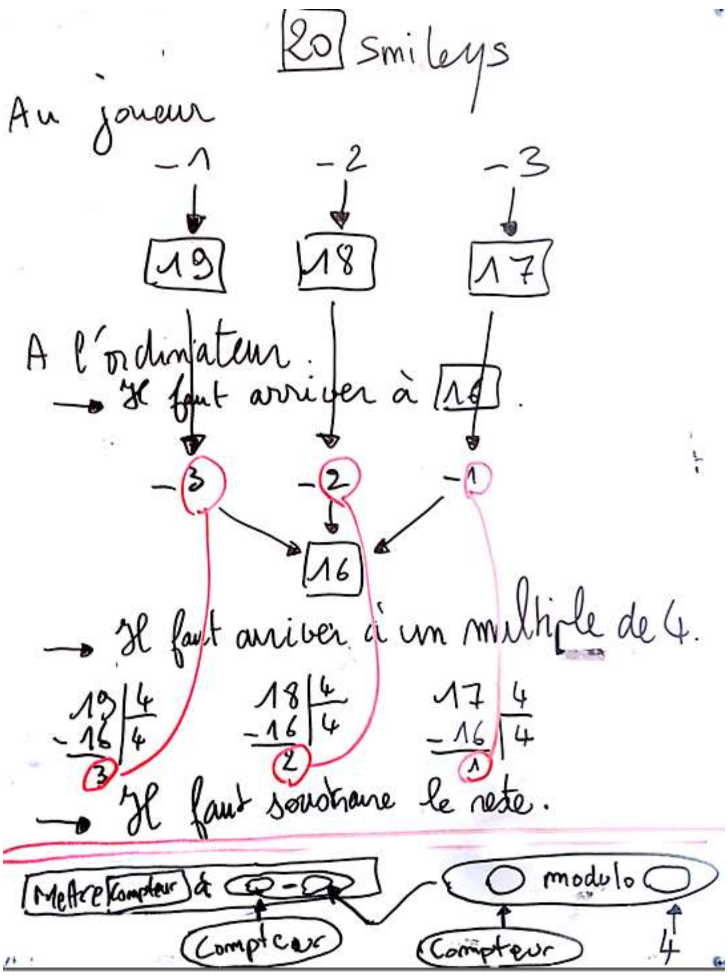
E Compte rendu du déroulement de la tâche 3



Tâche à prise d'initiative 3 : Algorithmique du jeu de Nim
Salle informatique – SCRATCH
Ouvrir le fichier « nim.sb2 » avec Scratch.

En dessous des commandes ci-contre, rajouter des blocs pour programmer les coups de l'ordinateur pour qu'il gagne de manière certaine quand c'est possible.

La séance a eu lieu dans une petite salle informatique munie de 15 postes informatiques.
Elle s'est déroulée sur les deux heures d'accompagnement personnalisé qui ont lieu un fois par quinzaine en classe dédoublée.
Tout d'abord, sur le mini tableau blanc présent dans la salle, les élèves ont mené une analyse théorique sous la conduite du professeur.



Les élèves ont retenu qu'il faut soustraire le reste de la division euclidienne du nombre d'objets restants par 4.
Le professeur a alors apporté quelques éléments techniques relatifs à scratch :

• Le bloc attribuant une valeur à une variable : 

;

• Le bloc de soustraction : 

;

• Le bloc de reste de division euclidienne : 

;

L'assemblage attendu de ces blocs :

Chaque élève s'est ensuite lancé dans la programmation effective sur son poste individuel, avec l'accompagnement du professeur.
Voici quelques obstacles que certains élèves ont dû dépasser :
• Le fonctionnement du programme n'était pas convenable quand les élèves ont interverti l'imbrication des blocs 

et 

.

Ainsi 

ne donne pas le résultat souhaité.

Alors que 

est l'imbrication qui convient.
Il convient de parvenir à la priorité d'exécution souhaitée en tenant compte du fait que dans une imbrication, les blocs les plus à l'intérieur - les plus hauts – sont prioritaires.

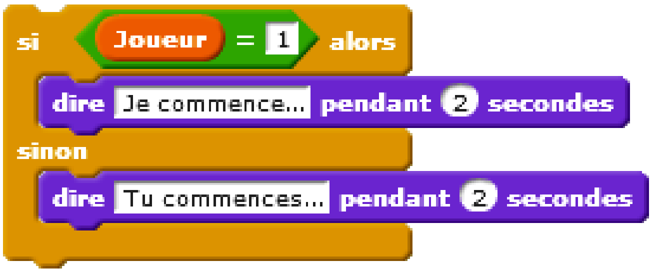
• Certains élèves ont constaté qu’à la fin du tour de l’ordinateur, ou bien la main ne passait pas au joueur, ou bien l’écran ne s’actualisait pas en faisant disparaître des objets de l’écran, ou bien les deux. Le problème a été résolu en observant le script « Définir joueur » pour conclure que le script « Définir ordinateur » devait obligatoirement se terminer par les deux blocs suivants :

• Certains élèves ont regretté que, quand l’ordinateur joue, ce soit instantané : le compteur baisse immédiatement et c’est, en une infime fraction de seconde, à nouveau au joueur de saisir sa prise. Des blocs d’affichage ont permis de rendre l’action de l’ordinateur plus visuelle et lente :

La difficulté de concaténation a été levée pour créer l’affichage d’une phrase avec une part fixe au début, une part variable au milieu, et une part fixe à la fin.

• Les élèves ont constaté que le joueur ne commence pas forcément ce qui crée un tour bizarre où l’ordinateur enlève 0. En effet, le programme initial prévoyait un tirage au sort pour déterminer qui commence. Il convient de modifier le programme principal pour forcer le joueur à commencer.

Tout d’abord, enlever la partie suivante du programme principal :

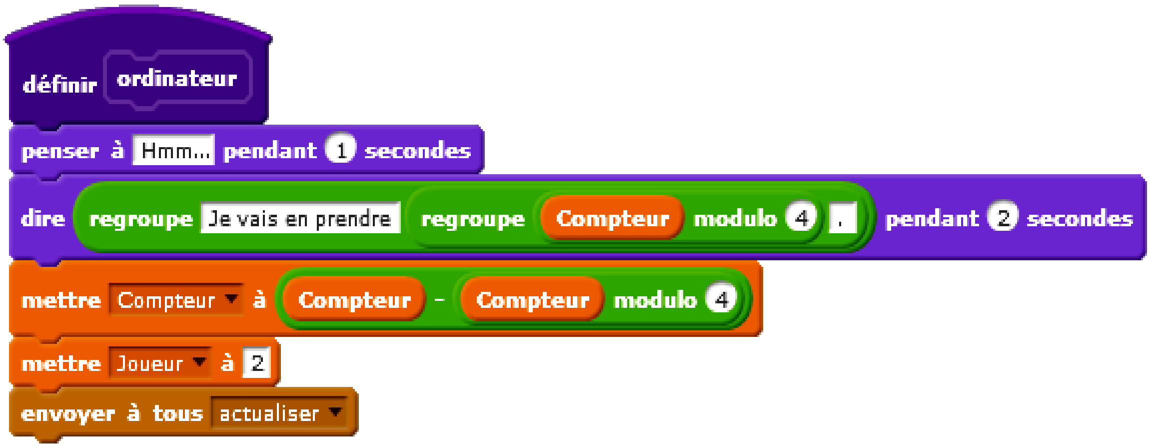


De plus, toujours dans le programme principal, remplacer :

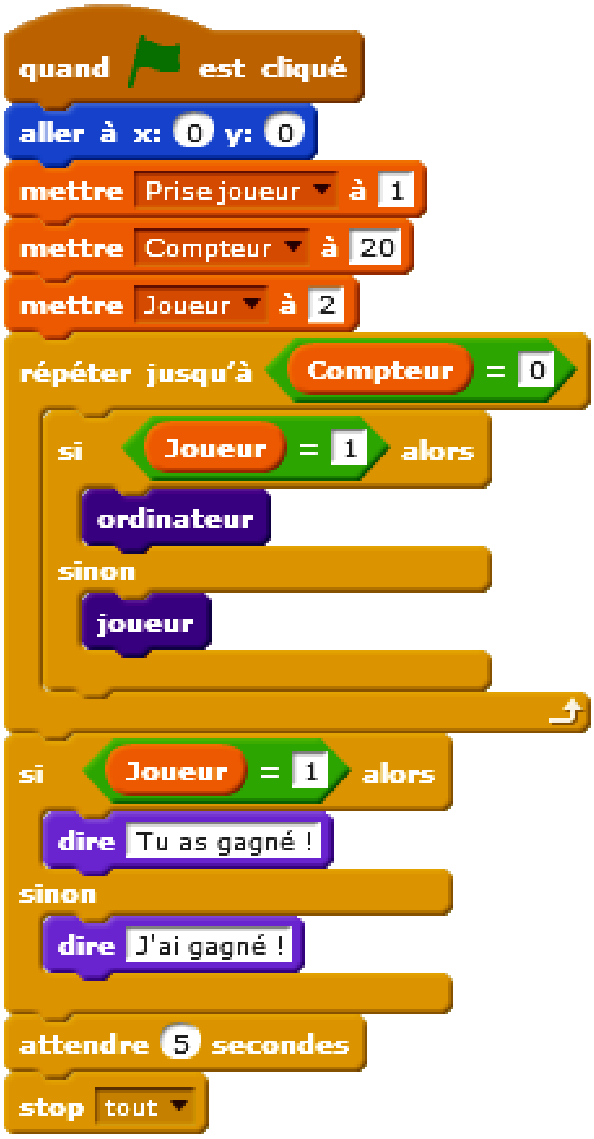
par

.

Finalement, le script « Définir Ordinateur » a été constitué ainsi :



Et le script principal a été modifié comme suit :



F Un prolongement…

Une élève a rapidement résolu la problématique proposée.
Elle s'est alors intéressée à la création d'un programme « Joueur 1 » contre « Joueur 2 ».

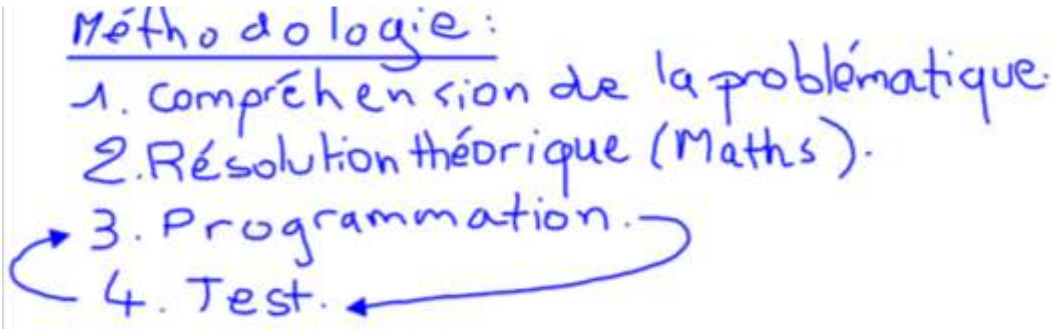
- Elle a repris le fichier initial « pf_algorithmique_du_jeu_de_nim.sb2 ».
- Elle a renommé le script « Définir Joueur » en « Définir Joueur 1 ».
- Elle a remplacé le bloc « Joueur » par le bloc « Joueur 1 » dans le script principal.
- Elle a dupliqué le script « Définir Joueur 1 » pour créer un script « Définir Joueur 2 ».
- Elle a remplacé le bloc « Ordinateur » par le bloc « Joueur 2 » dans le script principal.

Elle s'est alors heurtée à un nouveau problème : la variable Compteur peut devenir négative et le programme ne s'arrête plus. Il faut donc ne pas pouvoir soustraire plus d'objets qu'il n'en reste lorsque le nombre d'objets devient petit.
Le professeur l'a accompagnée pour créer une variable max dont la valeur est initialement mise à 4 et placée à la place de 4 dans le bloc de validation de saisie :

Il a également fallu rajouter un test dans le programme principal pour changer la valeur de la variable  lorsque le nombre d'objets devient petit :

G Mini-synthèse méthodologique finale

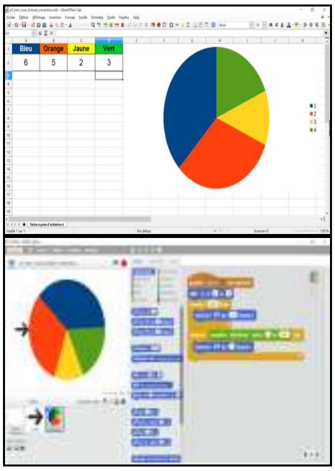
Réunis en classe entière lors de la séance suivante, nous avons évoqué la méthodologie générale employée pour l'activité 3 :

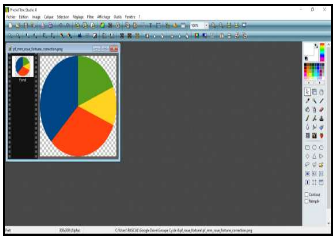


Les élèves l'ont notée dans leur cahier en conclusion de ces travaux.

ROUE DE LA FORTUNE

Pascal FABRÈGUES
Collège Condorcet, 77 Pontault-Combault
Mohammed MESMOUDI
Collège Jacques-Yves Cousteau, 77 BUSSY-SAINT-GEORGES





Cette activité a été mise en œuvre avec des élèves de 5ème, 4ème et 3ème. Elle vise à faire découvrir la programmation dans l'environnement Scratch à travers un petit projet simple. Elle permet l'enchaînement de divers outils multimédias : logiciel de tableur grapheur, logiciel de capture d'image et environnement de programmation.
Cette activité multimédia concrète, à travers une réalisation et un débat collectif, permet d'initier les élèves à la programmation événementielle tout en permettant le réinvestissement de la notion de diagramme circulaire...

Fichiers à télécharger sur le site académique

- roue.ods
- roue.sb2
- roue_enonce.pdf
- roue_correction.ods
- roue_correction.sb2

1 Objectifs

A Compétences du socle commun de connaissances, de compétences et de culture

À travers cette activité, les compétences interdisciplinaires suivantes sont travaillées :
Les formulations ci-dessous sont extraites du livret de compétences du collège Condorcet de Pontault-Combault, conforme au texte officiel du socle commun de connaissances et de compétences et de culture à partir de la rentrée 2016.

Domaine 1 Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit	
D1.C1.1	L'élève parle, communique, argumente à l'oral de façon claire et organisée ; il adapte son niveau de langue et son discours à la situation, il écoute et prend en compte ses interlocuteurs.
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages scientifiques, mathématiques et informatiques	
D1.C3.4	L'élève lit, interprète, commente, produit des tableaux, des graphiques et des diagrammes organisant des données de natures diverses.
D1.C3.5	L'élève sait que des langages informatiques sont utilisés pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données.

Domaine 2 Les méthodes et outils pour apprendre

Organisation du travail personnel	
D2.C1.5	L'élève sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.
Coopération et réalisation de projets	
D2.C2.1	L'élève travaille en équipe, partage des tâches, s'engage dans un dialogue constructif, accepte la contradiction tout en défendant son point de vue, fait preuve de diplomatie, négocie et recherche un consensus.

Domaine 3 La formation de la personne et du citoyen

La règle et le droit	
D3.C2.1	L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité, au sein de la classe, de l'école et de l'établissement, qui autorisent et contraignent à la fois et qui engagent l'ensemble de la communauté éducative. Il participe à la définition de ces règles dans le cadre adéquat.
Réflexion et discernement	
D3.C3.3	L'élève vérifie la validité d'une information et distingue ce qui est objectif et ce qui est subjectif. Il apprend à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres. Il sait remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté, il distingue son intérêt particulier de l'intérêt général. il met en application et respecte les grands principes républicains.

Domaine 4 Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Démarches scientifiques	
D4.C1.3	L'élève résout des problèmes impliquant des grandeurs variées en particulier des situations de proportionnalité.
D4.C1.4	L'élève interprète des résultats statistiques et les représente graphiquement.
Conception, création, réalisation	
D4.C2.1	L'élève imagine, conçoit et fabrique des objets et des systèmes techniques.
Responsabilités individuelles et collectives	
D4.C3.8	L'élève est en mesure de mobiliser ses connaissances sur les nombres et les grandeurs, les objets géométriques, la gestion de données, les phénomènes aléatoires.

B Compétences mathématiques

A travers cette activité, les six compétences mathématiques sont travaillées à divers degrés.

Chercher

● S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.

Modéliser

● Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants.
● Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).
● Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.

Représenter

● Représenter des données sous forme d'une série statistique.

Raisonner

● Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
● Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
● Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Calculer

● Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).

Communiquer

● Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.
● Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

C Eléments des programmes de mathématiques

À travers cette activité, les éléments suivants des nouveaux programmes du cycle 4 en mathématiques sont travaillés :

<u>Organisation et gestion de données, fonctions</u>

Interpréter, représenter et traiter des données

● Recueillir des données, les organiser. ● Calculer des effectifs, des fréquences.	➢ Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes). ➢ Organiser et traiter des résultats issus de mesures ou de calculs ; questionner la pertinence de la façon dont les données sont collectées.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

● Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.	➢ Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).

Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple

● Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné. ● Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des événements extérieurs. ● Programmer des scripts se déroulant en parallèle. » Notions d'algorithme et de programme. » Déclenchement d'une action par un évènement, séquences d'instructions, boucles.	

2 Mise en œuvre

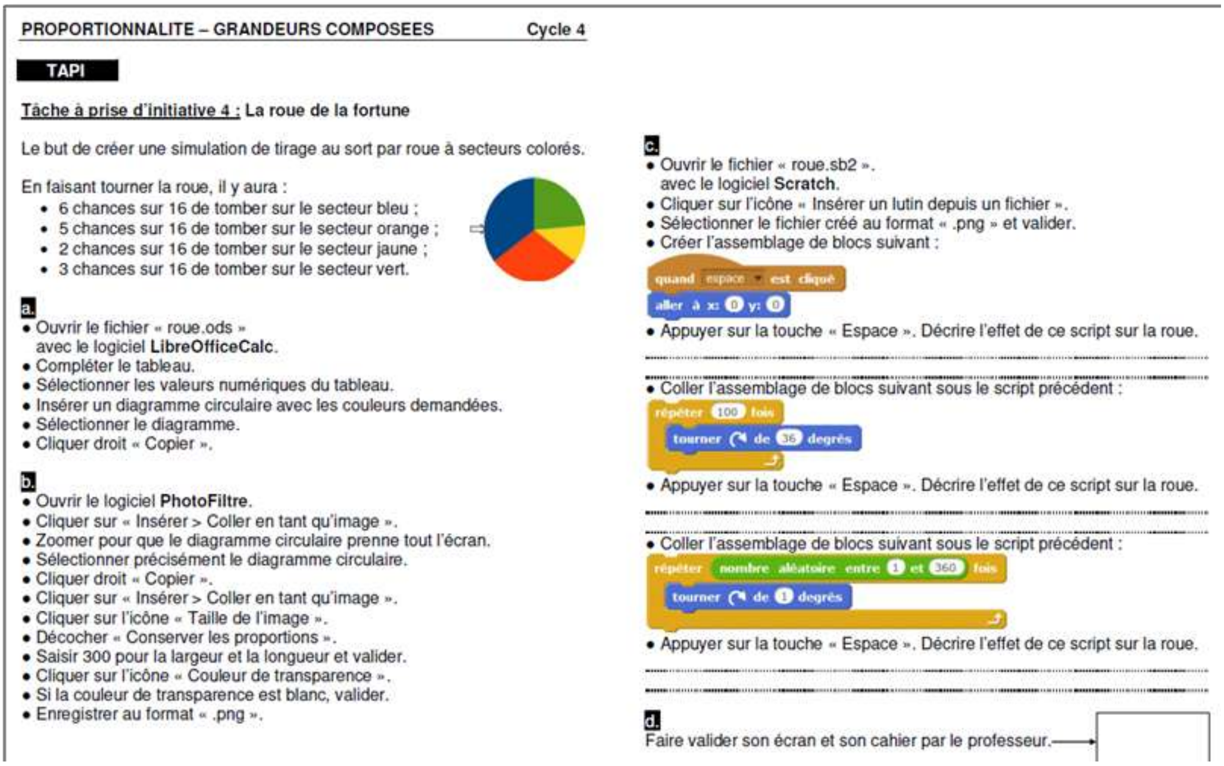
A Pré-requis

Cette activité a été proposée à des élèves de 5ème / 4ème / 3ème familiarisés avec les points suivants :

● Notion de statistique (tableau, diagramme circulaire) ;
● Proportionnalité (principe) ;
● Usage du tableur grapheur (élaboration diagramme cartésien) ;
● Pratique fréquente de tâches à prise d'initiative ;
● Habitude de participation à des débats et exposés concernant des sujets de mathématiques.

B Le matériel nécessaire

● Une fiche d'énoncé :



PROPORTIONNALITE – GRANDEURS COMPOSEES Cycle 4

TAPI

<u>Tâche à prise d'initiative 4 :</u> **La roue de la fortune**

Le but de créer une simulation de tirage au sort par roue à secteurs colorés.

En faisant tourner la roue, il y aura :

- 6 chances sur 16 de tomber sur le secteur bleu ;
- 5 chances sur 16 de tomber sur le secteur orange ;
- 2 chances sur 16 de tomber sur le secteur jaune ;
- 3 chances sur 16 de tomber sur le secteur vert.

a.
- Ouvrir le fichier « roue.ods » avec le logiciel **LibreOfficeCalc**.
- Compléter le tableau.
- Sélectionner les valeurs numériques du tableau.
- Insérer un diagramme circulaire avec les couleurs demandées.
- Sélectionner le diagramme.
- Cliquer droit « Copier ».

b.
- Ouvrir le logiciel **PhotoFiltre**.
- Cliquer sur « Insérer > Coller en tant qu'image ».
- Zoomer pour que le diagramme circulaire prenne tout l'écran.
- Sélectionner précisément le diagramme circulaire.
- Cliquer droit « Copier ».
- Cliquer sur « Insérer > Coller en tant qu'image ».
- Cliquer sur l'icône « Taille de l'image ».
- Décocher « Conserver les proportions ».
- Saisir 300 pour la largeur et la longueur et valider.
- Cliquer sur l'icône « Couleur de transparence ».
- Si la couleur de transparence est blanc, valider.
- Enregistrer au format « .png ».

c.
- Ouvrir le fichier « roue.sb2 ». avec le logiciel **Scratch**.
- Cliquer sur l'icône « Insérer un lutin depuis un fichier ».
- Sélectionner le fichier créé au format « .png » et valider.
- Créer l'assemblage de blocs suivant :

- Appuyer sur la touche « Espace ». Décrire l'effet de ce script sur la roue.

....

- Coller l'assemblage de blocs suivant sous le script précédent :

- Appuyer sur la touche « Espace ». Décrire l'effet de ce script sur la roue.

....

- Coller l'assemblage de blocs suivant sous le script précédent :

- Appuyer sur la touche « Espace ». Décrire l'effet de ce script sur la roue.

....

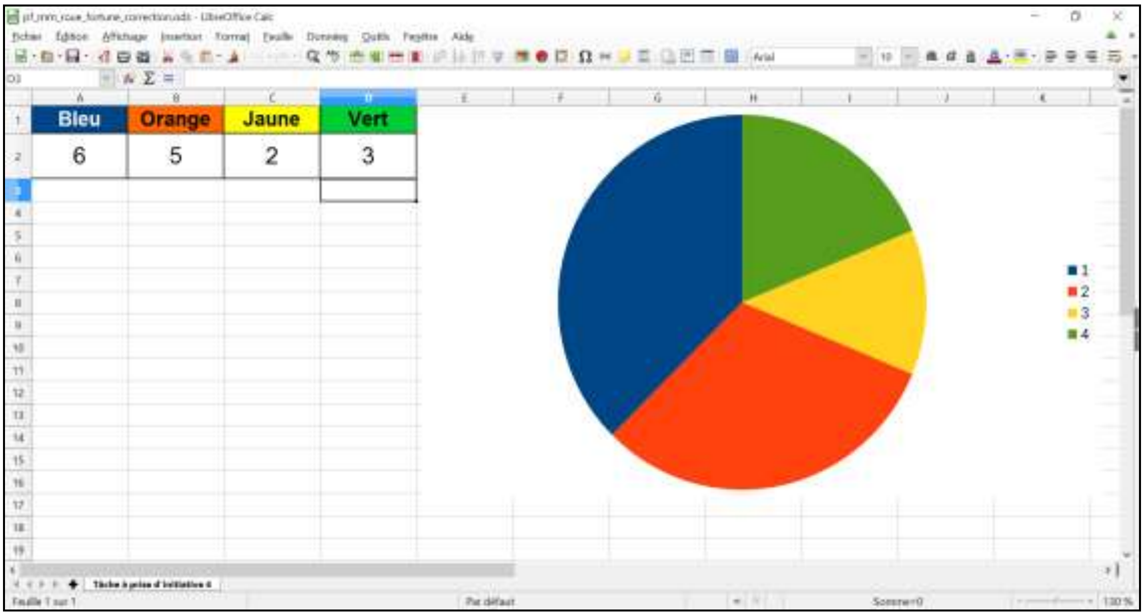
d.
Faire valider son écran et son cahier par le professeur.

- Un ordinateur.
- Un dispositif de projection (TNI…).
- Un clavier sans fil.
- Une souris sans fil.
- Le logiciel Scratch.
- Le logiciel Bloc-notes (Notepad).
- Le logiciel Libre Office Calc.

C Création du diagramme circulaire (Calc)

Un fichier de tableur grapheur a été élaboré pour s'ouvrir avec le logiciel Libre Office Calc : **roue.ods** .

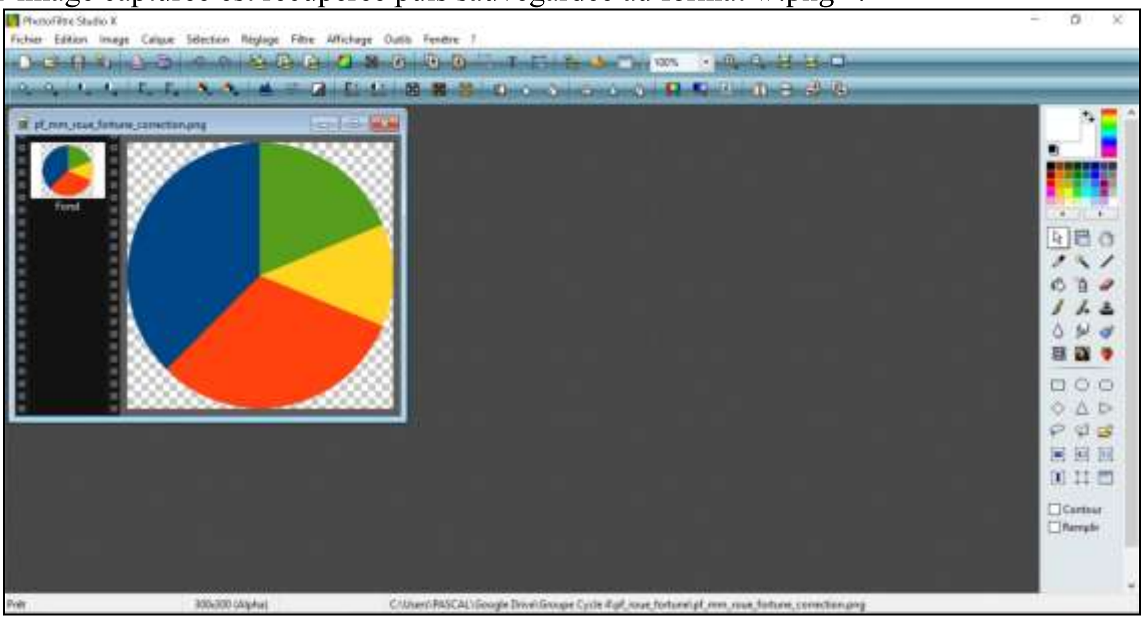
Les élèves doivent saisir les nombres de chances dans la zone A2:D2, puis sélectionner la zone A1:D2 ; enfin insérer un diagramme circulaire. Finalement, ils procèdent à une capture d'écran avec la touche [impécr syst] du clavier.



<u>Commandes :</u>
[Clic dans la cellule A2]→Sélectionne la cellule A2.
[Clic sur zone A2:D2]→Sélectionne la zone A2:D2.
[Icône puis suivre les indications des différentes fenêtres]→Insère et paramètre le diagramme circulaire.
[impécr syst]→Capture l'écran en tant qu'image dans la mémoire de l'ordinateur (presse-papier).

D Capture du diagramme circulaire (PhotoFiltre)

Le logiciel PhotoFiltre est ouvert.
L'image de l'écran précédemment capturée est récupérée.
L'outil de sélection circulaire permet la capture de l'image du disque « détouré ».
L'image capturée est récupérée puis sauvegardée au format « .png ».

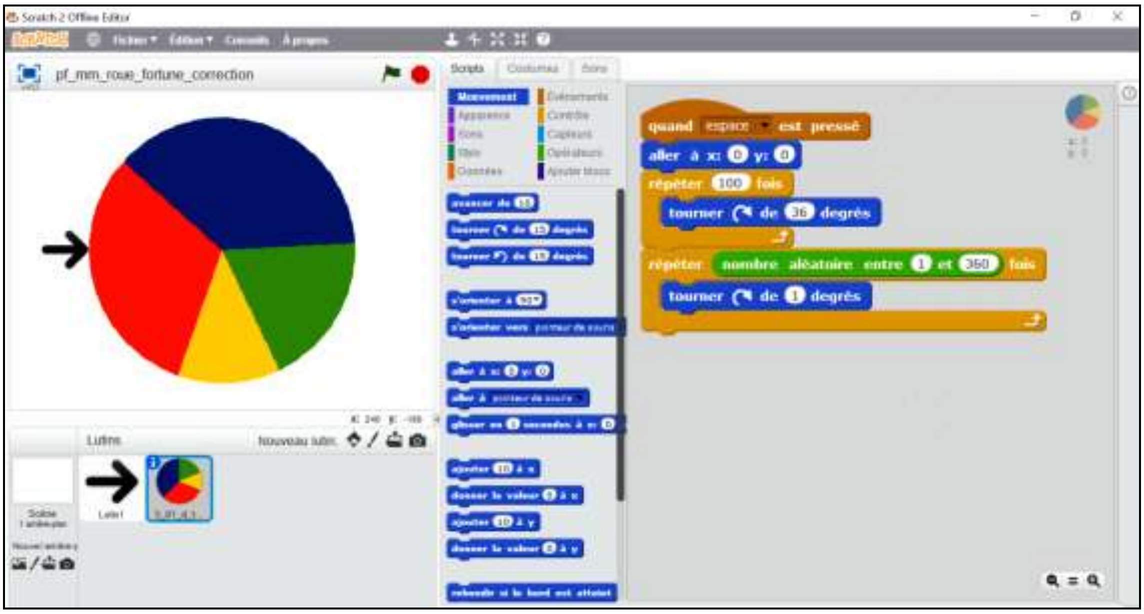


<u>Commandes :</u>

[ctrl alt V ou Insérer > Coller en tant qu'image]→Récupère l'image en mémoire de l'ordinateur (presse-papier).
[Icônes puis]→Active l'outil de sélection circulaire.
[Fichier > Enregistrer sous…→Permet l'enregistrement au format de son choix.

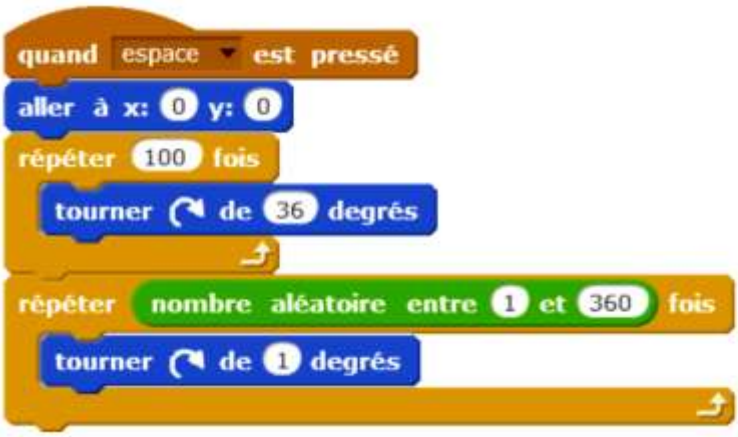
E Création de l'animation ( )

Un fichier a été élaboré avec (https://scratch.mit.edu) : **roue.sb2**. Un lutin représentant une flèche noire est déjà présent. Le fichier au format « .png » contenant l'image du disque capturé est importé en tant que nouveau lutin ( ).
Un script est créé pour :



● centrer le lutin du disque dans l'écran de scratch ;
● faire effectuer 10 tours rapides de la roue, en animation ;
● faire effectuer une rotation lente de la roue d'un nombre aléatoire de degrés entre 1 et 360°, en animation.

<u>Commandes :</u>
[Nouveau lutin:]→Crée un nouveau lutin à partir du fichier de l'image, précédemment enregistré au format « .png ».



F L'organisation de la classe

Les différentes actions sur l'ordinateur sont projetées à l'écran.

Un débat est organisé :

● Un élève « Président » distribue la parole aux élèves qui veulent intervenir. Il consigne leur participation sur la liste de classe.

● Un élève « Secrétaire » manipule le clavier et la souris pour interagir avec l'écran.

● Les autres élèves interviennent au fur et à mesure de l'avancée de l'activité.

● Le professeur tient le rôle de « Trésorier » : il reformule, facilite et précise les différentes interventions.

G Compte rendu de déroulement

L'activité s'est déroulée sur une séance de 55 minutes en passant par les étapes suivantes.

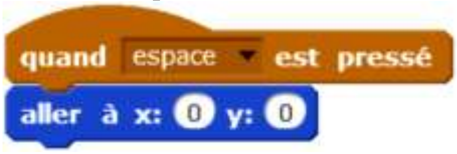
● La création du diagramme circulaire. Elle a permis de réinvestir les notions de proportionnalité et d'angles ainsi que de se familiariser à nouveau avec un tableur grapheur.

● L'élève « Secrétaire » a facilement réalisé la capture et l'enregistrement de l'image du disque.

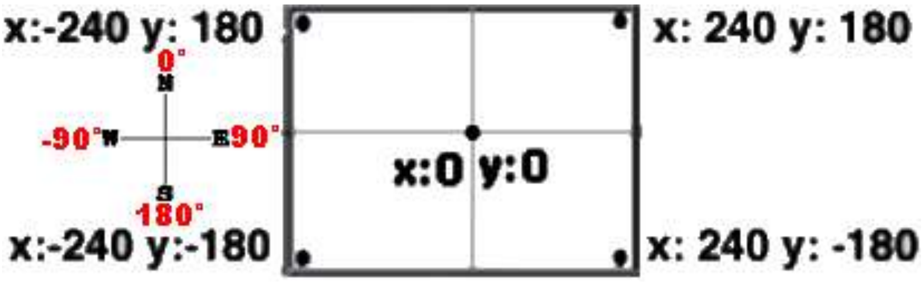
● De même pour la récupération de l'image en tant que lutin dans Scratch.

● La mise en place des différents blocs du script a été menée de manière collaborative par les élèves dans le cadre du débat. Les élèves ont ainsi appréhendé l'environnement de Scratch, assimilé le principe des lutins et découvert les blocs classés par thèmes.

● Débat concernant la 1ère partie du script :



Il a été nécessaire de s'informer sur les modalités de repérage de l'écran de scratch pour comprendre la deuxième instruction. Les élèves ont ainsi pu découvrir leur première commande de mouvement. Le schéma suivant a été examiné dans ce but.



● Débat concernant la 2ème partie du script :

Les élèves ont découvert leur première boucle. Il a été conclu que la roue tourne de 3600° soit 10 tours. La boucle a momentanément été remplacée par la boucle ci-contre.

Puis le bloc  a été mis à la place. Les élèves ont pu constater qu'à l'exécution de l'une ou l'autre des solutions de remplacement, aucune animation n'est visible. La rotation d'un multiple de 360° a été discutée. Ensuite, l'opportunité de créer des rotations successives de 36° dans le but de créer une animation a été soulignée.
Le débat a alors porté sur les paramètres influant sur la vitesse de rotation. Le script ci-contre a permis de concevoir une animation deux fois plus lente des 10 tours de disque.

● Débat concernant la 3ème partie du script :

Les élèves ont découvert l'opérateur nombre aléatoire entre 1 et 360 qui permet de faire intervenir le hasard en programmation. L'animation lente a ensuite été aisément expliquée en lien avec les conclusions établies dans la partie précédente.

H Prolongements

Quelques idées de prolongements ont été imaginées pour cette activité :

● <u>Visée algorithmique :</u> La flèche prend la couleur du secteur qu'elle touche. (Créer des costumes de flèches de couleur avec centrage à la pointe de la flèche ; Utilisation de blocs si ⟨ ⟩ alors avec des blocs du genre couleur ■ touchée? .)

● <u>Visée algorithmique :</u> Le tirage au sort est répété automatiquement un certain nombre de fois. (Utilisation d'une variable ; Utilisation d'un bloc demander Nombre et attendre puis d'un bloc répéter réponse fois .)

● <u>Visée algorithmique :</u> Les pourcentages des tirages de chaque couleur sont calculés au fur et à mesure que des tirages sont répétés (utilisation de variables ; utilisation des blocs « Opérateurs » ; éventuellement utilisation de liste).

● <u>Visée de réinvestissement de notions mathématiques :</u> La roue à secteurs est donnée sur papier avec l'énoncé suivant : « Quelle chance a-t-on de tomber sur tel ou tel secteur ? ». (La solution consiste à mesurer les angles pour former des fractions « mesure/360 »).

C'EST JUSTE MAGNIFIQUE… ET ENCORE MIEUX AVEC SCRATCH

Mohammed MESMOUDI
Collège Jacques-Yves Cousteau, 77 Bussy-Saint-Georges

Voici une discussion amusante « entre deux mondes » que l'on peut trouver sur internet, voir par exemple la vidéo https://www.youtube.com/watch?v=zdv8gBDyuE0
Les images de la vidéo ont été prises d'un débat qui a eu lieu entre Steve Jobs et Bill Gate en 2007 et organisé par le Wall Street Journal :
https://www.youtube.com/watch?v=_5Z7eal4uXI

Les paroles de la discussion sont un jeu de mots en anglais qui rappellent une concurrence entre deux maîtres de l'informatique. Voici les paroles de la discussion :

> Bill Gates: *"So, how's heaven, Steve?"*
> Steve Jobs: *"Great ! It just doesn't have any wall or fence."*
> Bill Gates: *"So…?"*
> Steve Jobs: *"So, we don't need any <u>Windows</u> and <u>Gates</u>. I'm sorry, Bill, I didn't want to offend you."*
> Bill Gates: *"It's ok Steve, but I heard a rumor."*
> Steve Jobs: *"Oh, what rumor?"*
> Bill Gates: *"That nobody is allowed to touch <u>Apple</u> there, and there are no <u>Jobs</u> in heaven."*
> Steve Jobs : *"Oh, definitely there are, but only no-payed <u>Jobs</u>. Therefore definitely no <u>Bill</u> in heaven as everything is be provided for free…"*

Introduction

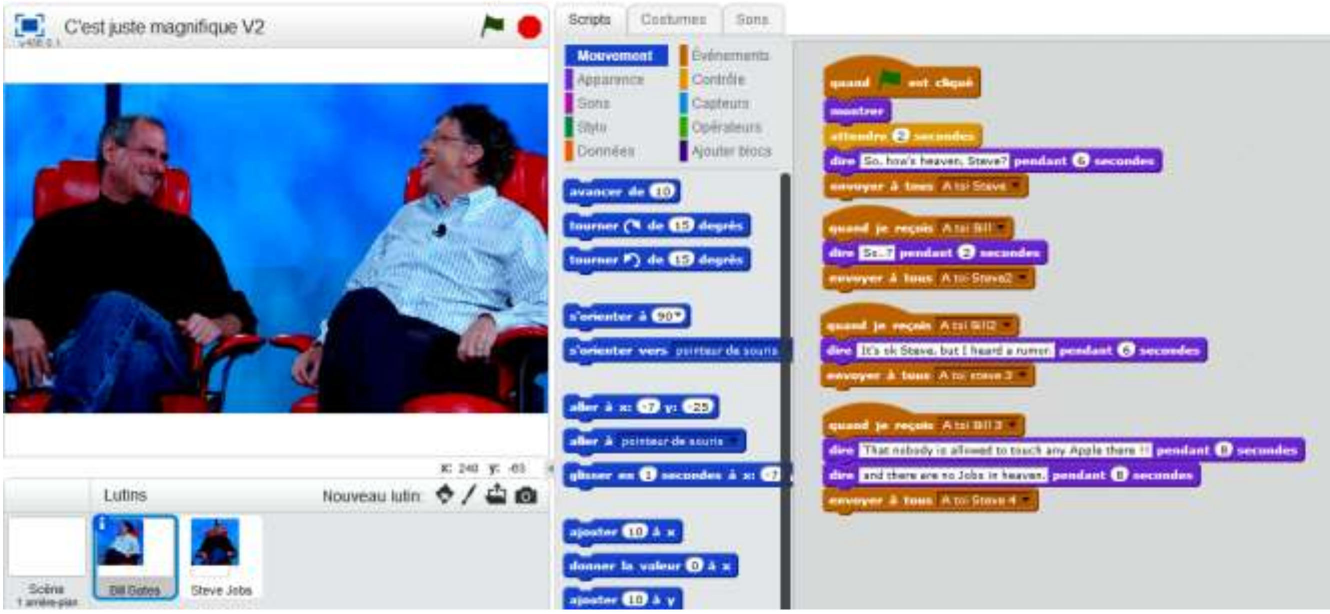
Cette activité peut être mise en œuvre dès le début du cycle 4. Elle vise à faire découvrir aux élèves la programmation sous Scratch à travers un petit projet simple.
Cette activité permet en particulier d'initier les élèves à la programmation événementielle, parallèle et/ou à l'utilisation des variables, tout dépend de la façon d'aborder le sujet.
On peut aussi travailler sur la synchronisation des réponses en mode parallèle.

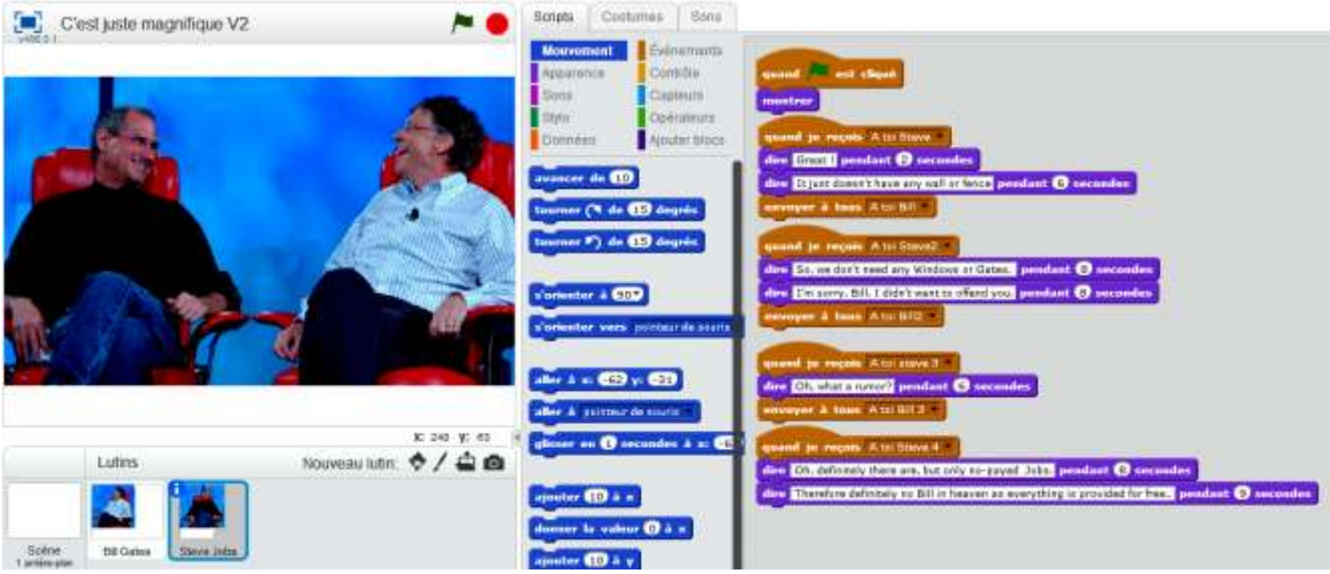
Pour aller plus loin, ce type de travail peut être exploité en interdisciplinarité, notamment :
- en histoire-géographie (visite de musées, raconter un événement sous forme d'une interview) ;
- en littérature et en langues vivantes (faire un exposé, faire un dialogue en anglais, allemand, espagnol).

Voici quelques copies d'écran de deux programmes différents décrivant le dialogue entre Steve Jobs et Bill Gate.
Les programmes complets faits sur Scratch peuvent être téléchargés sur le site académique :
– **juste_magnifique_v1.sb2** ;
– **juste_magnifique_v2.sb2**.

Programme 1.

Programme2.





Connaissances et compétences travaillées

Domaines du socle et éléments signifiants		Principales compétences travaillées	Descripteur ou contextes
D1.1	S'exprimer à l'oral et à l'écrit	Communiquer	Décrire à l'oral ou à l'écrit sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole.
D1.3	Utiliser l'algorithmique et la programmation pour créer des applications simples	Modéliser	Langages informatiques pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données.
D 2	– Organiser son travail personnel – Mobiliser des outils numériques pour apprendre, échanger, communiquer	Chercher, Raisonner, modéliser.	– Recueillir des données et les organiser. – Traiter les informations collectées, organiser, mémoriser.
D 3	– Réflexion et discernement	Raisonner, communiquer.	Fonder et défendre ses jugements
D 4	– Mener une démarche scientifique, résoudre un problème – Conception, création et réalisation	Chercher, raisonner, représenter, communiquer.	– Interpréter, représenter et traiter des données. -–Écrire, mettre au point et exécuter un programme.

Retour d'expérience

Au mois de novembre 2016 j'ai présenté ce dialogue, déjà programmé, à mes deux classes de 4ème sous forme de questions flash en projection sur deux séances. Les élèves des deux classes avaient les connaissances d'un débutant sur Scratch sauf pour quelques élèves de la deuxième classe pour lesquels les connaissances étaient plus approfondies.
L'objectif initial de cette activité était de poursuivre la découverte de l'environnement Scratch qui avait commencé dès le mois de septembre, à travers l'analyse de petits programmes.
Le travail prévu s'est transformé en petite séance d'algorithmique et a dépassé l'objectif initial
À la première séance, il s'agissait en premier lieu de comprendre le dialogue et de le traduire oralement en français. L'intérêt des élèves était immédiat. Des élèves en difficulté ont bien participé pour manifester des capacités linguistiques. Le jeu de mots a été

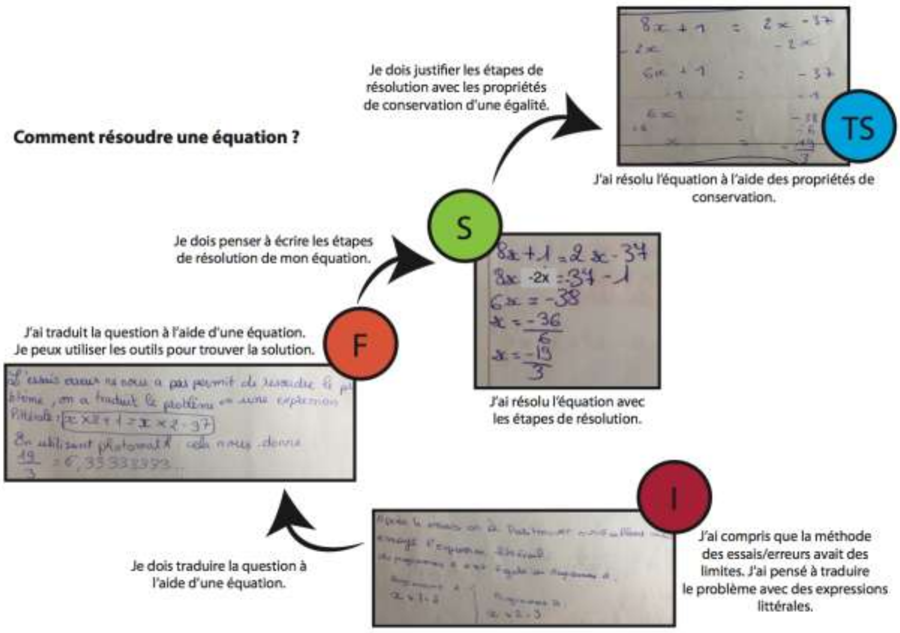
expliqué à tout le monde. La question qui a suivi la traduction était de comprendre comment le programme fonctionnait « Est ce que les scripts des deux lutins fonctionnaient en parallèle on non ? »
La première réponse donnée spontanément par les élèves, ayant répondu à cette question, était négative du fait que les phrases des deux lutins apparaissaient en différé. En cliquant successivement sur chaque lutin, les élèves ont remarqué que les scripts étaient actifs en même temps du fait de la couleur jaune entourant chaque script en exécution. Ils ont déduit que les scripts fonctionnaient en parallèle. La question que j'ai posée ensuite était : pourquoi on n'a pas eu cette réponse au début ?
On a analysé les scripts des deux lutins et la première chose qui a étonné les élèves est que le fait qu'un lutin soit en attente sans manifester d'action, ne voulait pas dire que son script était en arrêt.
La question que j'ai posée ensuite était : est-il vraiment utile de programmer ce dialogue en parallèle ? Après un moment de flottement et de silence, je n'ai pas eu de réponse. J'ai reposé la question autrement : « y a-t-il des inconvénients à cette façon de programmer ? C'est à dire qu'est-ce qui se passe quand un ordinateur exécute plusieurs choses à la fois ? ». Là j'ai commencé à avoir des réponses du type « la montre qui tourne », « le sablier », « un temps d'attente », « on attend et il se passe rien », …
Les élèves ont pris conscience de l'existence d'un problème, invisible parfois, et qu'il faut éviter quand c'est possible.

J'ai entamé avec eux une discussion sur la possibilité de programmer le même dialogue autrement. Après de longues secondes de silence, j'ai appelé un élève par son prénom en lui demandant s'il avait une réponse. La réponse fut « non ». J'ai appelé un deuxième élève, un troisième, … quelques uns.

J'ai rappelé le premier élève en lui disant s'il était au repos avant que je l'appelle, il m'a répondu « oui » , « j'ai rajouté et tu t'es activé à me répondre après, n'est ce pas ? », réponse « oui ». J'ai refait la même chose avec deux autres élèves puis je leur ai demandé s'ils avaient des idées pour répondre à ma première question. Après quelques « euuuh !! », je leur ai demandé s'il était possible de laisser un script au repos et l'activer à la demande ?
Dans la première classe on a cherché collectivement dans la palette des instructions de commande de Scratch. On a trouvé que dans « Événements » il y avait la possibilité d'envoyer un message aux lutins. Les élèves ont proposé la façon d'organiser le dialogue par envois de messages. C'est à dire déclencher des actions par des événements. Je leur ai proposé de faire ce travail pour la prochaine séance et de l'apporter sur clé usb.

À la deuxième séance, j'ai projeté le travail d'un élève qui a réussi à le faire et on a pu vérifier ensemble qu'avec cette méthode les scripts n'étaient pas tous actifs au même moment.
Avec la deuxième classe, deux élèves ont proposé simultanément d'utiliser l'envoi de messages. L'un deux a montré aux autres l'endroit pour aller chercher les blocs d'envoi de messages.

II – CALCUL LITTÉRAL



DÉMONTRER À L'AIDE DU CALCUL LITTÉRAL, S'INITIER AU RAISONNEMENT

Héla BEN SALAH
Collège Erik Satie 77 Mitry-Mory

Karine HELIES
Collège Hutinel 77 Gretz-Armainvilliers

Geoffroy LABOUDIGUE
Collège Roger Martin du Gard 93 Epinay-Sur-Seine

Les programmes

« La formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels du cycle 4. […]
En 3e, les élèves résolvent algébriquement équations et inéquations du 1er degré, et mobilisent le calcul littéral pour démontrer. »

Problématique

L'objectif du travail qui est mené en cycle 4, en calcul littéral, est de familiariser au maximum les élèves avec l'utilisation de la lettre en mathématiques. Le recours au calcul littéral doit prendre du sens pour les élèves et devenir un réflexe.
L'apprentissage de l'utilisation de la lettre en mathématiques est complexe car l'élève doit prendre conscience de ses différents statuts.

Analyse a priori

Nous avons fait le choix d'activités permettant une imprégnation régulière et progressive du calcul littéral (questions flash).
Pour donner du sens à la lettre, et pour rendre la notion plus concrète, nous avons privilégié des activités issues de domaines variés et à supports variés (questions flash, exercices, activités de groupes, problèmes, jeux).
L'emploi de solveurs d'équations doit aider les élèves à s'engager plus facilement dans une démarche utilisant le calcul littéral.

Des questions flash quotidiennes

L'objectif de ces séances est d'automatiser l'utilisation du calcul littéral et de ses règles.
Plutôt que de construire des séries de questions flash composées uniquement de calcul littéral, nous avons opté pour une question de calcul littéral par série (et donc une par jour !).

Nous donnons ici des exemples de questions flash données tout au long de l'année.

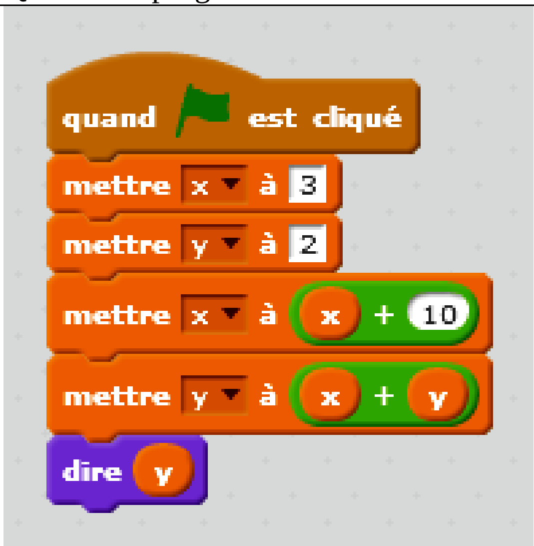
En arithmétique

1	Exprimer en fonction de x, le double de x *(ou un multiple de 2)*
2	Exprimer en fonction de x, le double de x augmenté de 1.
3	Exprimer en fonction de x, le triple de x. *(ou un multiple de 3)*
4	Exprimer en fonction de x, le triple de x diminué de 2.
5	Exprimer en fonction de n, le nombre entier suivant n.
6	Exprimer en fonction de n, le nombre entier précédent n.
7	Exprimer en fonction de n, les deux nombres entiers suivants n.
8	Exprimer en fonction de n, les deux nombres entiers précédents n.
9	Exprimer en fonction de n, le tiers de n.
10	Exprimer en fonction de n, le cube de n.
11	Exprimer en fonction de n, le carré de n.
12	Exprimer en fonction de n, la somme du double de n et de 9.
13	Exprimer en fonction de n, le produit de 6 par le triple de n.
14	Exprimer en fonction de n, la différence de n et de 7.
15	Exprimer en fonction de n, le produit de la différence de n et de 5 par la somme de n et de 4.

Avec des programmes de calculs et des fonctions

1	Choisir un nombre. Le multiplier par 3. Ajouter 2. Que donne le programme si on choisit 4 au départ ?
2	Choisir un nombre. Le multiplier par 3. Ajouter 2. Quel nombre a-t-on choisi sachant qu'on a obtenu 32 à la fin ?
3	Choisir un nombre. Le multiplier par 3. Ajouter 2. Que donne le programme si on choisit x au départ ?
4	Choisir un nombre. Ajouter 2. Multiplier le résultat par 3. Que donne le programme si on choisit 4 au départ ?
5	Choisir un nombre. Ajouter 2. Multiplier le résultat par 3. Que donne le programme si on choisit x au départ ?
6	Choisir un nombre. Ajouter 1. Elever au carré le résultat. Que donne le programme si on choisit 3 et – 3 au départ ?

<table>
<tr><td>7</td><td>Choisir un nombre.
Ajouter 1.
Elever au carré le résultat.
Que donne le programme si on choisit x au départ ?</td></tr>
<tr><td>8</td><td>

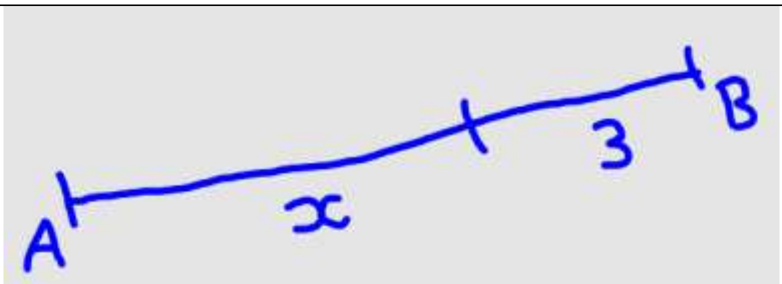
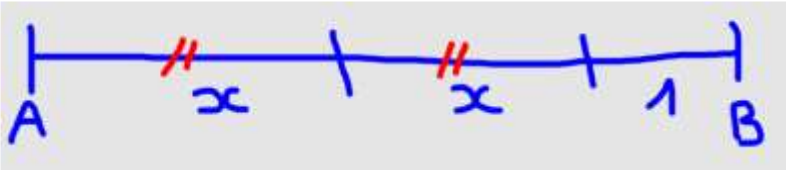
Que fait ce programme ?</td></tr>
<tr><td>9</td><td>

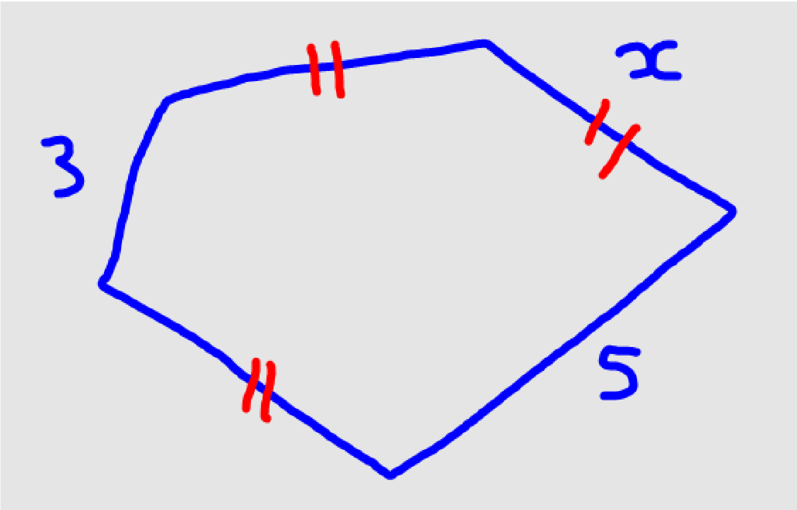
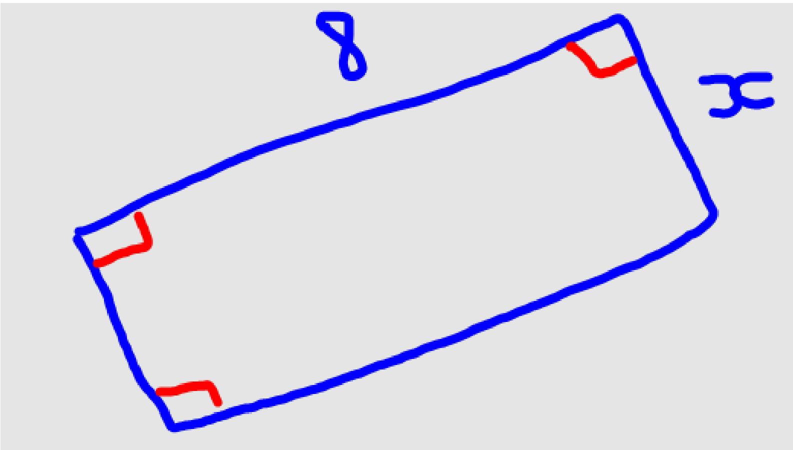
Que fait ce programme ?</td></tr>
<tr><td>10</td><td>

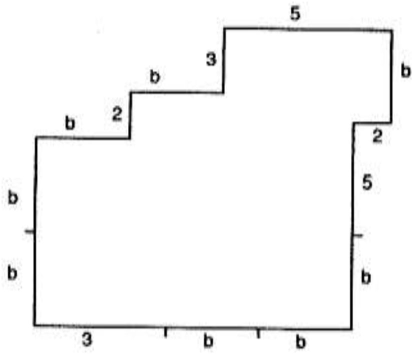
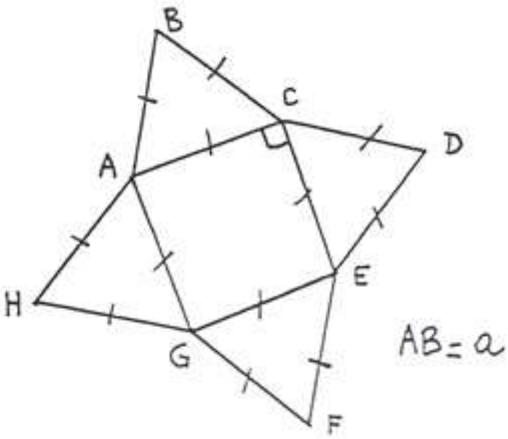
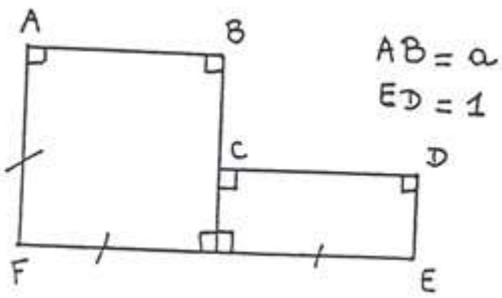
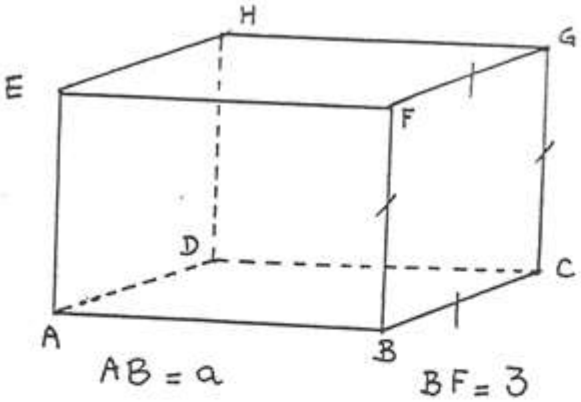
Le nombre obtenu par ce programme est 12.
Quel est le nombre de départ qui a été caché ?</td></tr>
</table>

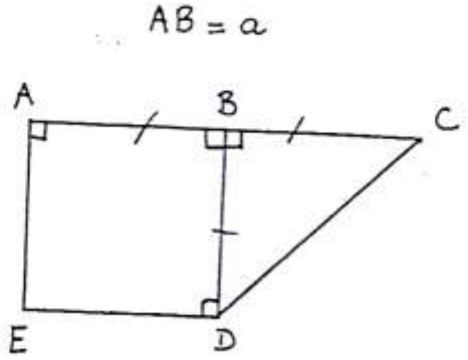
11	On considère la fonction qui, à un nombre x, associe son carré augmenté de 3. Donner une expression algébrique de la fonction.
12	On considère la fonction qui, à un nombre x, associe son carré augmenté de 3. Donner une expression algébrique de la fonction.
13	Voici un programme de calculs : Choisir un nombre. Calculer son carré. Multiplier par 5. Ajouter 10. Marc choisit 2 comme nombre de départ et obtient 30. Est-ce exact ?
14	Voici un programme de calculs : Choisir un nombre. Calculer son carré. Multiplier par 5. Ajouter 10. On note p la fonction qui, au nombre x choisi, associe le résultat obtenu. Déterminer une expression algébrique de $p(x)$.
15	Trouver un antécédent de 10,2 par la fonction p.

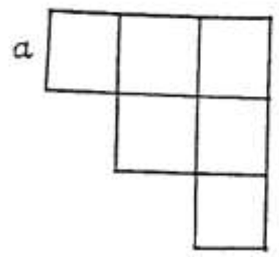
En géométrie

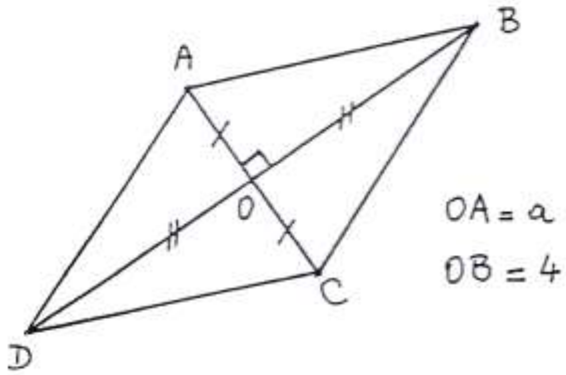
1	 Exprimer la longueur AB en fonction de x.
2	 Exprimer la longueur AB en fonction de x.

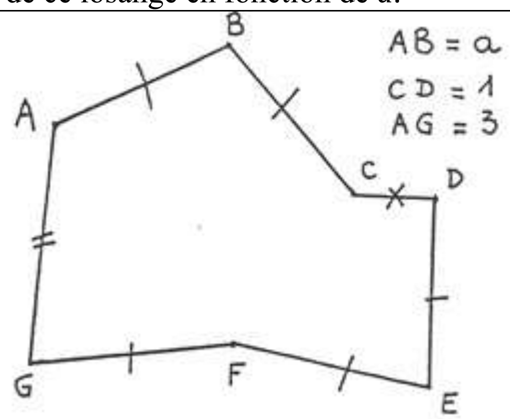
3	 Sachant que AC = x, exprimer la longueur AB en fonction de x.
4	 Exprimer le périmètre du polygone en fonction de x.
5	 Exprimer le périmètre du polygone en fonction de x.

6	 Exprimer le périmètre du polygone en fonction de *b*.
7	 Exprimer le périmètre du polygone ABCDEFGH en fonction de *a*.
8	 Exprimer le périmètre de cette figure en fonction de *a*. Exprimer l'aire de cette figure en fonction de *a*.
9	 Exprimer la longueur totale des arêtes du pavé en fonction de *a*. Exprimer le volume du pavé en fonction de *a*.

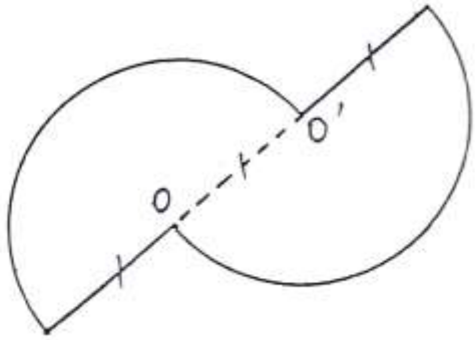
<table>
<tr><td>10</td><td>


Exprimer l’aire de cette figure en fonction de *a*.
</td></tr>
<tr><td>11</td><td>


Exprimer le périmètre de cette figure constituée de carrés de côté *a*.
Exprimer l’aire de cette figure en fonction de *a*.
</td></tr>
<tr><td>12</td><td>


Exprimer l’aire de ce losange en fonction de *a*.
</td></tr>
<tr><td>13</td><td>


Exprimer le périmètre de ce polygone en fonction de *a*.
</td></tr>
</table>

14	 Sachant que le rayon des demi-cercles est a, exprimer le périmètre de cette figure en fonction de a et de π.

Plusieurs de ces questions sont tirées de brochures de l'APMEP.

Exercices types sur le calcul littéral

<u>Exercices extraits du livre Transmath 3ème NATHAN 2016.</u>

Le calcul littéral pour modéliser :

« *Modéliser dans la vie quotidienne* » pour donner du sens :

71 Étudier plusieurs propositions

Modéliser • Représenter • Communiquer

Les parents de Joséphine souhaitent l'inscrire dans un club d'équitation. Le club propose deux options.

• Option A : 165 € par carte de 10 séances.

• Option B : cotisation annuelle de 70 € plus 140 € par carte de 10 séances.

1. Quelle est l'option la plus avantageuse pour 20 séances dans l'année ?

2. On note x le nombre de cartes de 10 séances achetées dans l'année. Exprimer en fonction de x le coût pour la famille si elle choisit :

a. l'option A ; **b.** l'option B.

c. Trouver par le calcul le nombre de cartes à partir duquel l'option B devient avantageuse.

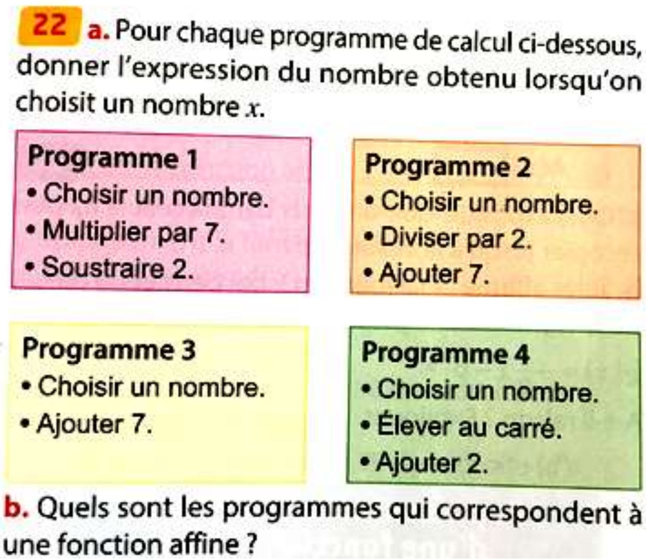
3. On note f et g les fonctions telles que :

• $f : x \mapsto 165x$ • $g : x \mapsto 140x + 70$.

a. Dans un repère, construire les représentations graphiques des fonctions f et g (*unités :* 2 cm pour 1 en abscisses et 1 cm pour 50 en ordonnées).

b. Retrouver graphiquement la réponse à la question **2. c** en faisant apparaître les tracés utiles en pointillés.

«Changer de cadre en mathématiques » :



22 **a.** Pour chaque programme de calcul ci-dessous, donner l'expression du nombre obtenu lorsqu'on choisit un nombre x.

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 7.
- Soustraire 2.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Diviser par 2.
- Ajouter 7.

Programme 3
- Choisir un nombre.
- Ajouter 7.

Programme 4
- Choisir un nombre.
- Élever au carré.
- Ajouter 2.

b. Quels sont les programmes qui correspondent à une fonction affine ?

Le calcul littéral pour trouver une inconnue

« Trouver une inconnue dans la vie quotidienne » :

Un site de stockage de données en ligne propose l'offre suivante :

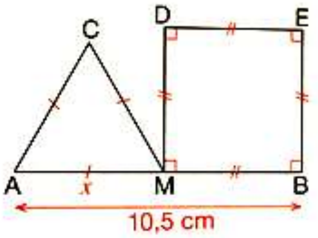
Si on décide d'acheter 400 Go, combien va-t-on payer ?
Avec 15 euros combien de gigaoctets peut-on acheter ?
On note f la fonction qui modélise le montant, en euros, d'une commande de x gigaoctets.
Donne l'expression de $f(x)$ et donne la nature de la fonction.
Calcule l'image de 400. **Interprète ton résultat pour la situation.**
Calcule l'antécédent de 15 par la fonction f. **Interprète ton résultat pour la situation.**
Calcule l'antécédent de 30 par f.

« Trouver une inconnue en mathématiques »

69 Résoudre un problème

Chercher • Modéliser • Communiquer

[AB] est un segment de longueur 10,5 cm.
M est un point du segment [AB].
On note x la longueur AM en cm ($0 \leqslant x \leqslant 10$).
ACM est un triangle équilatéral et MDEB est un carré.



On cherche la position du point M pour que le triangle et le carré aient le même périmètre.
On note f et g les fonctions qui, à x, associent respectivement le périmètre, en cm, du triangle ACM et le périmètre, en cm, du carré MDEB.

a. Donner les expressions de $f(x)$ et de $g(x)$.
b. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
c. Répondre au problème posé.

Le calcul littéral pour démontrer une conjecture

Voici un algorithme :

Choisir un nombre Ajouter 3 à ce nombre Multiplier le résultat précédent par 2 Soustraire au résultat précédent le double du nombre de départ

Teste cet algorithme avec les nombres 1 ; 15 ; (– 5).
Que constates-tu ?
Démontre la conjecture de la question b).
Ce type d'exercice peut être complexifié et complété par une question qui nécessitera une équation pour trouver le nombre de départ.

Le calcul littéral pour démontrer une propriété mathématique

On peut montrer aux élèves l'utilité du calcul littéral pour démontrer une propriété mathématique ; on n'attend pas d'eux qu'ils sachent faire seuls la démonstration, l'objectif étant de les sensibiliser à la démonstration, chose qu'ils feront souvent en classe de seconde. On peut privilégier les démonstrations courtes.

Exemple de propriété **: « si $a = b$ alors $a - c = b - c$ »**
Ici a, b, c désignent des nombres quelconques.
On sait que : (*) **« $A = B$ équivaut à $A - B = 0$ »**

__**Démonstration**__ :
On a $(a - c) - (b - c) = a - c - b + c = a - b$
Or $a = b$ donc $a - b = 0$
Donc $(a - c) - (b - c) = 0$ et, d'après la propriété (*), $a - c = b - c$.

Sur ce type de démonstration courte, il est facile pour nous professeur de rebondir sur des exemples pour donner du sens à la lettre, d'expliquer pour quelle raison on a recours à la lettre, et ce qu'est une démonstration mathématique.

Quelques pistes pour aider nos élèves à comprendre le calcul littéral

Il est important de reformuler les questions et les notions faisant apparaître des expressions littérales, afin de les rendre le plus accessible possible à l'élève. Cela permettra de donner du sens à la lettre, et de rendre concrète la notion abordée.
La plupart du temps, la notion de fonction est introduite comme étant une « machine mathématique » qui transforme un nombre en un autre nombre.
Il est utile de revenir à cette « machine » dans les différents chapitres qui abordent la notion de fonction pour donner du sens à la fonction et à *x* qui désigne le nombre qui va être transformé par la machine.

Il est alors important de **verbaliser** cette transformation, c'est à dire d'expliquer **ce que fait la fonction.**
Voici un type d'exercice qu'on donne souvent à nos élèves, qui est important pour la classe de seconde mais qui peut être très complexe pour certains élèves car ils ne comprennent pas ce qu'on leur demande de faire, d'où l'importance de la reformulation des notions.

On considère la fonction f définie pour tout nombre x par $f(x) = 3x + 2$.
1) Calculer l'image de 10.
2) Calculer $f(-3)$.
3) Quelle est l'antécédent du nombre 2 ?
4) Quelle est la valeur de x telle que $f(x) = 0$?

On commence tout d'abord par expliquer la première phrase.
On revient alors à la « machine mathématique » qui transforme le nombre x.

Consignes, informations données aux élèves	Verbalisation possible
On considère la fonction f définie pour tout nombre x par $f(x) = 3x + 2$.	f désigne une machine mathématique qui prend un nombre qu'on nommera x et qui le transforme en $3x + 2$. Le processus est : « je multiplie par 3 puis j'ajoute 2 ».

$3x + 2$	Trois fois le nombre de départ auquel on ajoute deux.
L'image de 10	Le résultat de la transformation du nombre 10 par la machine mathématique f. Si on veut détailler davantage pour les élèves… La machine *f* prend le nombre 10 puis elle le transforme en 3 fois lui-même augmenté de 2 qu'obtient-on ? …
$f(x)$	Le résultat de la transformation du nombre *x*.
L'antécédent d'un nombre	Le nombre de départ avant la transformation
Quel est l'antécédent du nombre 2 ?	Quel nombre a été transformé en 2 par la machine (par la fonction) ? Quel est le nombre qui lorsqu'on le multiplie par 3 puis on augmente de 2 donne 2 ? ….

Il est nécessaire de reformuler constamment avec les élèves, pour rendre l'utilisation de la lettre la plus naturelle possible et donner du sens au calcul littéral. La reformulation est au début faite et guidée par le professeur mais au fur et à mesure ces reformulations doivent être faites par les élèves eux-mêmes. La verbalisation du concept mathématique est importante dans l'apprentissage, principalement dans le calcul littéral.

Le festival des programmes de calculs en 3eme

L'objectif général de cette mini-séquence (deux temps de travail de deux heures) est de mobiliser les connaissances sur les programmes de calculs pour réactiver les connaissances sur les notions d'équations.

Les pré-requis pour cette séquence sont une bonne maîtrise du programme de calcul :

- calcul d'image ;
- calcul d'antécédent en « remontant le programme de calcul » et par essais-erreurs ;
- traduction d'un programme de calculs avec une expression littérale.

Les objectifs de cette séquence sont multiples :

- dans un premier temps, réinvestir les techniques de remontée et d'essais-erreurs pour déterminer un antécédent ;
- montrer la limite de ces techniques calculatoires lors de recherche de solutions non entières et ainsi justifier l'utilisation du calcul littéral comme méthode experte ;
- travailler la compétence représenter pour traduire une recherche d'antécédent par une équation ;

- résoudre algébriquement les équations et/ou utiliser les outils numériques de type solveurs d'équations (Photomath et THOT) pour déterminer les solutions des équations.

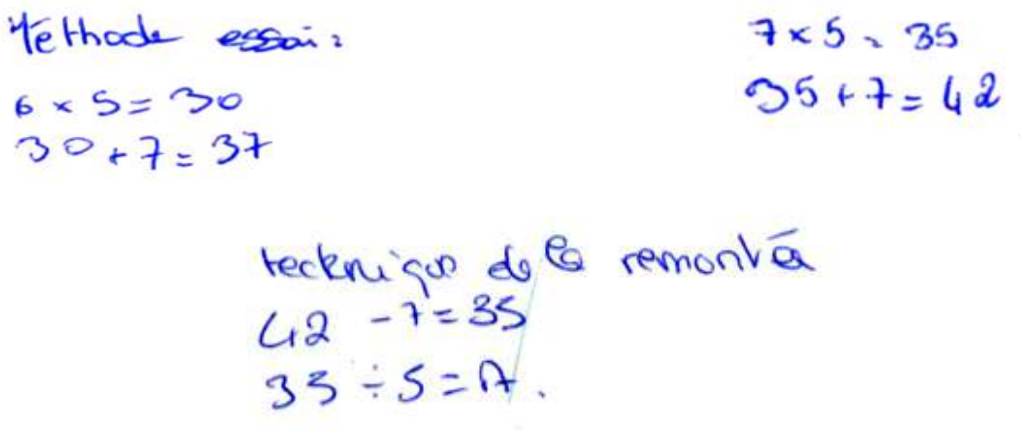
Le festival des programmes de calcul partie 1

Dans ce premier temps de travail, les élèves étaient en groupes de 4 et ont eu à leur disposition trois programmes de calculs et une consigne identique pour chacun des programmes : identifier le nombre de départ qui permet d'obtenir le nombre donné. La difficulté était croissante et l'objectif était de mobiliser des techniques de plus en plus avancées pour résoudre le problème.

<u>1er programme</u> : - Choisir un nombre
- Multiplier le résultat par 5
- Ajouter 7

Quel nombre faut-il prendre au départ pour obtenir 42 à l'arrivée ?

→ La solution est entière et peut se trouver avec les méthodes habituelles : « remontée » ou essais-erreurs.



<u>2eme programme</u> : - Choisir un nombre
- Multiplier le résultat par 7
- Enlever 5

Quel nombre faut-il prendre au départ pour obtenir 1 à l'arrivée ?

→ La solution n'est pas entière et la méthode des essais-erreurs va demander plus de temps avec l'incertitude de trouver la réponse. La technique de la remontée est alors la solution la plus efficace pour répondre à cette question.

La majorité des élèves n'a eu aucune difficulté à mobiliser la technique de la remontée pour trouver la solution. Néanmoins une première difficulté s'est présentée, lorsque les élèves se sont lancés dans une vérification avec un arrondi de la valeur $\frac{6}{7}$. Des débats ont eu lieu au sein des groupes et les élèves ont été sensibilisés au fait de considérer la fraction, valeur exacte, comme solution du problème.

$1 + 5 = 6$

$6 \div 7 = 0{,}857$

$0{,}857 \times 4 = 5{,}999$

$5{,}999 - 5 = 0{,}999 \simeq 1$

$\frac{6}{7}$ = valeur exacte

3eme programme :
- Choisir un nombre
- Ajouter 4
- Multiplier le résultat par 4
- Enlever le nombre de départ

Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 21 à l'arrivée ?

→ La technique de la remontée était impossible dans ce dernier programme, car la dernière étape fait appel au nombre de départ, qui est inconnu à ce moment-là. Le recours à l'expression littérale, la mise en équation de la question et l'utilisation de la propriété de distributivité sont alors nécessaires pour se ramener à une équation du type $ax + b = c$. Les deux premiers points étant les principaux enjeux de l'activité, la transformation de l'expression et la résolution pouvaient être laissées aux outils numériques Photomath et THOT.

x . C'est le nombre de départ

$x+4$

~~$(4+x) \times 4$~~

$(x+4) \times 4 - x$

$3x + 16$

avec photomath on a vu que le programme de Calcul pouvaient se traduire par $3x+16$

$-\frac{5}{3}$

$-\frac{5}{3}$ on l'a mis sous forme d'expression littérale

On ne peut pas faire la technique de la remontée parce qu'on a pas le nb de départ. On pense qu'il faut faire une équation. Dabord on a distribué et ensuite réduit grâce à photomath :

$(x+4)\times 4 - x$
$= 4x + 16 - x$
$= 3x + 16$

Donc $3x + 16 = 21$
On fait l'équation :

$3x + 16 = 21$
$-16 \quad -16$
$3x = 5$
$\div 3 \quad \div 3$
$x = \frac{5}{3}$

Cela nous donne $\frac{5}{3}$ on à vérifié grâce à l'application Tpt sur l'ordi et cela nous a donné 21

Lors de la synthèse collective, il a été discuté de l'intérêt d'avoir recours à l'expression littérale et à la mise en équation du problème. Ainsi les arguments qui faisaient consensus étaient :

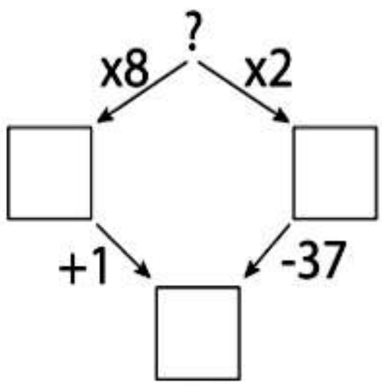
– le gain de temps ;
– la fiabilité de la technique, l'assurance de trouver la solution.

La technique de résolution des équations de type $ax + b = c$ a pu être montrée au tableau par les élèves (8 sur 23) qui étaient allés au bout de la résolution.
Les méthodes de résolution ont été retravaillées en questions flash de manière régulière à l'issue de ce premier temps.

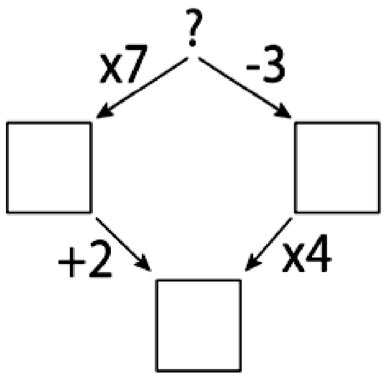
Le festival des programmes de calcul partie 2

Quelques semaines après, j'ai proposé un deuxième travail de groupes sur les programmes de calcul. La consigne de cette nouvelle activité demeurait très proche de la première activité : il fallait trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnaient le même nombre.

Arbre 1 :



Arbre 2 :



Quel nombre faut-il prendre au départ pour obtenir le même nombre à l'arrivée ?

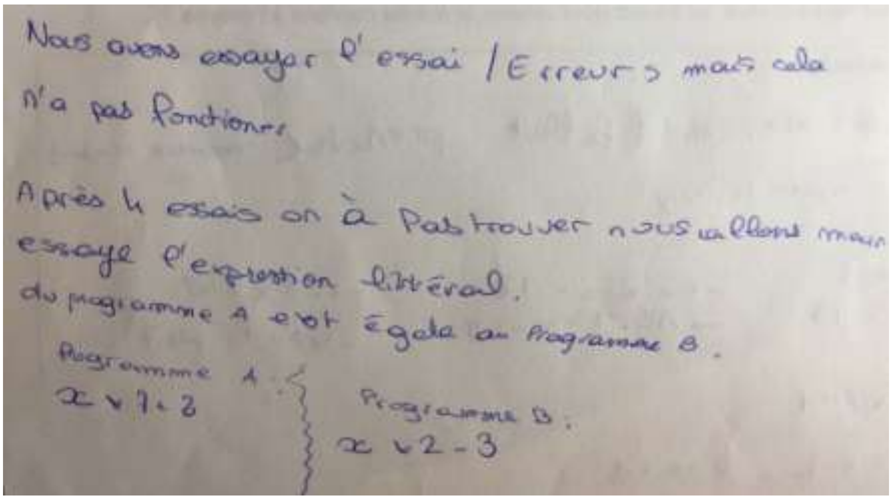
→ Les solutions aux deux arbres de calcul sont non entières ainsi l'essais-erreurs a peu de chances d'aboutir.

Mon attente minimum se situait donc sur la capacité à recourir au calcul littéral sans aides extérieures et à traduire l'énoncé à l'aide d'une équation de type $ax + b = cx + d$. Sur ce point, la séance menée montre plutôt de bons résultats, les élèves ont traduit rapidement l'énoncé sous forme d'une équation.

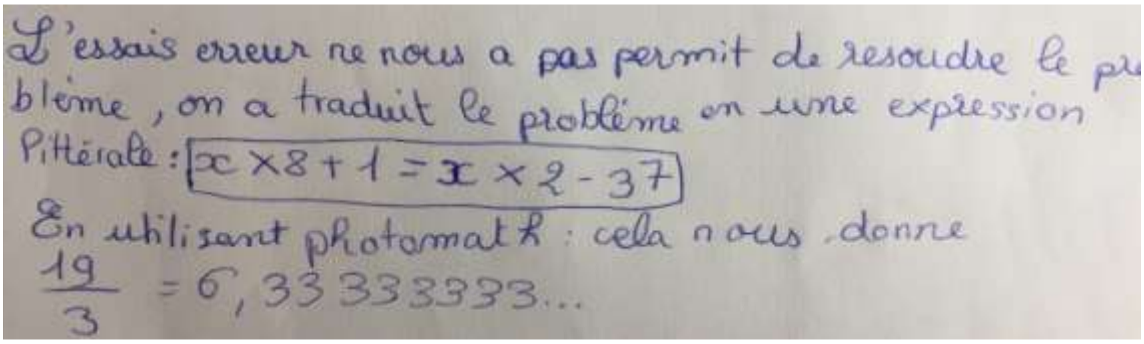
Ont eut recours aux expressions littérales des programmes de calcul	Ont traduit l'énoncé avec une équation
87,5 %	70,8 %

La majorité du temps de travail a donc été utilisée pour la résolution des équations et la différenciation sur les outils à utiliser. Les élèves disposaient à nouveau des solveurs d'équation Photomath (sur leur téléphone) et THOT (sur trois postes au fond de la classe). Des vidéos d'aide à la résolution d'équation étaient disponibles via le blog de la classe : mathlaboudigue.blogspot.com.

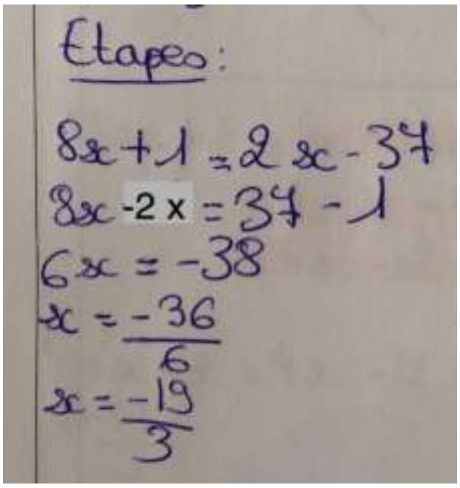
Pour la synthèse collective j'ai décidé de me focaliser sur la correction de l'arbre 1 et de projeter 4 copies d'élèves qui attestaient de 4 niveaux de maîtrise différents sur l'utilisation du calcul littéral pour résoudre une équation.


Nous avons essayer l'essai / Erreurs mais cela n'a pas fonctionné.
Après 4 essais on à pas trouver nous allons main essaye l'expression littéral.
du programme A est égala au Programme B.
Programme A : $x \times 7 + 2$
Programme B : $x \times 2 - 3$

Résolution d'un niveau insuffisant


L'essais erreur ne nous a pas permit de resoudre le pro
blème, on a traduit le problème en une expression
litterale : $\boxed{x \times 8 + 1 = x \times 2 - 37}$
En utilisant photomath : cela nous donne
$\frac{19}{3} = 6,3333333...$

Résolution d'un niveau fragile

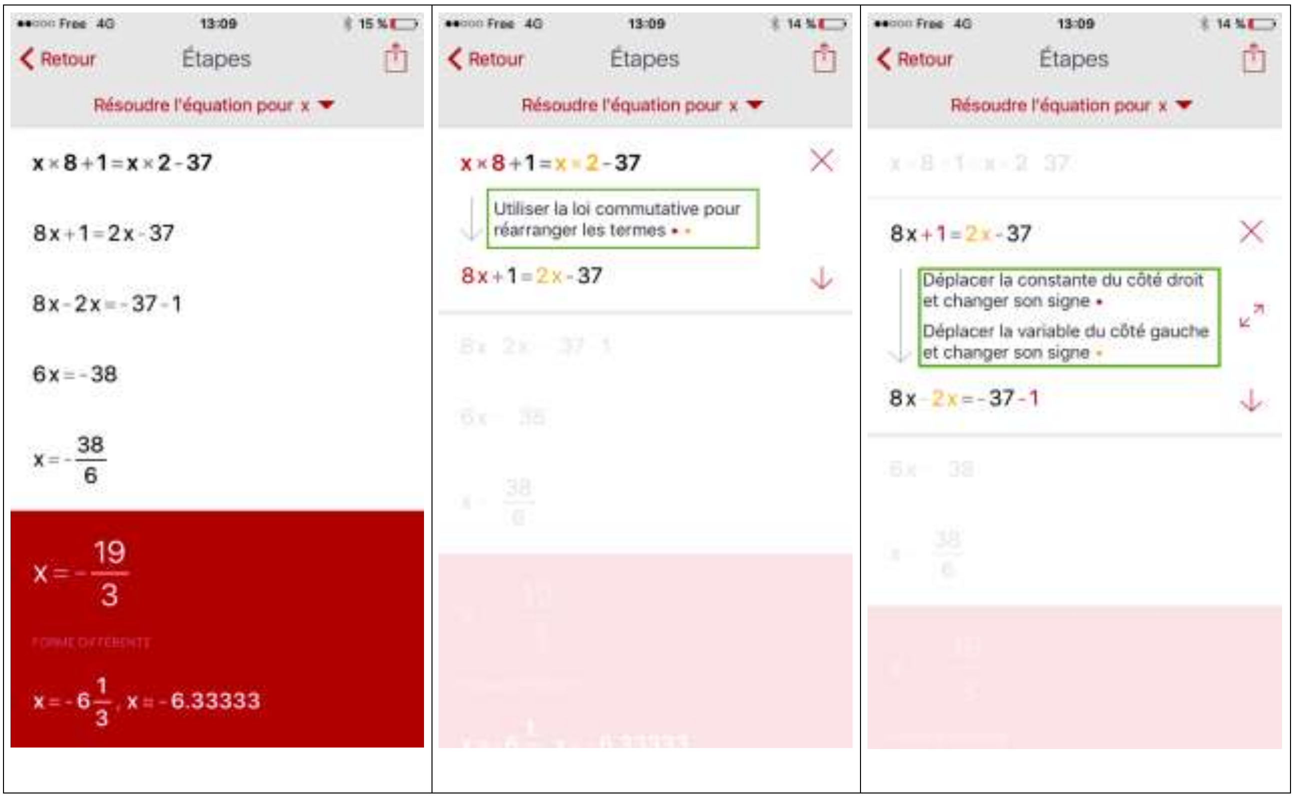


Résolution d'un niveau satisfaisant

Je leur ai donc demandé de décrire ce qu'avait fait l'élève pour chaque niveau et ce qu'il lui manquait pour arriver au niveau suivant. Il en est ressorti, en concertation avec les élèves, les critères d'évaluation suivants :

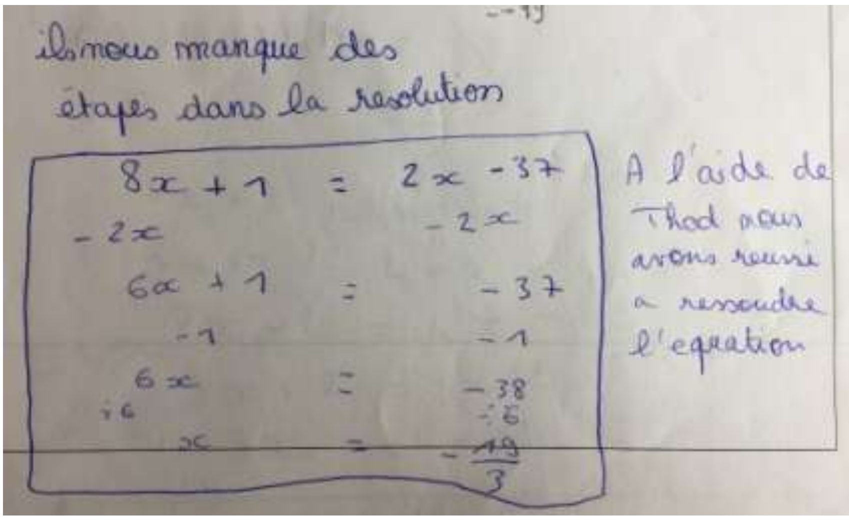
Insuffisant	Fragile	Satisfaisant
L'élève n'a été qu'à la moitié de la modélisation : il a traduit les programmes de calculs à l'aide d'expressions littérales mais n'a pas réussi à traduire l'énoncé à l'aide d'une équation.	L'élève a été au bout de la modélisation. Les deux programmes de calculs ont été traduits correctement et l'équation a été résolue grâce à l'outil Photomath. Le raisonnement sous-jacent à la résolution n'apparaît pas.	L'élève a été au bout de la modélisation et son raisonnement est précisé.

À cette étape-là de la synthèse collective, les élèves ne comprenaient pas pourquoi les critères du niveau satisfaisant n'étaient pas ceux d'un niveau très satisfaisant.
Comme les productions qui étaient d'un niveau satisfaisant étaient des productions réalisées à l'aide de l'application Photomath nous avons regardé en détail la résolution proposée par l'application.



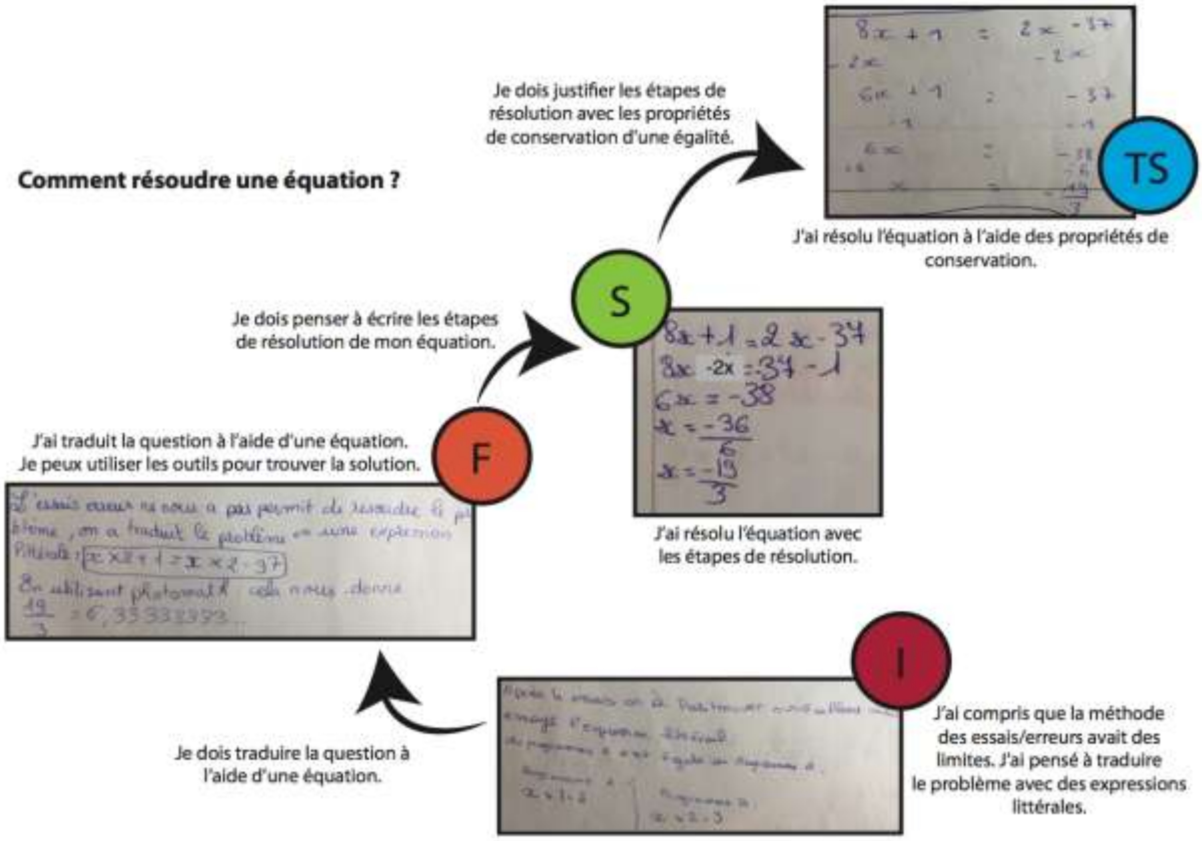
- La première étape de la résolution proposée par Photomath nous a permis de préciser ce qu'était la loi de commutativité de la multiplication.
- La seconde étape de résolution nous a interpellés. La question « Pourquoi on déplace du côté droit et pourquoi on change le signe ?» est rapidement arrivée. Cela a permis de rappeler les propriétés de conservation d'une égalité vues en 4^e^ et de justifier l'existence du quatrième niveau de maîtrise, le niveau très satisfaisant dont les critères sont les suivants : la modélisation est réussie et le raisonnement est clairement précisé. Les propriétés de conservation sont écrites pour justifier le passage d'une ligne à l'autre.

Les propriétés de conservation de l'égalité sont clairement mises en avant dans le logiciel THOT. Ainsi nous avons conclu avec la production d'un niveau très satisfaisant dont la résolution reprend la même méthode que décrite dans le logiciel THOT.



Résolution d'un niveau très satisfaisant

À l'issue de la séance, une « fiche progrès » indiquant les critères de la future évaluation a été mise à disposition. Lors de l'évaluation qui a suivi la semaine d'après, 80 % des élèves ont obtenu un très satisfaisant sur la résolution d'une équation de type $ax + b = cx + d$.



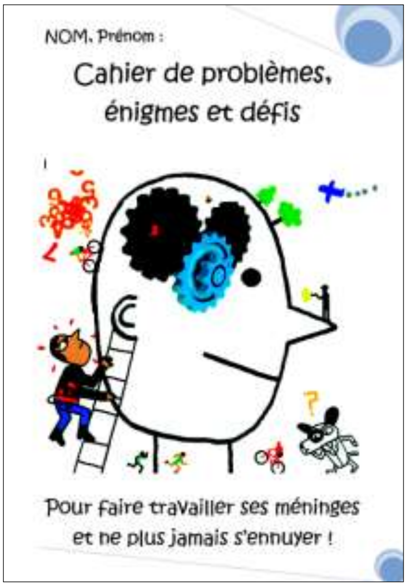
« Fiche progrès » explicitant les critères d'évaluation et les conseils explicites pour franchir les niveaux

Cahier de problèmes : travail différencié en rituel

J'ai eu l'envie d'introduire un « cahier de problèmes » l'an passé, comme certains collègues de primaire font déjà dans leurs classes.
Cette idée m'avait été soufflée par les très intéressantes vidéos de Stella Baruck : https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/ .
Aussi, dès la rentrée 2015, j'utilisais un cahier par élève (type cahier de brouillon) avec mes classes de 6ème, chaque lundi, et je leur proposais un problème à résoudre comme un rituel de début de semaine. Je stockais ces cahiers au fond de ma salle.
Face à l'enthousiasme de mes jeunes élèves, l'idée est venue quelques semaines plus tard, d'étendre cet outil à mes autres classes, des 3èmes.

L'objectif de ce cahier est de replacer la résolution de problèmes au cœur des activités mathématiques tout en proposant, par moments, des activités différenciées.

Page de garde collée sur la 1ère de couverture d'un petit cahier de brouillon :



Pour plus de facilité (éviter un diagnostic trop lourd, avoir une gestion plus souple), j'ai décidé, non pas de proposer des problèmes différents à chaque élève mais de proposer plusieurs problèmes de niveau de difficulté croissant.

Un premier exemple en 3ème : résolution d'équations (tirés de l'ouvrage « Maths ensemble et pour chacun 4ème »), après avoir traité le chapitre sur les équations.

<u>Exercice du nombre mystère (1)</u>

Emma et Zoé ont chacune une calculatrice. Elles ont "tapé" le même nombre.
Ensuite, Emma a appuyé sur les touches :

$\boxed{\times}\ \boxed{2}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\text{EXE}}$

et Zoé a appuyé sur les touches :

$\boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{EXE}}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{+}\ \boxed{8}\ \boxed{\text{EXE}}$

Quelle coïncidence : elles obtiennent le même résultat ! Quel nombre ont-elles bien pu choisir ?

<u>Exercice du nombre mystère (2)</u>

Ahmed et Chloé ont chacun une calculatrice. Ils ont "tapé" le même nombre.
Ensuite, Ahmed a appuyé sur les touches :

$\boxed{\times}\ \boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{5}\ \boxed{\text{EXE}}$

et Chloé a appuyé sur les touches :

$\boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{\text{EXE}}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{\text{EXE}}$

Quelle surprise : ils obtiennent aussi le même résultat ! Quels nombres ont-ils bien pu choisir ?

<u>Exercice du nombre mystère (3)</u>

Yuna et Pierre ont chacun une calculatrice. Ils ont "tapé" le même nombre.
Ensuite, Yuna a appuyé sur les touches :

$\boxed{\times}\ \boxed{2}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\text{EXE}}$

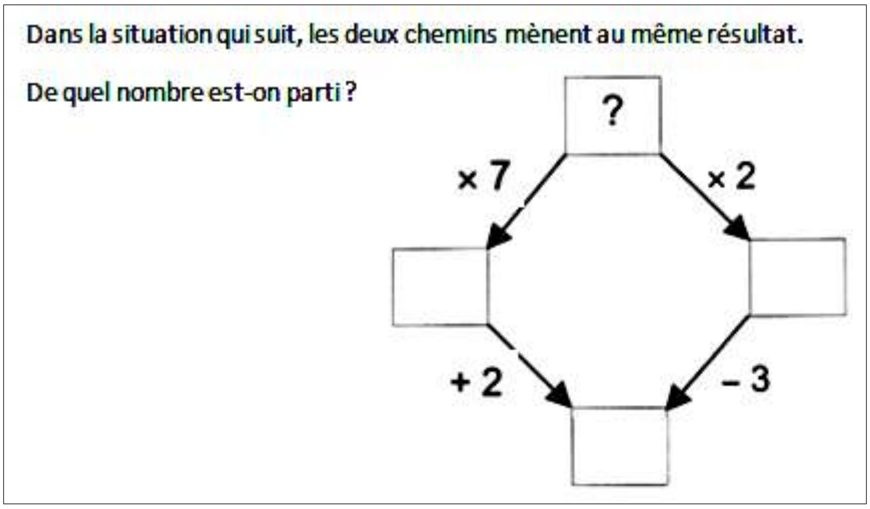
et Pierre a appuyé sur les touches :

$\boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{\text{EXE}}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{+}\ \boxed{8}\ \boxed{\text{EXE}}$

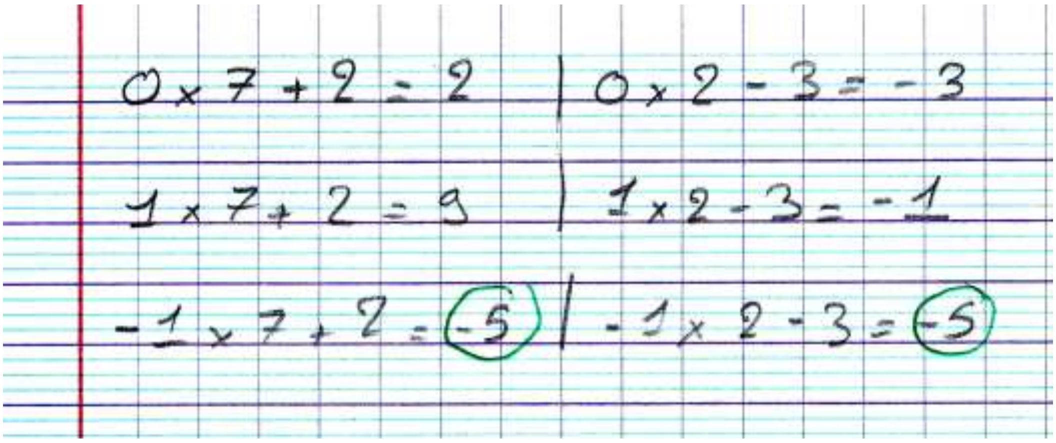
Incroyable mais vrai : ils obtiennent eux aussi le même résultat ! Quels nombres ont-ils bien pu choisir ?

Un deuxième exemple, au niveau 3ème, tiré des documents d'accompagnement, pour une séance d'une heure entière :

Niveau 1 :

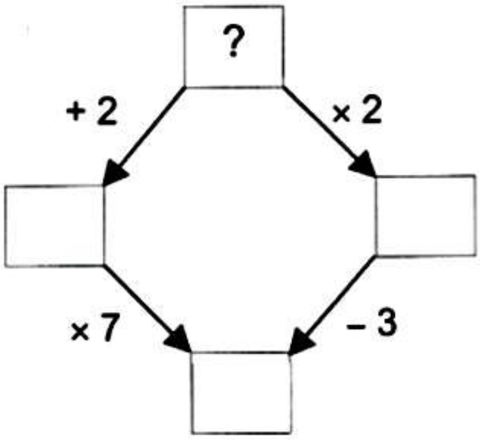


Rédaction d'une élève de 3ème par tâtonnements :

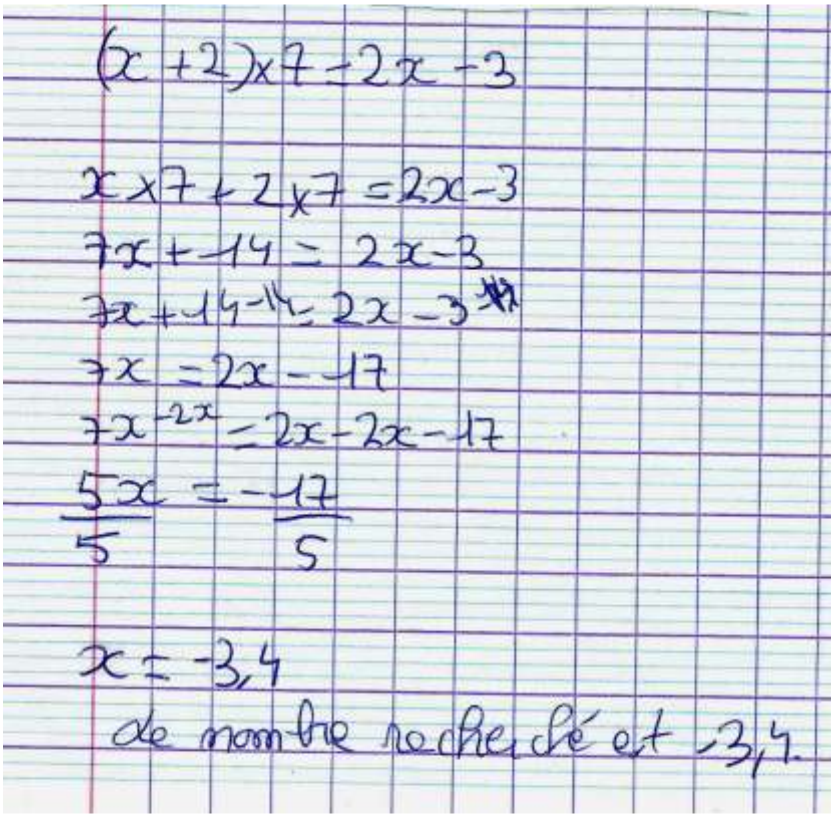


De nombreux élèves ont procédé ainsi ce qui prouve une fois de plus leur attachement aux méthodes utilisant des expressions numériques ; la méthode experte de résolution à partir d'une équation n'est pas encore automatisée pour certains.
Cette méthode experte est explicitée en classe pendant un temps de correction, puis l'exercice niveau 2 est distribué aux élèves. Dans ce nouvel exercice, la solution est décimale et des parenthèses sont nécessaires dans la mise en équation ce qui complique la situation par rapport à l'exercice niveau 1. Le but étant que les élèves quittent leurs méthodes numériques.

Niveau 2 :
De quel nombre est-on parti ?



Rédaction d'une élève de 3ème à l'aide d'une mise en équation :



$(x+2)\times 7 = 2x-3$

$x\times 7 + 2\times 7 = 2x-3$

$7x+14 = 2x-3$

$7x+14-14 = 2x-3-14$

$7x = 2x-17$

$7x-2x = 2x-2x-17$

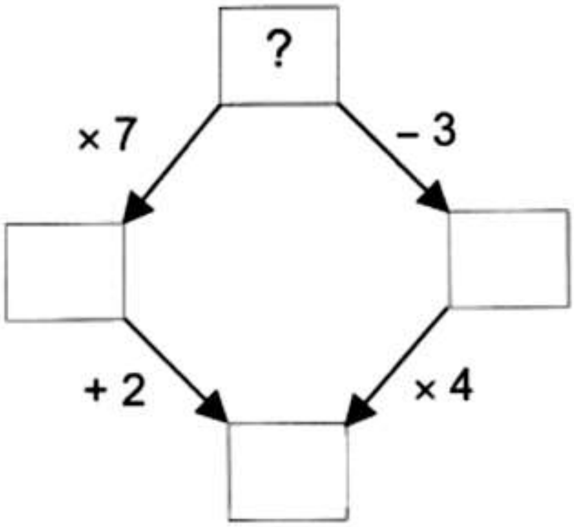
$\frac{5x}{5} = -\frac{17}{5}$

$x = -3{,}4$

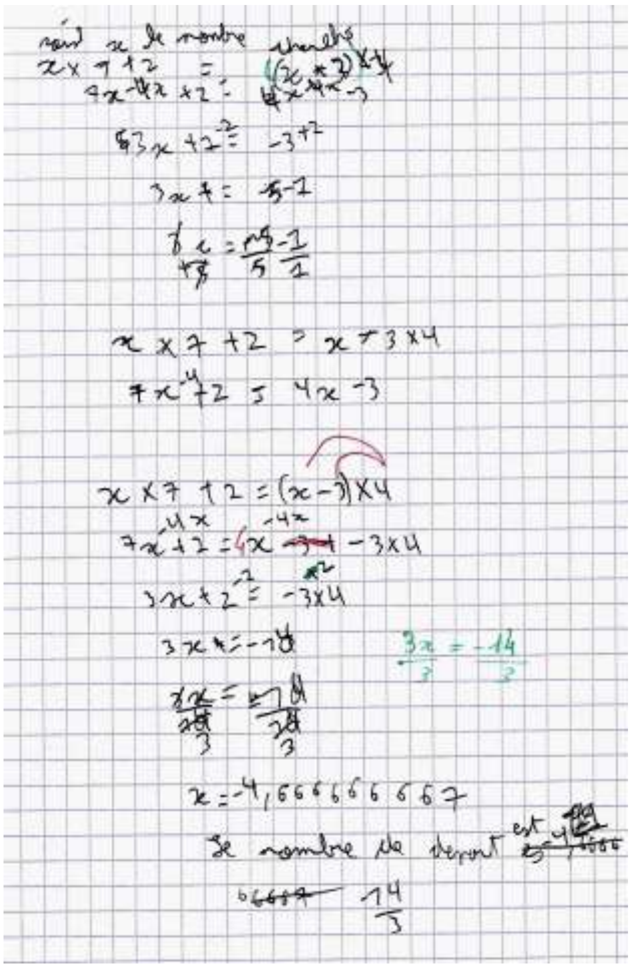
Le nombre recherché est $-3{,}4$.

Le niveau 3 est ensuite distribué aux élèves ayant réussi le niveau 2. Dans ce nouvel exercice, la solution n’est pas décimale et des parenthèses sont nécessaires dans la mise en équation.

Niveau 3 :
De quel nombre est-on parti ?



Rédaction d'un élève de 3ème à l'aide d'une mise en équation difficile pour plusieurs raisons.
L'élève oublie dans un premier temps les parenthèses, puis il n'utilise pas la distributivité simple enfin il confond valeur approchée et valeur exacte.
Ce qui est intéressant c'est que l'élève a souhaité contrôler son résultat à la calculatrice en utilisant la valeur approchée – 4,666666667. En n'obtenant pas le même résultat, il a pris conscience de la différence entre valeur exacte et valeur approchée.



Ce cahier de problèmes, qui n’est pas exclusivement réservé au calcul littéral, me permet de mettre rapidement les élèves au travail car la démarche est ritualisée (je me fais même reprendre par mes élèves lorsque le lundi, je ne leur propose pas de problème !). Chaque élève avance à son rythme. Je l’utilise aussi en dehors du lundi lorsque des élèves ont terminé en avance leur travail.

Les élèves cherchent 5 minutes de façon individuelle (comme en évaluation) ; suite à quoi nous faisons une lecture collective. Puis viennent les éventuelles explications et débuts de démarches possibles. Je laisse ensuite 10 minutes de recherche en groupe. Les 5 ou 10 dernières minutes du rituel sont accordées à la rédaction du niveau 1. Pour les élèves qui sont passés aux autres niveaux, j'ai parfois le temps de corriger sur le cahier pendant le temps de recherche.
Je n'indique pas le niveau sur le sujet distribué aux élèves car je ne veux pas créer de compétition souvent mal vécue par les élèves les plus en difficulté.
Au niveau de l'organisation du cahier, les élèves collent le sujet du problème en haut et à gauche d'une double page (un problème par double page). Ensuite, ils écrivent « partie recherche », puis « partie rédaction ».

Pendant le temps de recherche, rédigent ceux qui veulent ! En effet, j'ai constaté qu'un grand nombre des élèves ne s'autorisent pas à écrire tant que le chemin vers la solution ne leur est pas clair. Là encore, un cadre bienveillant, valorisant et un travail sur l'erreur peuvent être menés (avec appui d'un visualiseur par exemple ; JEP : Journal d'Erreurs et de Progrès).
J'essaie de créer 3 niveaux par thème (cela permet d'approfondir un sujet) mais ce n'est pas toujours facile à trouver. C'est pourquoi, j'utilise aussi 3 niveaux sur des thèmes différents (à partir de rallyes par exemple). Je vois aussi un intérêt à proposer des thèmes différents : générer de la flexibilité chez les élèves.
Les deux organisations me semblent intéressantes et complémentaires.

Il serait possible de définir plus précisément les niveaux, en dégageant des critères. Exemple : niveau 1 : application ; niveau 2 : tâche intermédiaire ; niveau 3 : tâche à prise d’initiative.

Au niveau de l'organisation de la classe, je distribue le problème niveau 1 à tout le monde et ensuite je distribue les suivants à la demande et en fonction de la réussite. En cas d’erreur je demande à l’élève de reprendre son raisonnement ; ils peuvent aussi s’aider entre eux car ils sont placés en îlots bonifiés. Certains élèves, sans doute, ne feront peut-être aucun problème de niveau 3 de l'année.

Parfois, seuls deux problèmes suffisent pour gérer l'hétérogénéité. Souvent aussi, la recherche et la mise en commun des idées débordent des 20 minutes ; dans ce cas, je ne formalise la correction que le lundi suivant. Quand les élèves sont lancés, on pourrait facilement y passer l'heure entière !
Des temps de retour sur les problèmes niveau 2 et 3 (que je ne corrige pas toujours en classe entière) sont nécessaires : l'AP me permet de faire cela en $6^{\text{ème}}$. En $3^{\text{ème}}$ cela me manque.

Pour conclure sur cet outil, je pense que l'engouement de mes élèves le lundi matin face aux « problèmes du lundi » provient du fait que je les « libère » de la rédaction (ce qui se voit car ils ne pensent pas souvent à conclure dans leurs traces écrites).

Je pense aussi qu'un grand nombre d'entre eux a besoin :

- d'être confronté aux problèmes (être face au problème seul pendant 5 minutes) ;
- d'être guidé dans leurs recherches (prévoir un « guide » distribué aux élèves) ;
- d'être largement accompagné dans la rédaction du raisonnement ;
- d'être valorisé dans n'importe quelle démarche engagée.

CALCUL LITTÉRAL ET MAINS D'UN JEU DE CARTES

Mohammed MESMOUDI
Collège Jacques-Yves Cousteau, 77 Bussy-Saint-Georges

Objectifs

- Introduction d'une manière naturelle à l'utilisation d'une lettre dans un calcul, substitution par une valeur numérique.
- Expression littérale, simplification d'écriture, factorisation, règles de calcul, notations.

Questions flash (évaluation diagnostique)

Voici une main d'un jeu de carte
La valeur de cette main est :
5 + 6 + 9 + K + K = 20 + 2K.

1) De la même façon, calculer les valeurs des mains suivantes.

2) Peut-on connaître la (ou les) main(s) gagnante(s) ? (débat à entamer avec les élèves en testant plusieurs fois avec des valeurs différentes).

Connaissances et compétences travaillées

Domaines du socle et éléments signifiants		Principales compétences travaillées	Descripteur ou contextes
D1.1	S’exprimer à l’oral et à l’écrit	Communiquer	Décrire à l’oral ou à l’écrit sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole.
D1.3	Comprendre, s'exprimer dans les langages mathématiques et scientifiques.	Calculer, Raisonner, Modéliser	- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes. - Utiliser le calcul littéral
D 2	- Organiser son travail personnel -Coopération et réalisation de projets	Chercher, Raisonner	- Identifier et résoudre un problème. - Se constituer des outils personnels. - Travailler en équipe
D 3	– Réflexion et discernement	Raisonner, Communiquer	Fonder et défendre ses jugements
D 4	– Mener une démarche scientifique, résoudre un problème – Conception, création et réalisation	Chercher, raisonner, représenter, communiquer	- Manipuler, modéliser, analyser. - Communiquer un résultat. - Estimer et contrôler les résultats - Observation, imagination, créativité, mobilisation des connaissances

Retour d'expérience d'une séance

Après avoir fait avec les élèves de 4ème et de 5ème les questions de la première page, j'ai demandé aux élèves de se mettre en petits groupes de 3 ou 4 et d'inventer leur propre jeu et de réaffecter aux cartes R, D, V, H, B, J de nouvelles valeurs positives ou négatives. Je leur ai demandé de tester leurs nouveaux jeux pendant un quart d'heure et de noter sur un cahier ou une feuille les calculs des dernières mains pour établir un classement des joueurs.
A la fin des jeux, j'ai demandé à chaque groupe de rédiger sur une feuille les règles de leur jeu ainsi que quelques exemples de calcul avec des lettres. La feuille en question doit être photocopiée et collée sur leur cahier de cours.
Les élèves se sont bien prêtés au jeu. A noter qu'il fallait leur demander à plusieurs reprises de baisser le ton car, en jouant, ils oublient rapidement qu'ils étaient en cours. A la fin du temps fixé pour jouer, plusieurs élèves voulaient continuer les parties et avaient du mal à arrêter. Mais globalement cela s'est bien passé et ils ont tous rédigé leur propre jeu et exemples. Pendant le temps du jeu, je passais dans les rangs pour voir comment ils travaillaient en groupes et pour leur demander de m'expliquer leurs jeux et les règles adoptées. Les calculs des mains étaient bien faits, et c'était le but. Voici deux exemples de jeux.
Dans le premier exemple, les élèves ont proposé une règle de jeu et des valeurs positives ou négatives aux lettres et à chaque tour ils ont changé les valeurs.
Dans le deuxième exemple, les élèves ont proposé un autre jeu. Les valeurs des lettres sont prises au hasard dans une urne dans laquelle ils ont mis des bouts de papier contenant des nombres positifs et négatifs. Les joueurs ne pouvaient pas connaître les valeurs de leurs mains avant qu'ils aient fini de jouer.

Jeu1

Vendredi 31 mars

Notre jeu nécessite un jeu de 52 cartes et 4 joueurs au minimum. Chaque carte n'a une valeur que si elle est alliée à sa paire.

- K + K ou Q + Q → -10 pts
- J + J → -5 pts
- A + A → -1 pt
- 2 + 2 → 2 pts
- 3 + 3 → 3 pts
- 4 + 4 → 4 pts

etc…

Quand les 52 cartes du jeu sont distribuées, le joueur peut alors prendre connaissance de ses cartes. Il devra déposer ses paires dans sa pile respective à chaque joueur. Le but du jeu étant d'obtenir un maximum de points.

Exemple :

- main I : 3 ; 7 ; 5 ; A ; 2 ; 6 ; Q ; 5 ; 9 ; 4 ; 9 ; Q ;
- main II : 3 ; 2 ; 6 ; 7 ; 10 ; K ; A ; 8 ; 8 ; 6 ; 7 ; K 4.
- main III : 6 ; 7 ; 9 ; 2 ; J ; A ; 4 ; 4 ; J ; 9 ; K ; J ; 3
- main IV : J ; J ; A ; 8 ; J ; K ; 3 ; Q ; Q ; 10 ; 10 ; 3 ;

Avec les paires mises de côtés :

- main I : 3 ; 7 ; A ; 2 ; 6 ; - ; 10 | 5 ; 5 ; Q ; Q ; 9 ; 9
- main II : 3 ; 2 ; 10 ; A ; 4 | 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; K ; K
- main III : 6 ; 7 ; 2 ; A ; 5 ; K ; 3 | 9 ; 9 ; J ; J ; 4 ; 4
- main IV : A ; J ; K ; 2 ; 2 | J ; J ; 3 ; 3 ; Q ; Q ; 10 ; 10

Le joueur ayant la dame de coeur commencera, il piochera une carte dans la main de l'adversaire se trouvant à sa gauche (dans l'exemple précédent la main 4 possédant la dame de coeur

Exemple :

- main IV pioche la carte 7 chez la main I.
- main I : pioche la carte 10 chez main II.
- main II : pioche la carte 7 chez main III.
- main III : pioche la carte 3 chez main IV.

les joueurs déposent leur(s) nouvelle(s) paire(s) dans leur tas respectifs jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de cartes dans les mains.

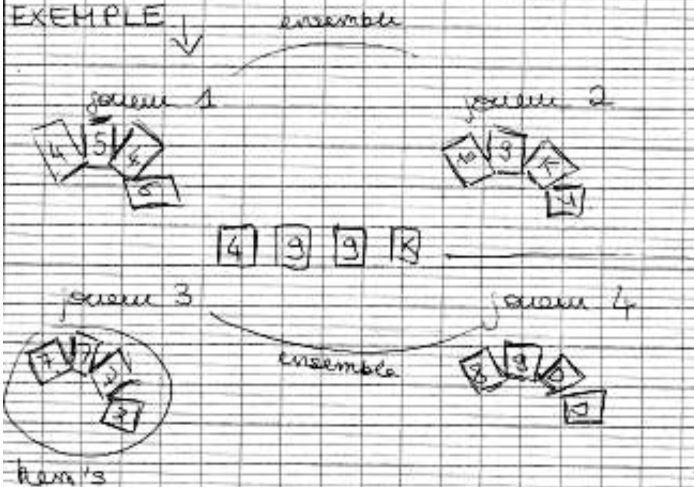
Tableau des scores :

N° des mains	Tour 1	Tour 2	Tour 3	Tour 4
main I	+ 4 pts	+10 pts	+ 14 pts	+13 pts
main II	+11 pts	+ 7 pt	+ 2 pts	+2 pts
main III	+ 8 pts	+ 3 pts	+ 2 pts	- 8 pts
main IV	+3 pts	0 pts	+ 7 pts	+10 pts

Jeu 2

Le kem's est un jeu qui se joue par équipe de 2. Les 2 ~~[illegible]~~ joueurs doivent avoir 4 cartes identiques. Lorsqu'un des 2 ont un kem's, il doit faire un signe à son équipier qu'ils ont choisi avant.

EXEMPLE



cartes au centre les joueurs choisissent de mettre les cartes puis quand ils posent on veut on les change

K = ? D = ? V = ?

~~[illegible]~~ A chaque fois qu'une partie est gagnée, les deux gagnants piochent un papier avec un nombre positif ou négatif. A la fin, on compte les points.

AYMERIC → (-30) + 0 + 14 = -16

ALEXANDRE → 77 + (-15) + 7 = 69

HAËLI → (-10) + 52 + 30 = 72

CLARA → (-22) + (-5) + 14 = (-11)

Avec cette méthode, j'estime que les élèves ont rapidement intégré le fait :
- que les lettres peuvent désigner des nombres dont on ne connaît pas forcément la valeur ;
- que l'on peut utiliser plusieurs lettres dans une expression littérale ;
- que l'on peut faire des calculs sans connaître la valeur de la lettre ;
- que la valeur de chaque expression peut changer si l'on attribue des valeurs différentes à la lettre.

Et à travers le jeu, les élèves ont eux-mêmes construit leurs propres exemples et testé les calculs. Ils ne pouvaient se tromper dans les résultats car ils étaient attentifs aux calculs (vigilants) du fait que chacun voulait gagner et surveiller les calculs pour ne pas être lésé à la fin de la partie.

Questions flash : Calcul littéral

Dans le même esprit, voici quelques questions flash que l'on pourrait poser de temps en temps.

Exercice 1

Dans un jeu de cartes, la carte J rapporte 11 points, la carte Q rapporte 12 points, la carte K rapporte 13 points et la carte A rapporte 15 points.
Quelle est la valeur des mains suivantes ?



Dans un jeu de cartes la carte V rapporte 30 points, la carte D rapporte 22 points et la carte R fait perdre au joueur 20 points.
Quelle est la valeur des mains suivantes ?




Exercice 2

Dans un jeu de cartes, voici la main d'un joueur.
1) En jouant il pose le 9 et prend un 7, il pose la dame et prend un roi.
Décrire sa nouvelle main.

2) Sachant que, dans ce jeu, le roi rapporte 13 points et la dame 12 points, quelle est la valeur de sa main ?
Comparez avec la valeur de la main initiale.

Exercice 3

Dans un jeu de cartes, voici la main d'un joueur.
1) En jouant il pose le 8 et prend une dame, il pose le valet et prend un roi. Décrire sa nouvelle main.

2) Sachant que, dans ce jeu, le roi rapporte 13 points, la dame 12 et le valet 11 points, quelle est la valeur de sa main ?
Comparez avec la valeur de la main initiale.

Exercice 4

Dans un jeu de cartes, voici la main d'un joueur :
1) En jouant il pose l'as et prend un roi, il pose le volet et prend une dame. Décrire sa nouvelle main.

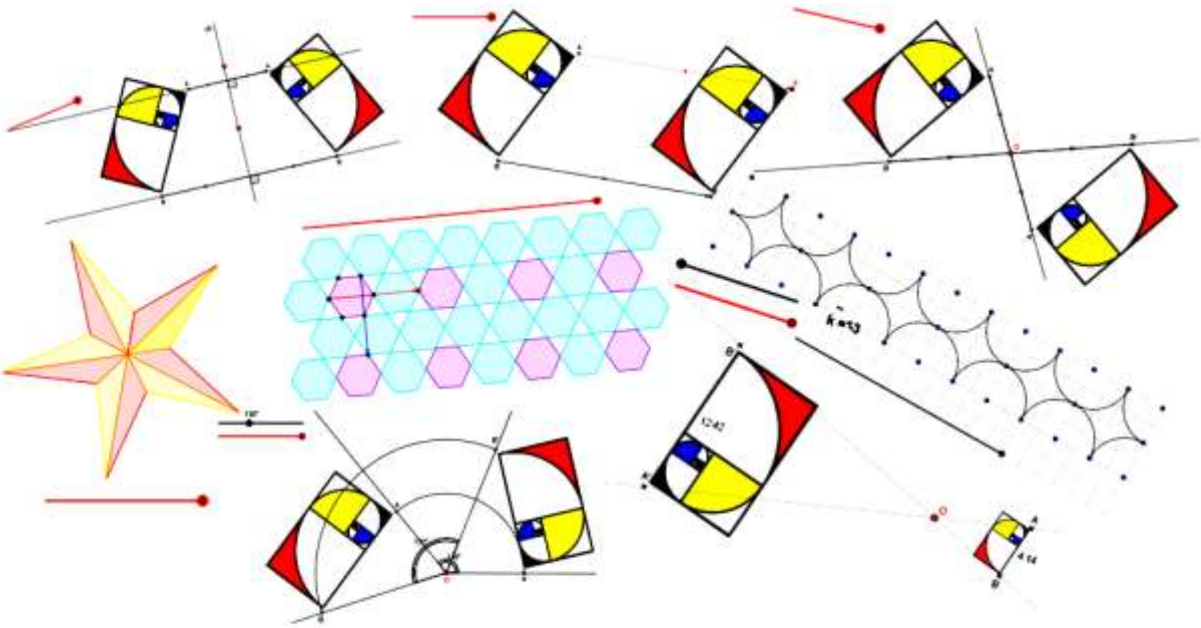
2) Sachant que, dans ce jeu, le roi rapporte 30 points, la dame 20 points et le valet 15 points, quelle est la valeur de sa main ?
Comparez avec la valeur de la main initiale.

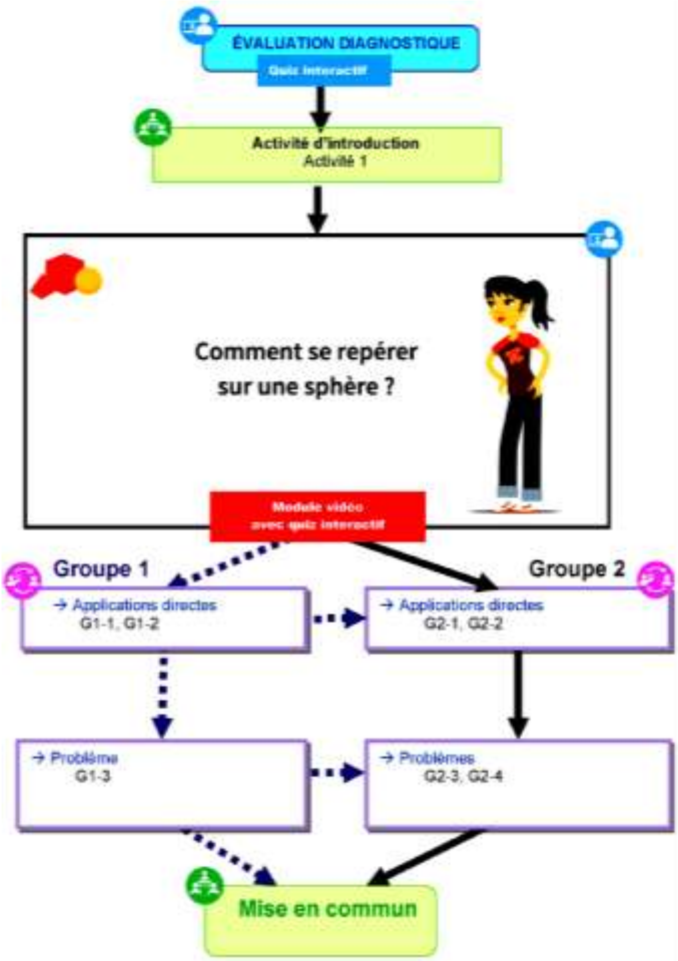
Exercice 5 (factorisation)

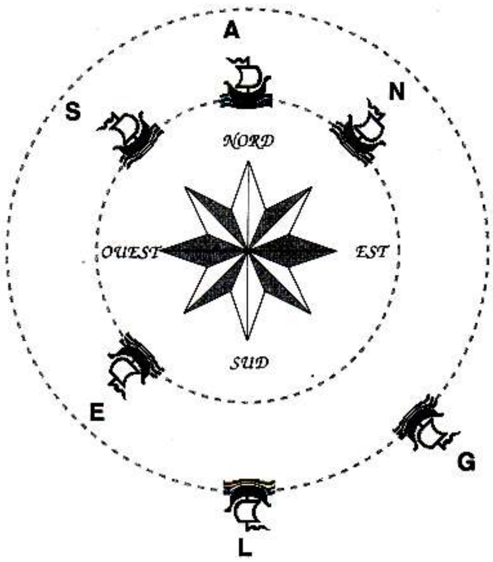
Décomposer les mains suivantes en sous-mains de cartes identiques :

Écrire de deux façons différentes la valeur de chaque main.

III – GÉOMÉTRIE







BANQUE DE RESSOURCES NUMÉRIQUES ÉDUCATIVES : UN EXEMPLE EN GÉOMÉTRIE

Nicolas LEMOINE
Collège Liberté, 93 DRANCY

Cyril MICHAU
Collège International, 93 NOISY-LE-GRAND

Qu'est ce que la BRNE ?

La B.R.N.E. c'est la Banque de Ressources Numérique pour l'École, cycle 3 et 4. Cette banque de ressources est mise gratuitement à disposition des enseignants et des élèves du CM1 à la 3ème. Elles associent des contenus multimédias, enrichis et interactifs ainsi que des services pour concevoir des séances et des activités d'apprentissage en ligne ou hors ligne (par téléchargement).
Les maîtres mots de ces banques sont richesse et simplicité.
Elles permettent d'initier (ou de poursuivre) des démarches pédagogiques innovantes, disciplinaires, interdisciplinaires ou encore collaboratives. Les disciplines disposant d'une banque de ressources actuellement sont les mathématiques, les sciences, LVE, français et histoire-géographie.

Tous les détails de l'ensemble des banques sont accessibles à l'adresse suivante:
http://eduscol.education.fr/cid105596/banque-de-ressources-numeriques-pour-l-ecole.html

Qu'est ce que BaREM ?

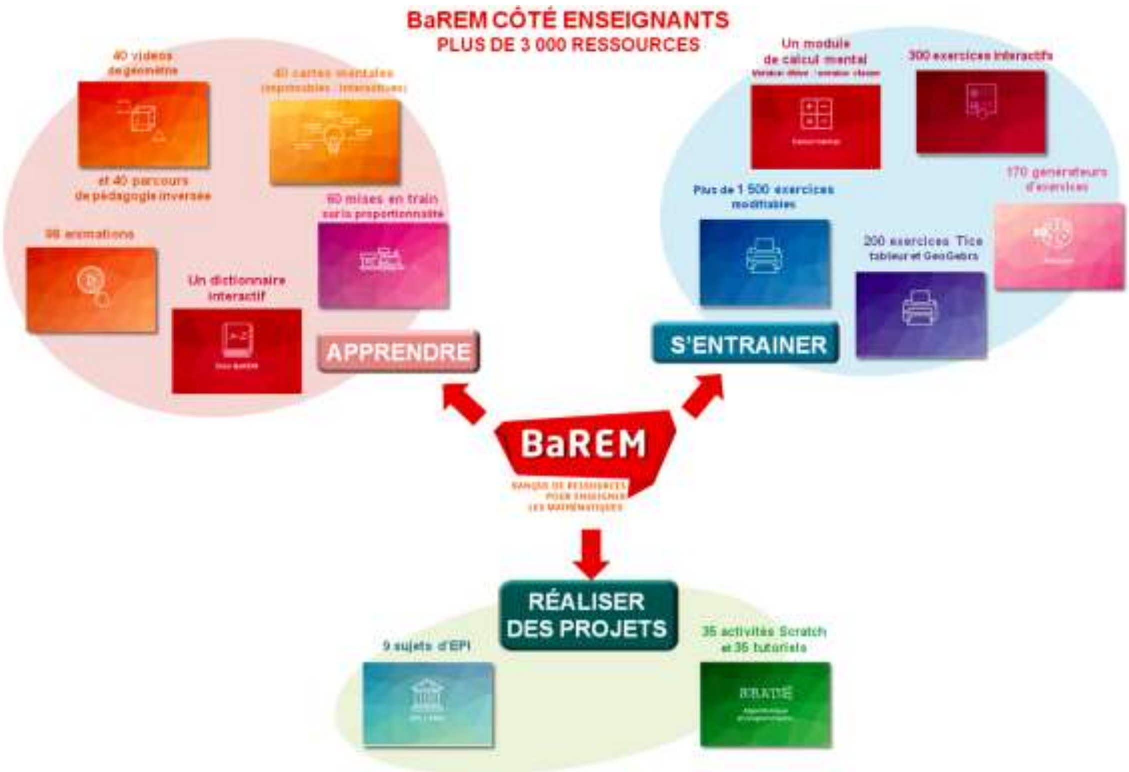
http://www.barem-hatier.fr/
BaREM est une banque de **ressources téléchargeables et modifiables** pour l'enseignement des mathématiques au cycle 4.
Ces ressources complémentaires sont destinées à aider les enseignants à mettre en œuvre, avec leurs élèves, les nouveaux programmes du collège.
La banque de ressources BaREM permet le développement des compétences des programmes disciplinaires et du Socle commun de compétences, de connaissances et de culture. Elle porte la démarche de cycle, l'ouverture à l'interdisciplinarité et la dimension citoyenne. Elle privilégie la liberté de l'enseignant, avec un choix de ressources de toutes natures, soigneusement sélectionnées et didactisées, ainsi que la possibilité de modifier la majeure partie des contenus proposés.
Ces ressources constituent un appui pour les pédagogies innovantes (classe inversée, adresse aux intelligences multiples, interactions numériques, etc.).
Les **fonctionnalités** associées contribuent à l'interactivité entre enseignants et élèves et à la mise en œuvre d'un véritable enseignement différencié.
BaREM est proposé **gratuitement** durant 3 ans aux enseignants et élèves, avec le soutien du ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et du Commissariat Général à l'Investissement.

Comment y accéder ?

Les professeurs exerçant en Seine-Saint-Denis ont un accès direct depuis leur E.N.T « Itslearning », dans l'onglet Ressources. Pour les autres départements de l'académie de Créteil, actuellement il suffit de se rendre à l'adresse ci-dessous, en se connectant à l'aide de son adresse académique.
http://www.kiosque-edu.com/ressources/bdre/inscription

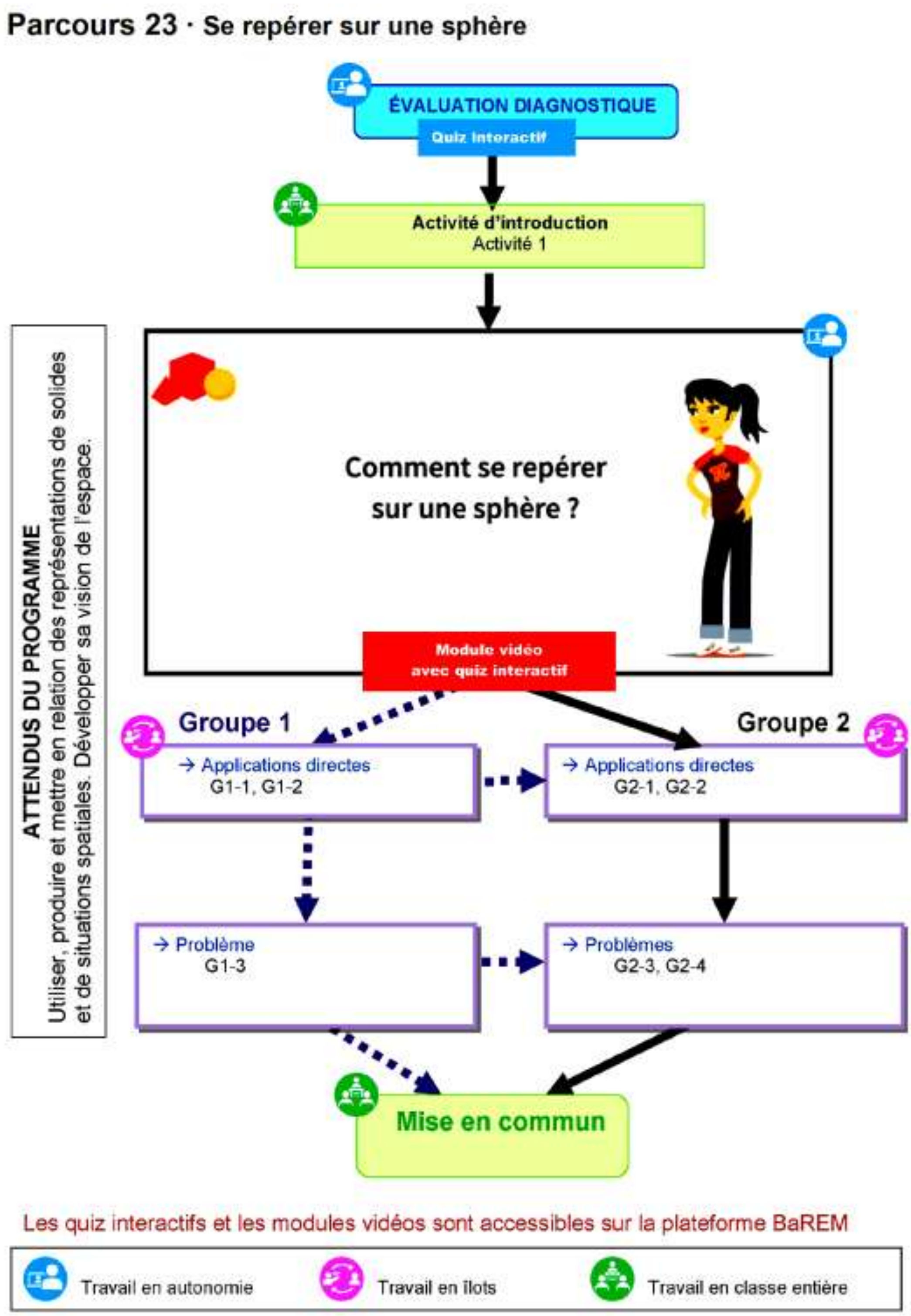
Que peut-on y trouver ?

Les ressources proposées sont organisées sous forme de « grains », à savoir : des exercices interactifs, exercices et activités classiques, des vidéos, des animations, des cartes mentales, des fichiers tableur, de géométrie dynamique, etc… L'infographie ci-dessous permet d'avoir un rapide aperçu de la répartition de ces ressources.



Ces ressources sont téléchargeables, mais il est également possible d'y intégrer ses propres ressources.

Des « parcours » sont également mis à disposition, il s'agit de séances proposées avec des chemins différents selon la réussite des élèves dans l'objectif de différencier les apprentissages. Ces scénarios pédagogiques sont bien entendus modifiables et adaptables. Vous trouverez ci-après un exemple de parcours autour du repérage sur une sphère.

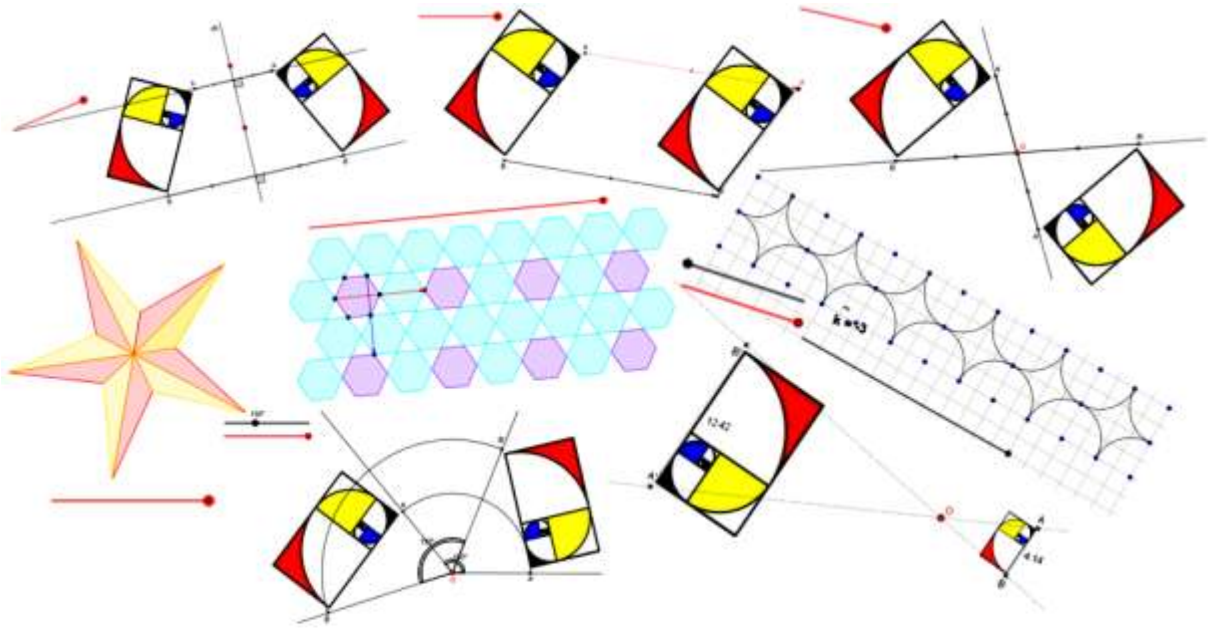


On y retrouve une activité diagnostique, une vidéo d'introduction puis un exercice commun. Les élèves s'orientent vers la « branche » qui correspond à leur niveau de réussite, alternant travail individuel, en groupe ou institutionnalisation. Les exercices sont à disposition dans la banque de ressources mais sont également fournis directement lorsque l'on télécharge le parcours.
Ce type de travail et de parcours différencié est traité plus en détail dans cette brochure dans la partie 5 à propos des « chemins de la réussite ».

UNE INTRODUCTION DES TRANSFORMATIONS, FRISES, PAVAGES, ROSACES

Pascal FABRÈGUES
Collège Condorcet, 77 Pontault-Combault

Aurélie ARNOULD
Collège Jean Lurçat, 94 Villejuif



Ces activités ont été mises en œuvre avec des élèves de 3$^{\text{ème}}$ en premier thème de géométrie. Elles visent à faire s'exprimer les élèves à propos de la symétrie axiale, la symétrie centrale, la translation, la rotation, l'homothétie, la rosace, la frise et le pavage. Les premières observations seront discutées afin de fixer de premières images mentales, d'établir le vocabulaire adéquat, de commencer à en préciser les éléments caractéristiques et d'évoquer la problématique de la construction de ces figures.
La coopération en groupe pour la préparation, l'expression orale de chacun pour la présentation et l'échange constructif en débat de synthèse constituent des pratiques connexes favorisant l'acquisition de compétences transverses à relier avec plusieurs domaines du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Fichiers à télécharger sur le site académique :

- transf_enonce.pdf
- transf_1.ggb ; transf_2.ggb ; transf_3.ggb ; transf_4.ggb ; transf_5.ggb ; transf_6.ggb ; transf_7.ggb ; transf_8.ggb

1 Objectifs

A Compétences du socle commun

À travers cette activité, les compétences interdisciplinaires suivantes sont travaillées :

Les formulations ci-dessous sont extraites du livret de compétences du collège Condorcet de Pontault-Combault, conforme au texte officiel du socle commun de connaissances, de compétences et de culture à partir de la rentrée 2016.

Domaine 1 Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit	
D1.C1.1	L'élève parle, communique, argumente à l'oral de façon claire et organisée ; il adapte son niveau de langue et son discours à la situation, il écoute et prend en compte ses interlocuteurs.
D1.C1.3	L'élève s'exprime à l'écrit pour raconter, décrire, expliquer ou argumenter de façon claire et organisée. Lorsque c'est nécessaire, il reprend ses écrits pour rechercher la formulation qui convient le mieux et préciser ses intentions et sa pensée.
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages scientifiques, mathématiques et informatiques	
D1.C3.3	L'élève produit et utilise des représentations d'objets, d'expériences, de phénomènes naturels tels que schémas, croquis, maquettes, patrons ou figures géométriques.

Domaine 2 Les méthodes et outils pour apprendre

Organisation du travail personnel	
D2.C1.5	L'élève sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.

Coopération et réalisation de projets	
D2.C2.1	L'élève travaille en équipe, partage des tâches, s'engage dans un dialogue constructif, accepte la contradiction tout en défendant son point de vue, fait preuve de diplomatie, négocie et recherche un consensus.
D2.C2.5	L'élève sait que la classe, l'école, l'établissement sont des lieux de collaboration, d'entraide et de mutualisation des savoirs. Il aide celui qui ne sait pas comme il apprend des autres. L'utilisation des outils numériques contribue à ces modalités d'organisation, d'échange et de collaboration.

Domaine 3 La formation de la personne et du citoyen

Expression de la sensibilité et des opinions, respect des autres	
D3.C1.4	L'élève respecte les opinions et la liberté d'autrui, identifie et rejette toute forme d'intimidation ou d'emprise.
La règle et le droit	
D3.C2.1	L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité, au sein de la classe, de l'école et de l'établissement, qui autorisent et contraignent à la fois et qui engagent l'ensemble de la communauté éducative. Il participe à la définition de ces règles dans le cadre adéquat.
Réflexion et discernement	
D3.C3.3	L'élève vérifie la validité d'une information et distingue ce qui est objectif et ce qui est subjectif. Il apprend à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres. Il sait remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté, il distingue son intérêt particulier de l'intérêt général. il met en application et respecte les grands principes républicains.

Domaine 4 Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Démarches scientifiques	
D4.C1.1	L'élève sait mener une démarche d'investigation. Pour cela, il décrit et questionne ses observations ; il prélève, organise et traite l'information utile ; il formule des hypothèses, les teste et les éprouve ; il manipule, explore plusieurs pistes, procède par essais et erreurs ; il modélise pour représenter une

	situation ; il analyse, argumente, mène différents types de raisonnements ; il rend compte de sa démarche. Il exploite et communique les résultats de ses mesures ou de recherches en utilisant les langages scientifiques à bon escient.
Responsabilités individuelles et collectives	
D4.C3.8	L'élève est en mesure de mobiliser ses connaissances sur les nombres et les grandeurs, les objets géométriques, la gestion de données, les phénomènes aléatoires.

B Compétences de mathématiques

À travers cette activité, quatre compétences mathématiques sont travaillées à divers degrés :

Chercher

● Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.

Représenter

● Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.

Raisonner

● Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.

● Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Communiquer

● Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

C Eléments des programmes de mathématiques

A travers ces activités, les éléments suivants des nouveaux programmes du cycle 4 en mathématiques sont travaillés :

Espace et géométrie

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

● Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.	➢ Construire des frises, des pavages, des rosaces. ➢ Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie. ➢ Faire le lien entre parallélisme et translation, cercle et rotation.

Grandeurs et mesures

Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple

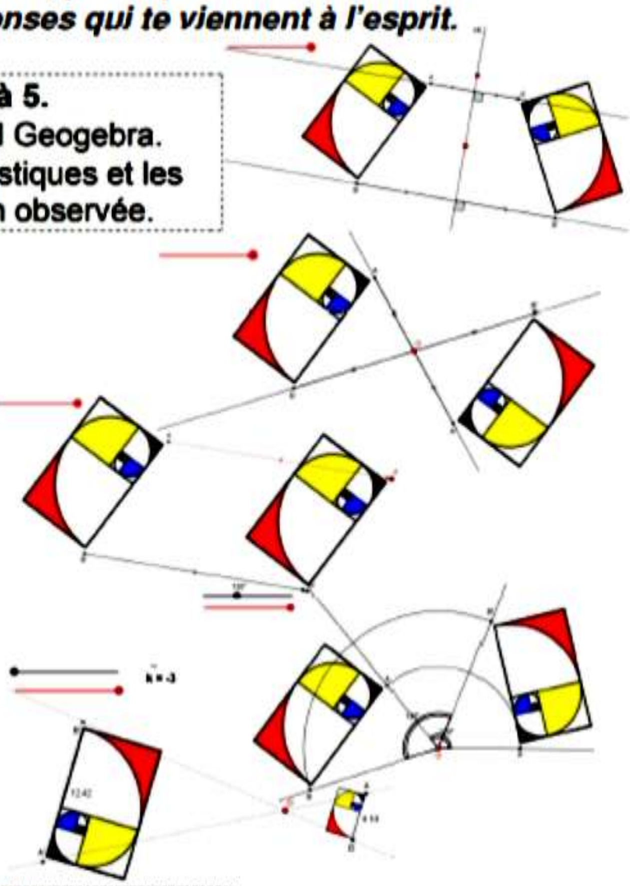
● Comprendre l'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires, les volumes ou les angles.	➢ Utiliser un rapport de réduction ou d'agrandissement

2 Mise en œuvre

A Enoncé et fichiers fournis aux élèves

TRANSFORMATIONS **Cycle 4**

Activités ***Pour chaque activité, participe au débat avec les questions et réponses qui te viennent à l'esprit.***



Consigne pour les activités 1 à 5.
- Ouvrir le fichier avec le logiciel Geogebra.
- Donner les éléments caractéristiques et les propriétés de la transformation observée.

Activité 1 : Symétrie axiale

Fichier « **transf_1.ggb** ».

Activité 2 : Symétrie centrale

Fichier « **transf_2.ggb** ».

Activité 3 : Translation

Fichier « **transf_3.ggb** ».

Activité 4 : Rotation

Fichier « **transf_4.ggb** ».

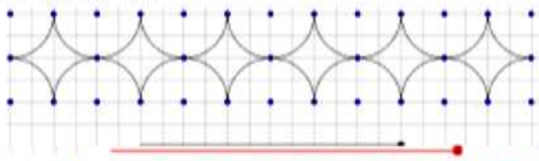
Activité 5 : Homothétie

Fichier « **transf_5.ggb** ».

Consigne pour les activités 6 à 8.
- Ouvrir le fichier avec le logiciel Geogebra.
- Décrire l'élaboration de cette figure.

Activité 6 : Frise

Fichier « **transf_6.ggb** ».

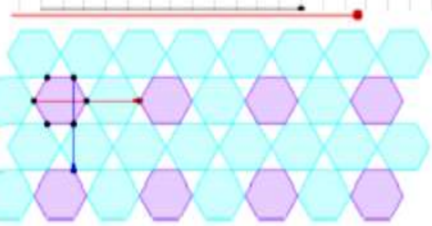


Activité 7 : Rosace

Fichier « **transf_7.ggb** ».

Activité 8 : Pavage

Fichier « **transf_8.ggb** ».



Pour chaque activité, un fichier d'animation « transf_X.ggb » est fourni.
Il s'ouvre avec le logiciel GeoGebra.

B Modalités de déroulement

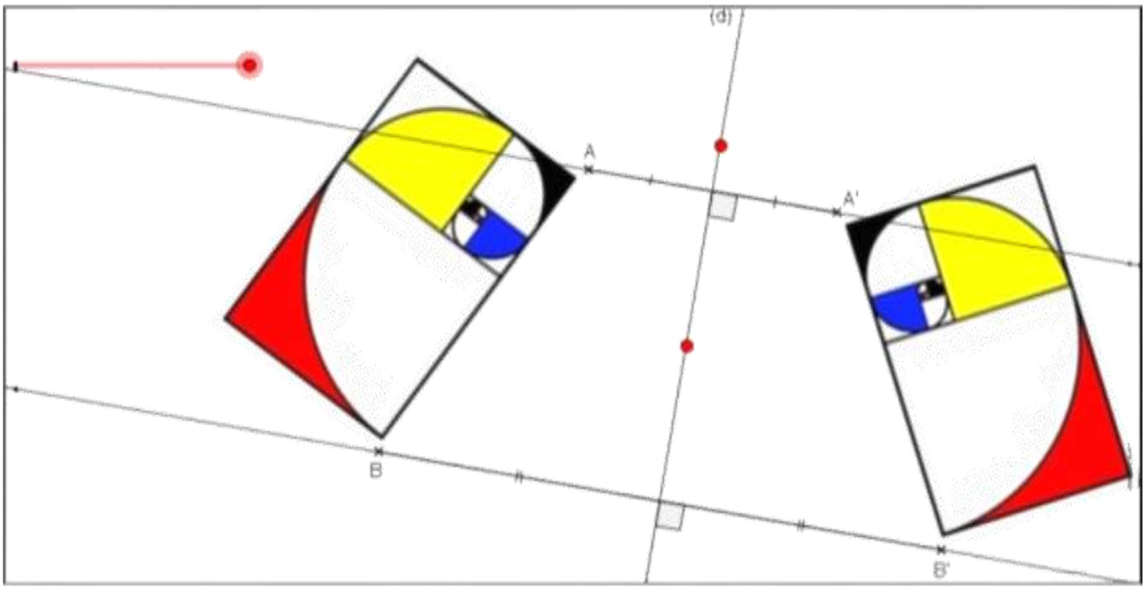
À la fin du cours précédent la séance en salle informatique, huit groupes de trois ou quatre élèves sont constitués par le professeur. A chaque groupe, une activité est attribuée.
En salle informatique pour 20 minutes, chaque groupe doit ouvrir son fichier d'activité avec GeoGebra. Une feuille de synthèse doit être remise au professeur au bout des 20 minutes. Passant de groupe en groupe, le professeur les accompagne tant que possible dans leur réflexion et leur production. Les élèves doivent se partager les choses à dire en vue de la présentation de leur travail au reste de la classe.
Cinq minutes sont « perdues » pour quitter la salle informatique et rejoindre la salle de classe.
Les présentations et débats prennent ensuite la fin de cette heure et également la suivante toute entière. Avant chaque présentation, le professeur scanne la feuille rendue par le groupe et la projette au TNI. Le fichier d'animation est également ouvert avec le logiciel GeoGebra.
Chaque groupe présente oralement au reste de la classe :

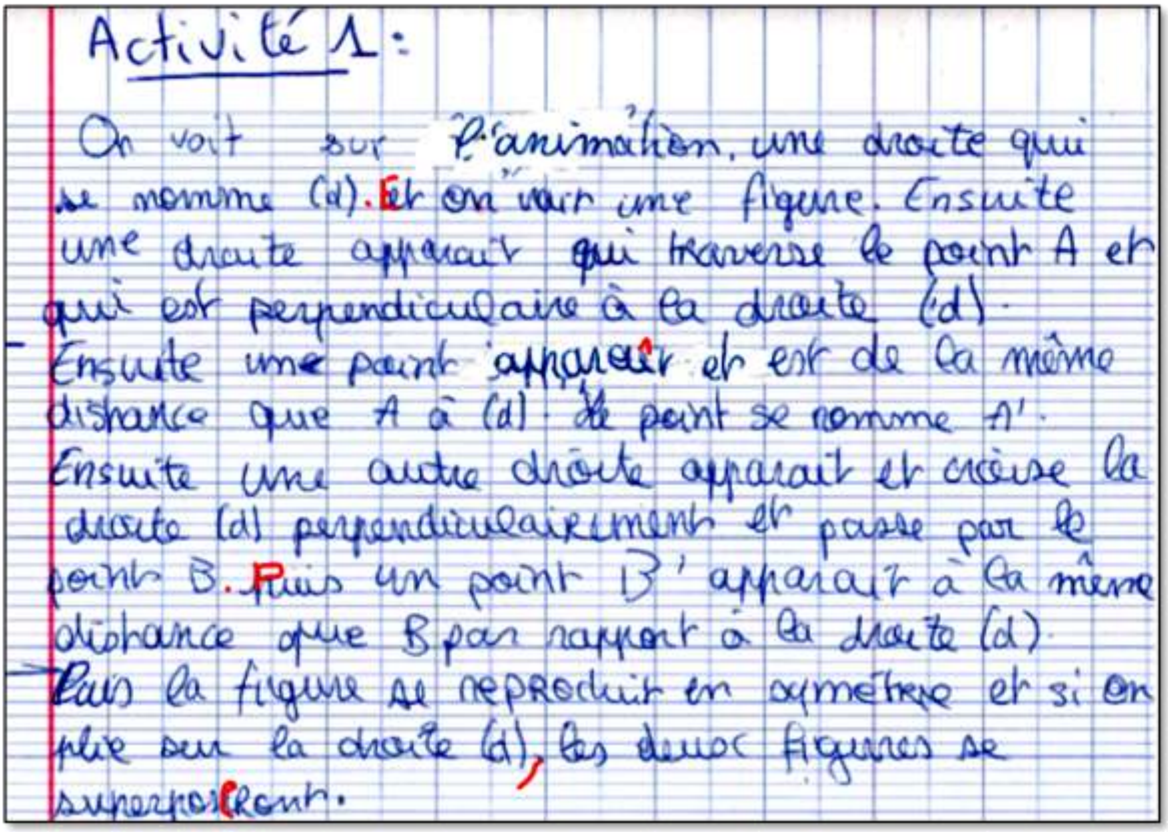
- l'animation avec les manipulations possibles sous GeoGebra ;
- la synthèse rendue au professeur.

Un élève du groupe prend le rôle de « Président ». Il donne la parole aux élèves de la classe qui veulent intervenir et en même temps comptabilise leurs interventions sur la liste des élèves. Les élèves débattent ainsi à propos de chacune des notions abordées. Le professeur intervient au besoin pour préciser ou compléter les propositions.

C Compte rendu du déroulement

<u>Activité 1 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.





Activité 1 :

On voit sur l'animation, une droite qui se nomme (d). Et on voit une figure. Ensuite une droite apparaît qui traverse le point A et qui est perpendiculaire à la droite (d).

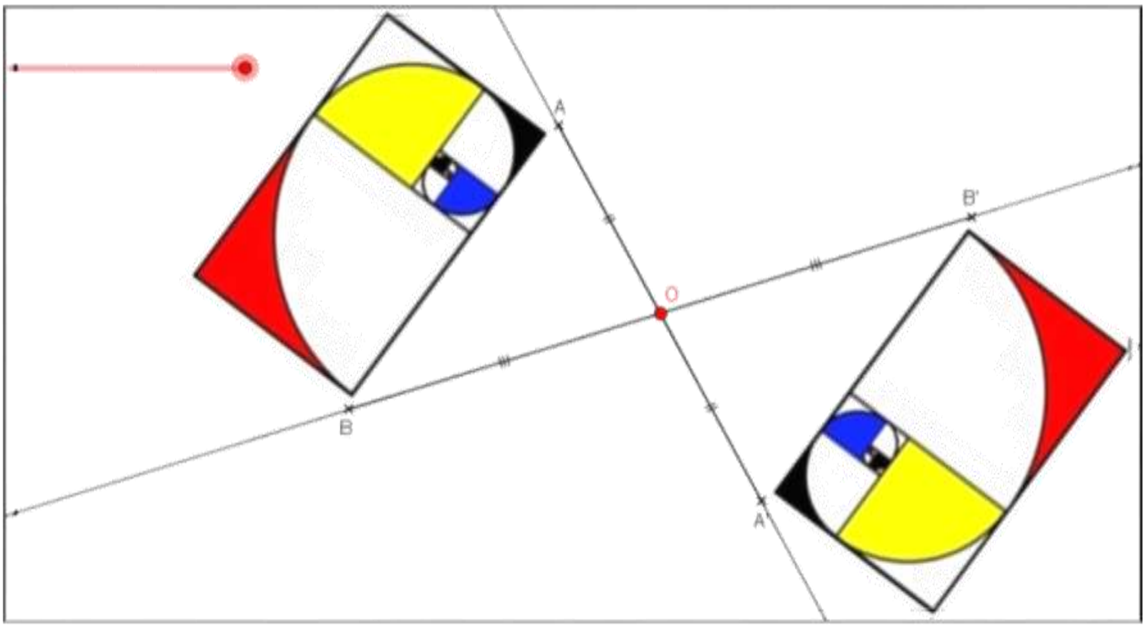
- Ensuite une point apparaît et est de la même distance que A à (d). Le point se nomme A'.

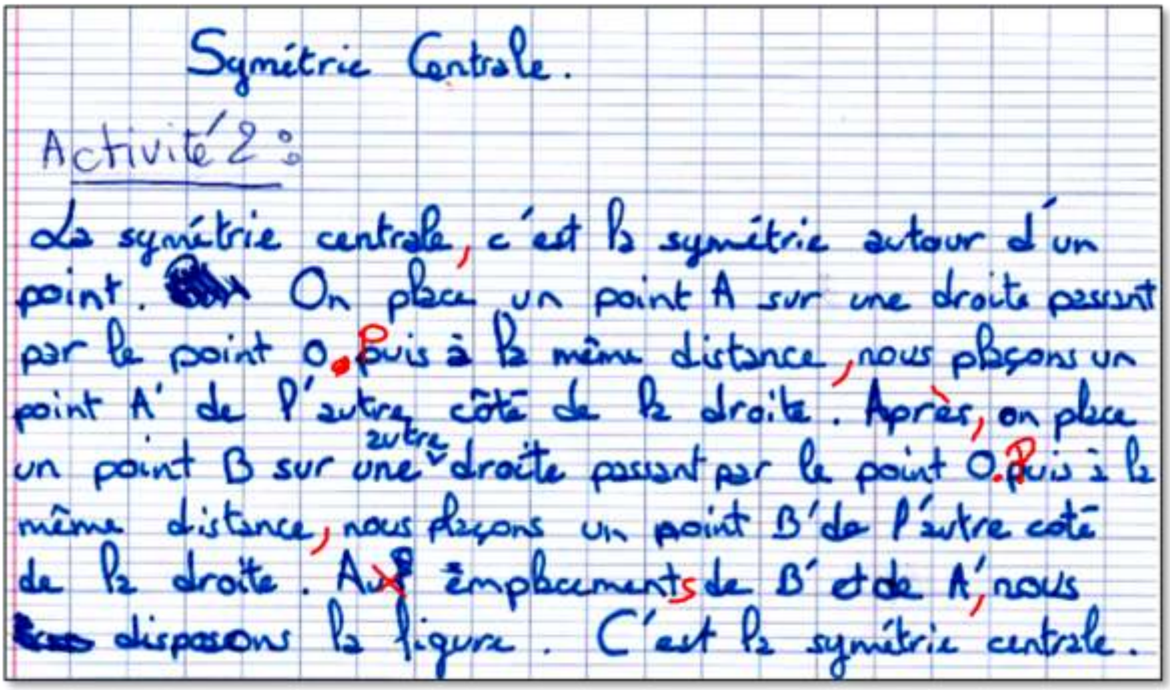
Ensuite une autre droite apparait et croise la droite (d) perpendiculairement et passe par le point B. Puis un point B' apparaît à la même distance que B par rapport à la droite (d).

→ Puis la figure se reproduit en symétrie et si on plie sur la droite (d), les deux figures se superposeront.

La présentation a été jugée trop dense, ce qui la rendait assez peu compréhensible. Finalement, une définition naturaliste apparaît en bas de la présentation. Le débat a également permis de réviser oralement le procédé de dessin : perpendiculaire à l'équerre puis report de la longueur au compas.

<u>Activité 2 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.





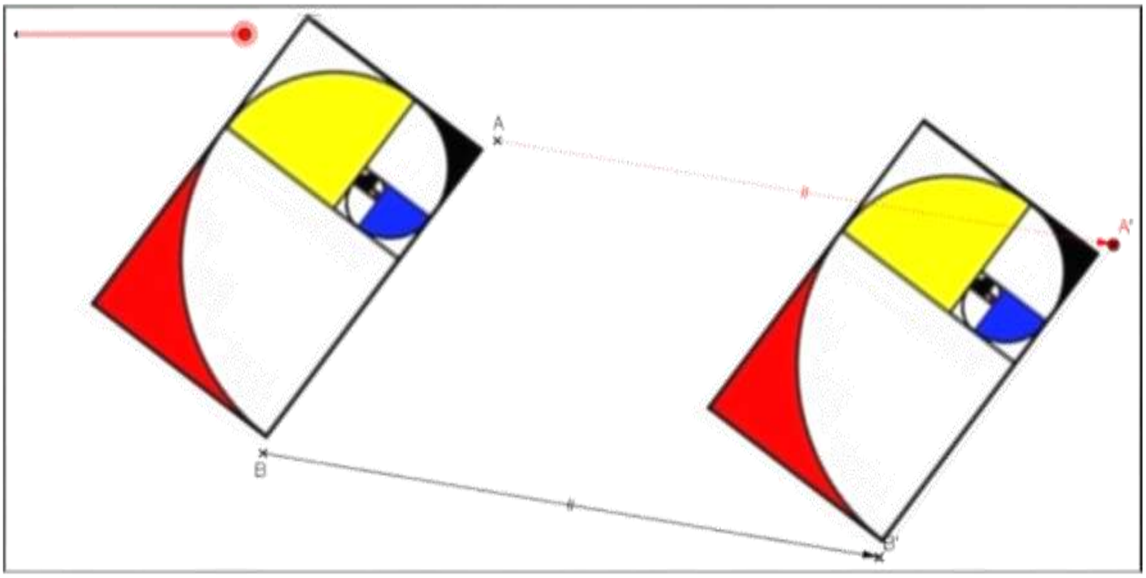
Symétrie Centrale.

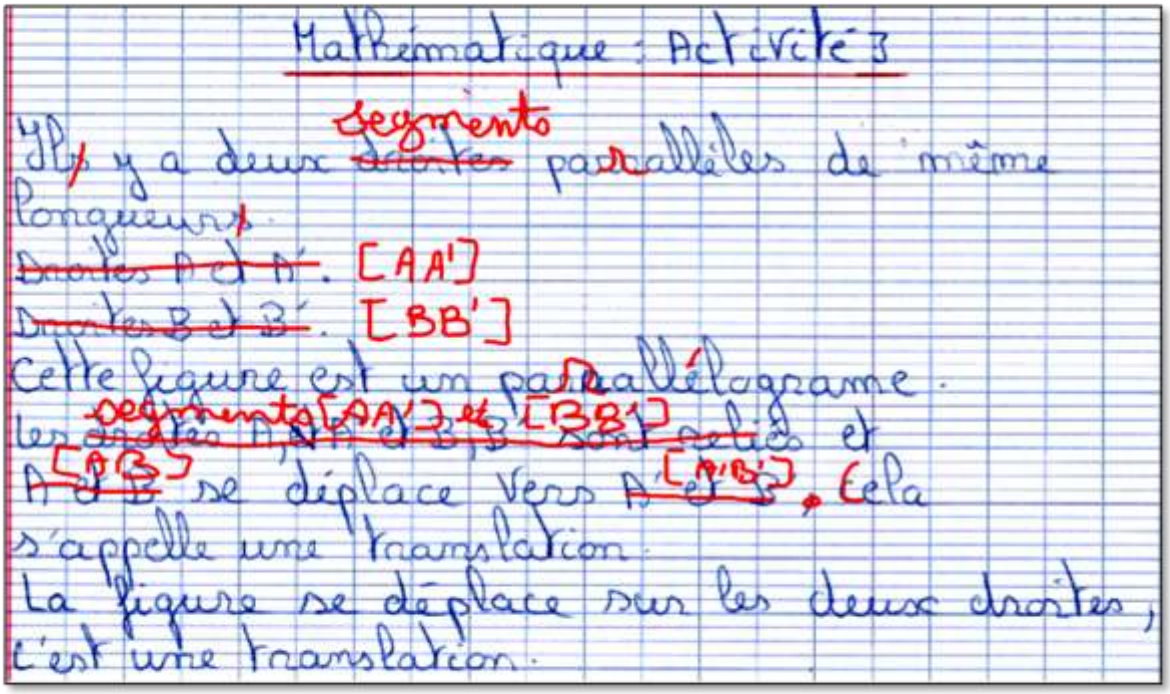
Activité 2 :

La symétrie centrale, c'est la symétrie autour d'un point. On place un point A sur une droite passant par le point O. Puis à la même distance, nous plaçons un point A' de l'autre côté de la droite. Après, on place un point B sur une autre droite passant par le point O. Puis à la même distance, nous plaçons un point B' de l'autre côté de la droite. Aux emplacements de B' et de A', nous disposons la figure. C'est la symétrie centrale.

La présentation a de nouveau été jugée trop dense. Cependant, les procédés de dessins ont bien été formulés. La notion de milieu a été reliée à la situation à l'initiative du professeur. La notion de demi-tour a été évoquée en lien avec l'emploi de l'expression « autour d'un point ». Les principes de construction sur papier blanc ont été révisés.

Activité 3 : Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.

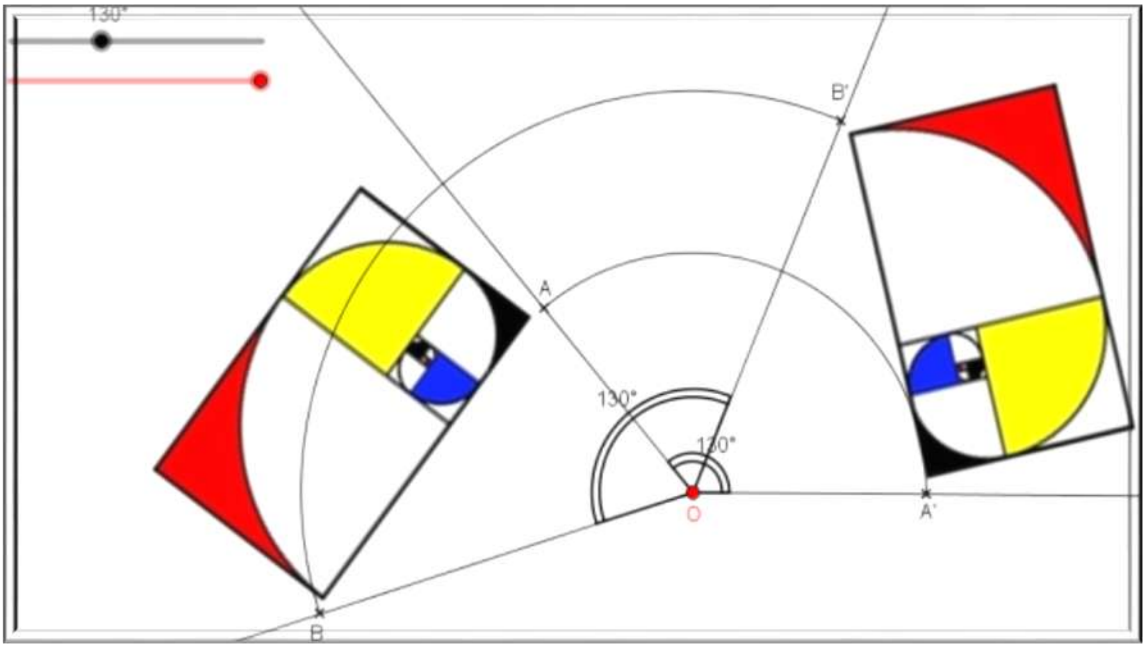


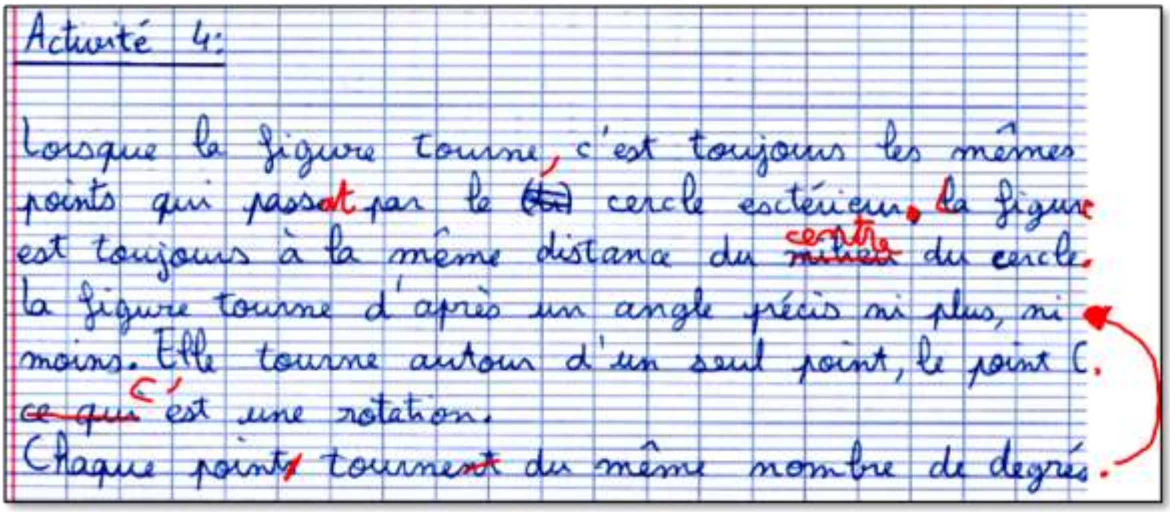

Mathématique : Activité 3

Il y a deux ~~droites~~ segments parallèles de même longueur.
~~Droites A et A'~~. [AA']
~~Droites B et B'~~. [BB']
Cette figure est un parallélograme.
Les ~~droites A, A' et B, B'~~ segments [AA'] et [BB'] sont reliés et
~~A et B~~ [AB] se déplace vers ~~A' et B'~~ [A'B'], cela s'appelle une translation.
La figure se déplace sur les deux droites, c'est une translation.

La présentation a été jugée plus compréhensible que les précédentes. Les retours à la ligne ont été appréciés. Les notions de droites, de segments et de longueurs ont dû être à nouveau précisées. Les notations également. L'utilisation du compas pour construire un parallélogramme a été rappelée.

<u>Activité 4 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.

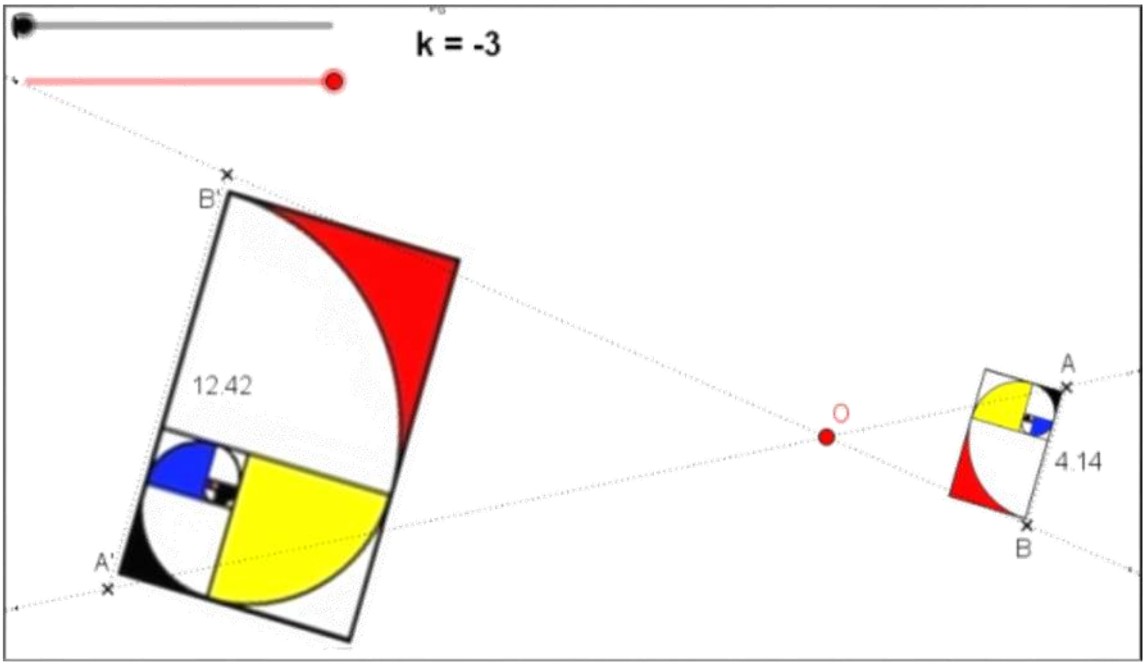


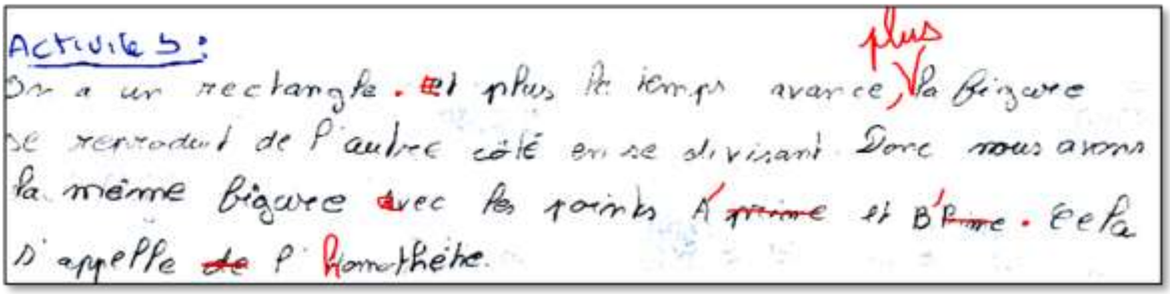

Activité 4:

Lorsque la figure tourne, c'est toujours les mêmes points qui passent par le ~~(?)~~ cercle exterieur. La figure est toujours à la même distance du ~~milieu~~ centre du cercle. La figure tourne d'après un angle précis ni plus, ni moins. Elle tourne autour d'un seul point, le point C. ~~ce qui~~ C'est une rotation.
Chaque point~~s~~ tourne~~nt~~ du même nombre de degrés.

La présentation a été jugée trop dense. Le vocabulaire « centre » et « milieu » a dû être à nouveau précisé. La phrase finale montre la perception que chaque point est concerné par la transformation de la figure. Le placement du rapporteur a été révisé.

<u>Activité 5 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.

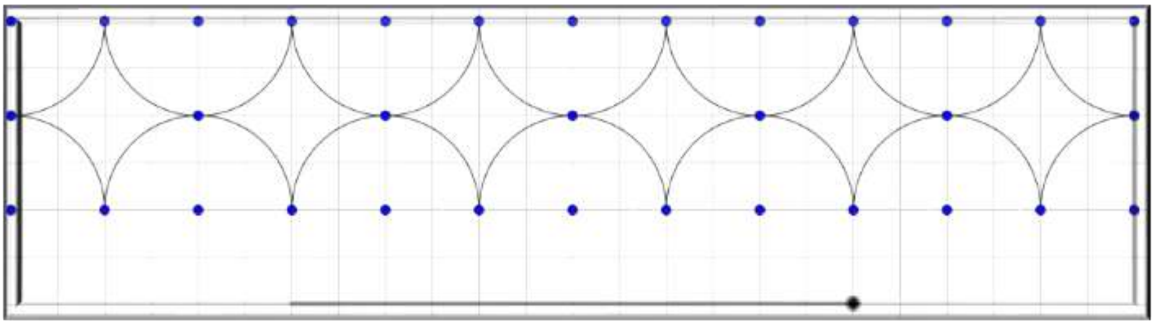


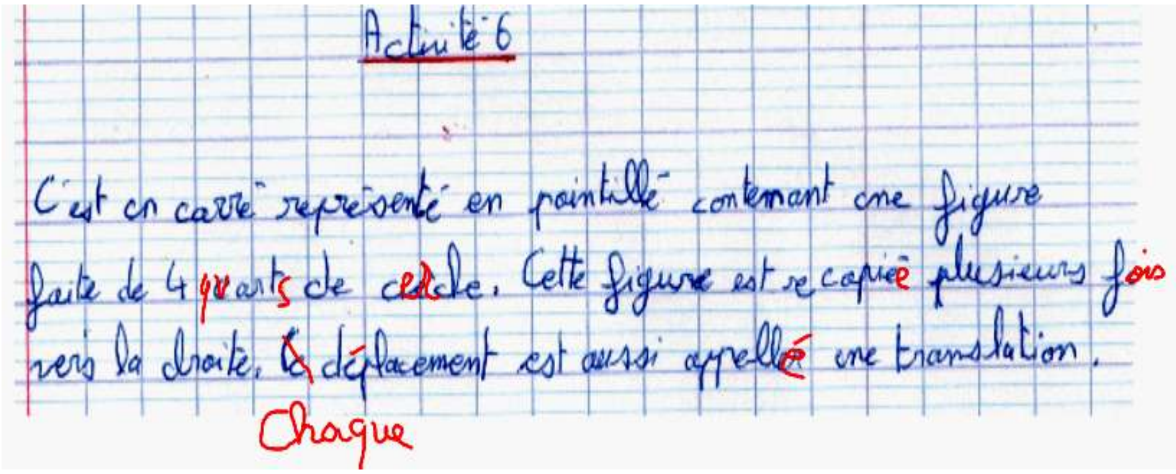

Activité 5 :

On a un rectangle. ~~et~~ Et plus le temps avance, plus la figure se reproduit de l'autre côté en se divisant. Donc nous avons la même figure avec les points A' ~~prime~~ et B' ~~prime~~. Cela s'appelle ~~de~~ l'homothétie.

Le groupe préparant cette activité s'était dispersé pendant la recherche. Il avait alors été rappelé à l'ordre. L'insuffisance de la production a été remarquée. Il a été fermement annoncé les attentes en termes de comportements, de quantité et de qualité de la production qu'on est en droit d'espérer d'un groupe d'élèves de troisième travaillant en commun sur un sujet pendant 20 minutes. Le débat sur la nature de l'homothétie a ensuite été mené sous la conduite du professeur. Les cas de rapport positifs et négatifs ont été observés.

<u>Activité 6 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.



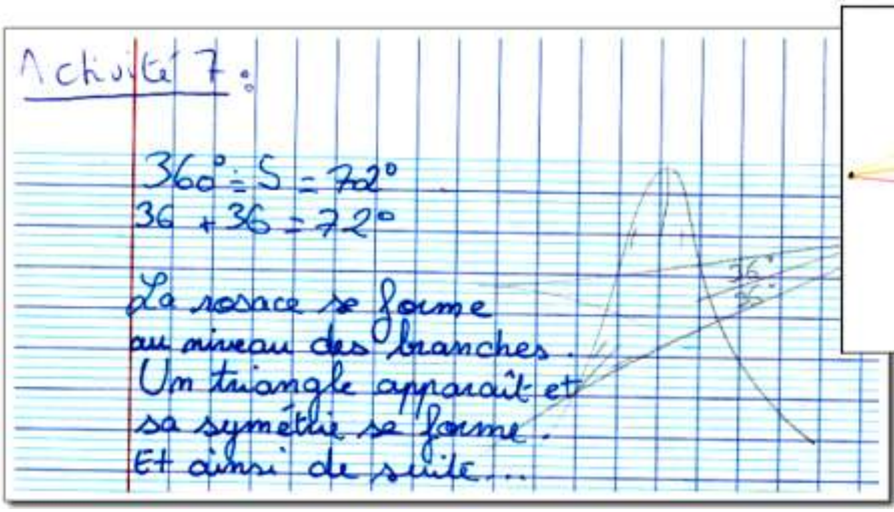


Activité 6

C'est un carré représenté en pointillé contenant une figure faite de 4 quarts de cercle. Cette figure est recopiée plusieurs fois vers la droite. Chaque déplacement est aussi appelé une translation.

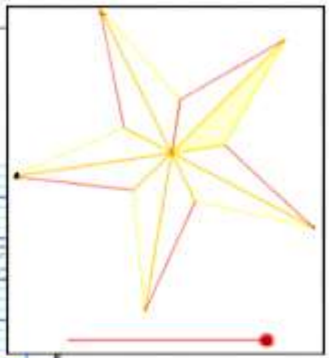
Une remarque similaire à celle du groupe précédent a été faite concernant la quantité de la production pour un groupe de quatre élèves en 20 minutes. Toutefois, il a été remarqué que le propos est largement plus pertinent. Il a été regretté que le mot « Frise » ne soit pas mentionné.

<u>Activité 7 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec GeoGebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.


Activité 7 :

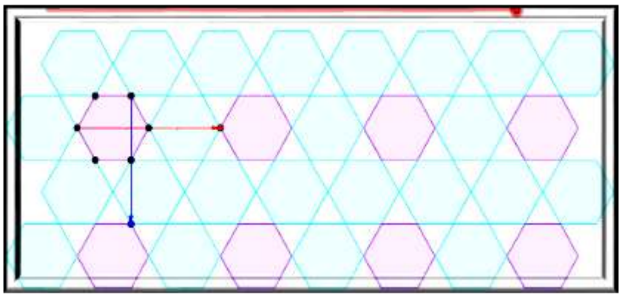
360° : 5 = 72°
36 + 36 = 72°

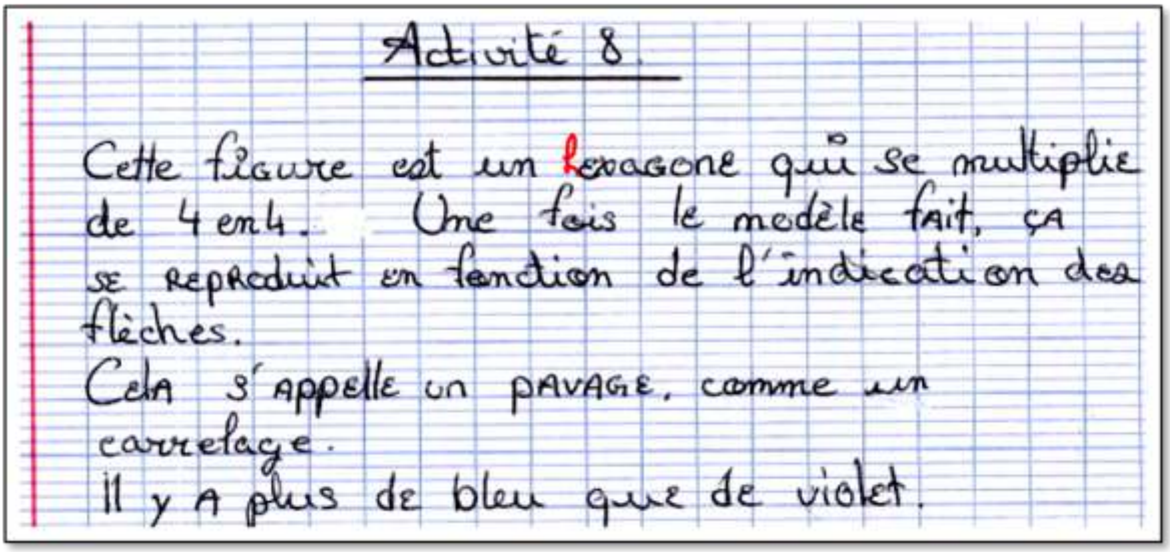
La rosace se forme
au niveau des branches.
Un triangle apparaît et
sa symétrie se forme.
Et ainsi de suite...



La présentation a été jugée plus compréhensible que les précédentes. La notion de division de 360° a été soulignée. La répétition des rotations a été ajoutée. (Il faut noter que le groupe n'avait pas connaissance de la rotation préalablement ; le seul indice présent était le titre de l'activité 4 présent sur la feuille.)

<u>Activité 8 :</u> Ci-dessous la capture d'écran de l'animation visionnée avec Geogebra ainsi que la feuille de présentation rendue par le groupe qui a effectué la présentation.




Activité 8

Cette figure est un hexagone qui se multiplie
de 4 en 4. Une fois le modèle fait, ça
se reproduit en fonction de l'indication des
flèches.
Cela s'appelle un pavage, comme un
carrelage.
Il y a plus de bleu que de violet.

La présentation a été jugée un peu courte mais compréhensible. La phrase finale a été considérée comme inutile. A l'instar du groupe précédent qui n'avait pas évoqué la rotation, le groupe n'a pas parlé de translation. L'utilité des deux translations a donc été exprimée. En revanche, il est à noter que le motif constitué de quatre hexagones identiques a bien été reconnu.

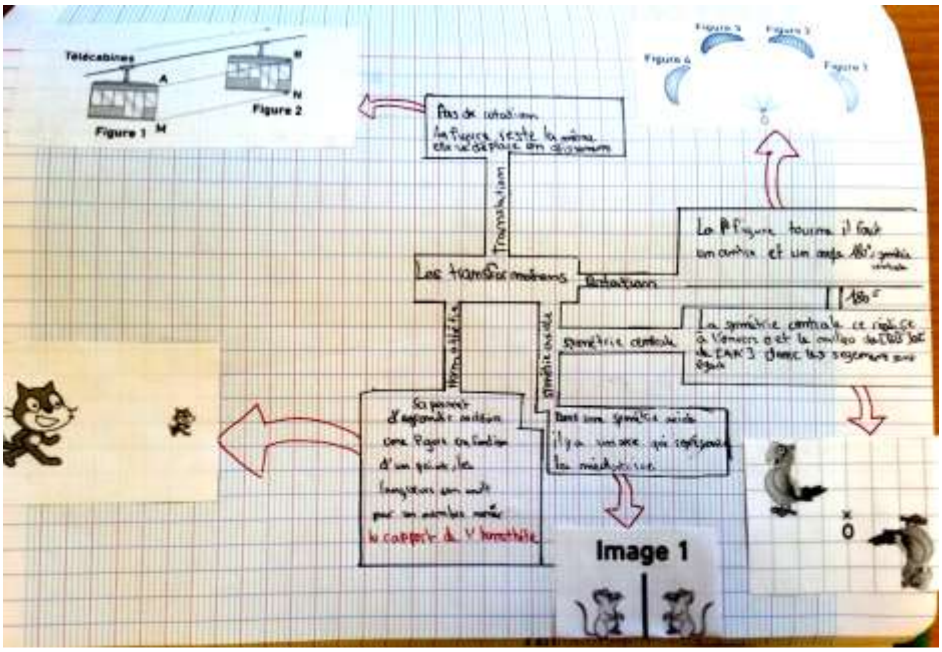
D Variante et prolongement possible

L'activité est effectuée de la même manière en salle informatique (seules les activités 1 à 5 sont traitées). Chaque groupe remplit la ligne du tableau ci-dessous distribué au début de la séance.

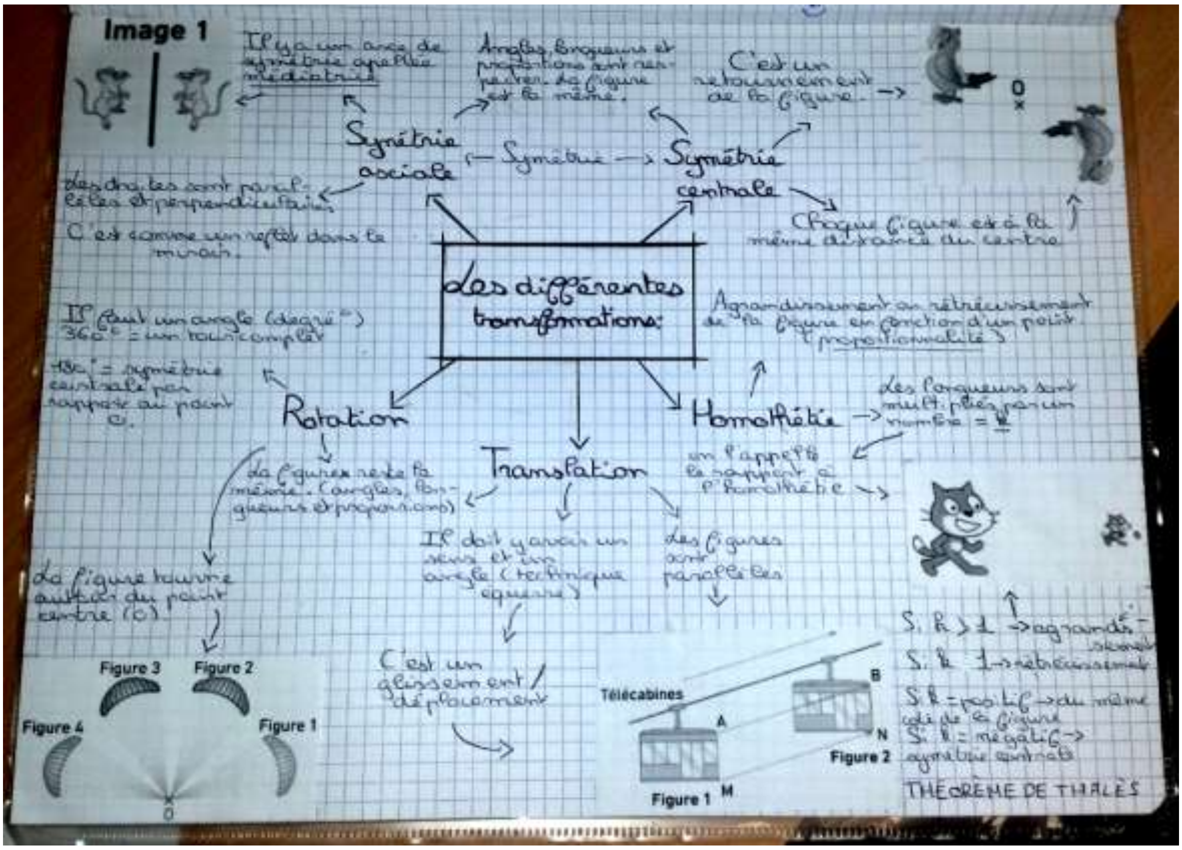
Nom de la transformation	Eléments caractéristiques et propriétés de conservation
1. Symétrie axiale	
2. Symétrie centrale	
3. Translation	
4. Rotation	
5. Homothétie	

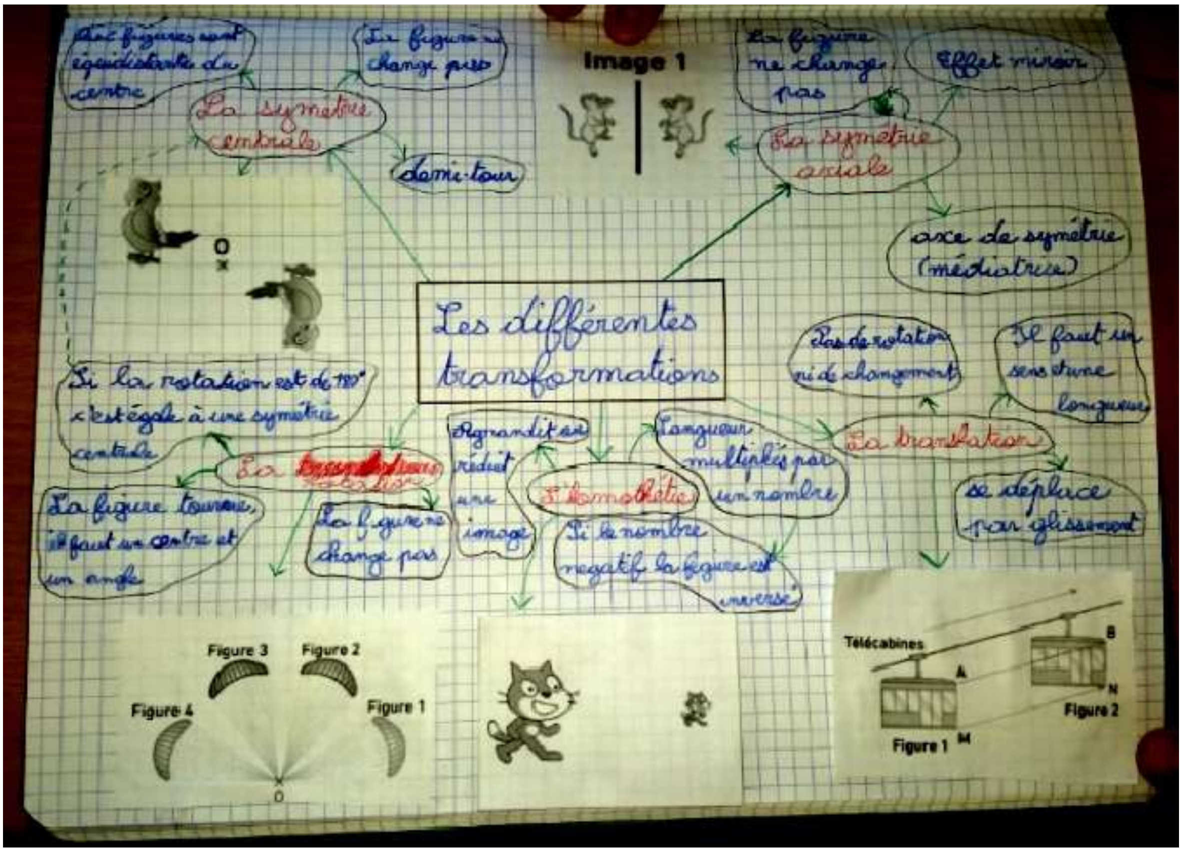
Lors du retour en classe, chaque groupe rend compte de ce qu'il a trouvé et les autres groupes prennent des notes avec l'objectif de réaliser une carte mentale. Le travail de prise de notes est réalisé en autonomie même si le professeur insiste sur quelques mots et notions importantes qui doivent y figurer.
Une fois le tableau rempli, les élèves ont une demi-heure pour réaliser leur carte mentale qui leur servira de leçon (les illustrations étant distribuées par le professeur sans préciser de quel déplacement il s'agit).

Quelques exemples de cartes mentales :



Cette carte mentale est réalisée par un élève en difficulté et pour lequel la prise de notes a été un peu compliquée. Ceci étant, les notions sont comprises et les nouvelles transformations apparaissent plus claires que celles qui sont déjà connues (symétries).

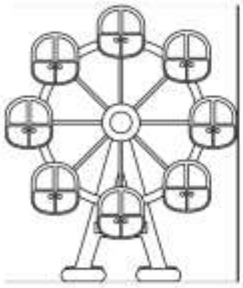




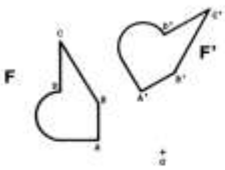
ROTATION VERS LE PASSÉ, GÉOMÉTRIE TENDANCE VINTAGE

Martine BRUNSTEIN
Collège du Parc, 94 Sucy-En-Brie



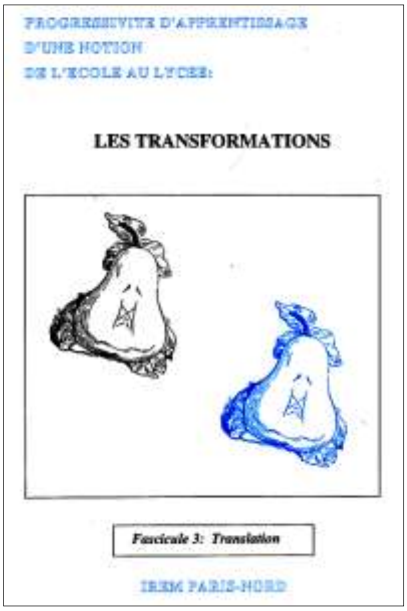


ROTATION

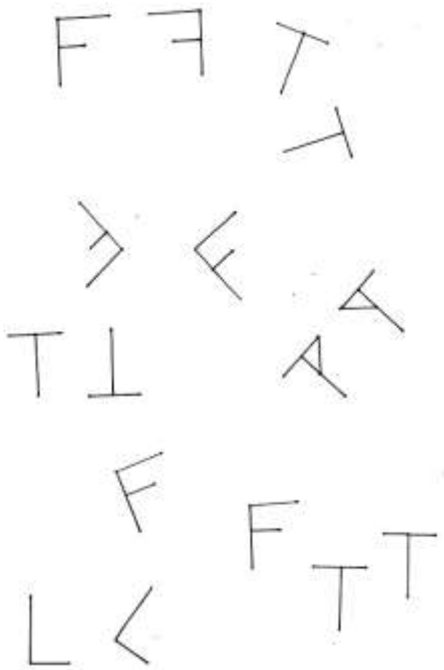
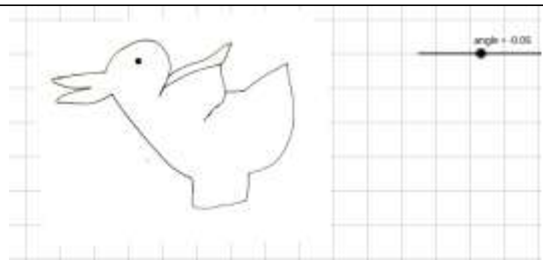
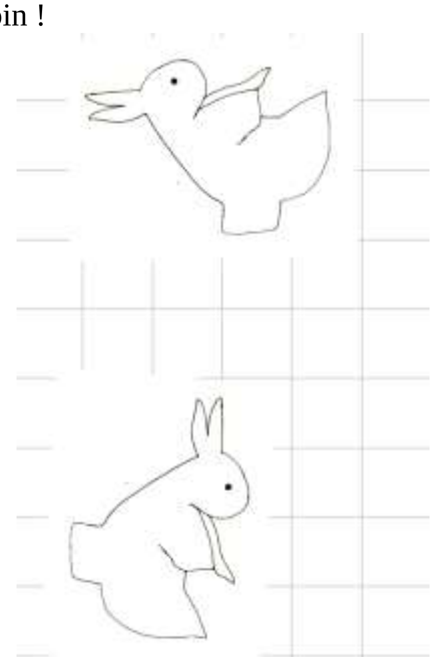
Une des évolutions des nouveaux programmes de cycle 4 est d'étudier l'effet des transformations géométriques comme une rotation, ou une translation en particulier. Ces transformations géométriques faisaient donc à nouveau leur apparition dans les points du programme à travailler tout au long du cycle 4.

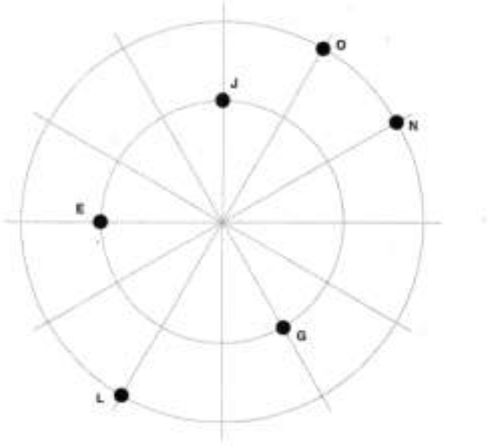
Pour construire des séances de découverte, de manipulation ou même créer des chemins de travail, je décidais de puiser l'inspiration dans d'anciennes brochures de l'IREM de Paris-Nord que j'avais beaucoup utilisées et dont j'avais apprécié les activités progressives proposées.



L'étalement des acquisitions tout au long des années collège pour aboutir à un niveau défini en fin de cycle était déjà dans l'état d'esprit de ces brochures.
Selon les cas on peut travailler les notions sans aucun instrument, avec une construction précise instrumentée avec les outils traditionnels (équerre, compas, règle) ou en utilisant bien sûr un logiciel de géométrie dynamique comme GeoGebra ou encore un environnement algorithmique comme Scratch.
Ces différentes manières de travailler peuvent simultanément coexister dans une même séance, un même îlot de travail, un même chemin de travail à parcourir par les élèves.

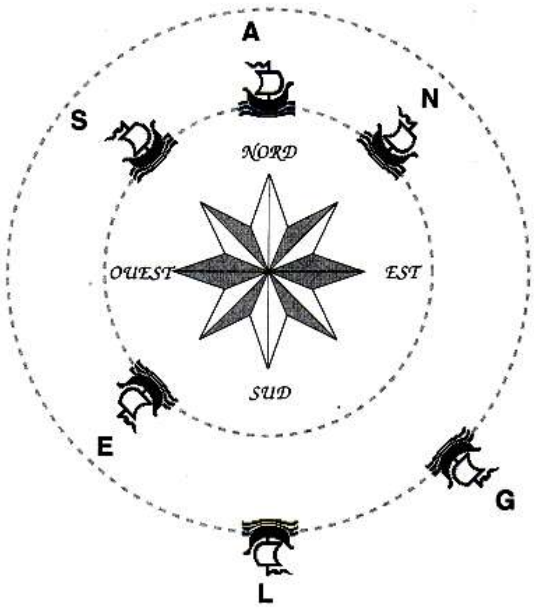
Voici quelques exemples d'activités sur les rotations utilisant des situations issues de ces brochures ou de la brochure « Suivi scientifique classe de quatrième (très ancien !) bulletin inter IREM premier cycle » qui, elle aussi, renferme des pistes intéressantes d'activités à adapter tant aux élèves actuels qu'aux outils numériques utilisés aujourd'hui dans les classes de mathématiques.

 Comment passe-t-on d'une figure à l'autre ? ou la recherche d'intrus…	 Tour de magie avec GeoGebra ou comment transformer un canard en un lapin !  Nouvelle transformation : observation, caractéristiques, propriétés.

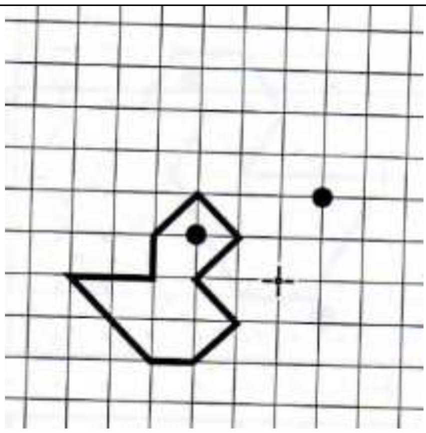


O → N	
J	I
O	N
N	T
G	R
L	U
E	S

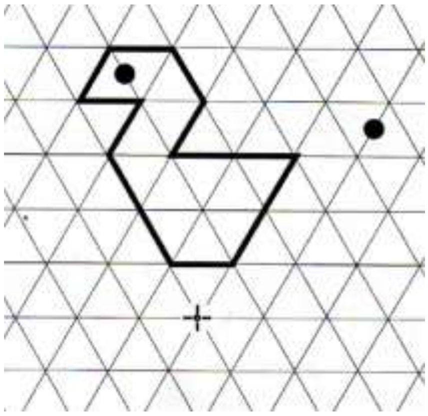
Sans instruments.
Importance de l’angle de rotation…



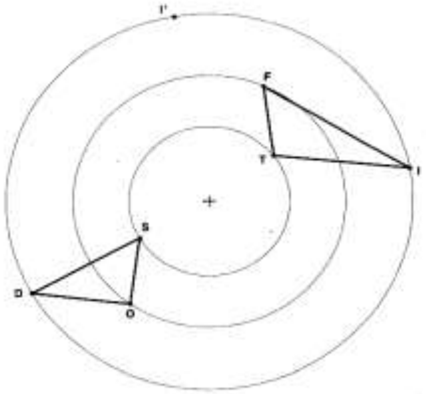
A → N	
A	
N	
G	
L	
E	
S	



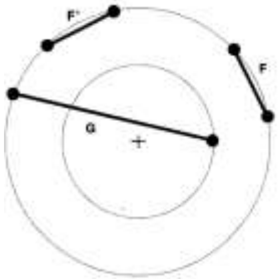
Avec du quadrillage…



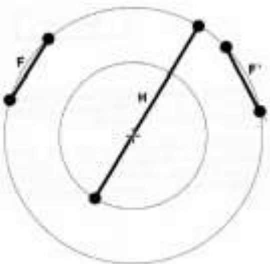
Avec un autre type de quadrillage…



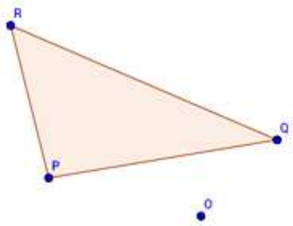
I ⟶ I'	
TIF	T'I'F'
DOS	D'O'S'

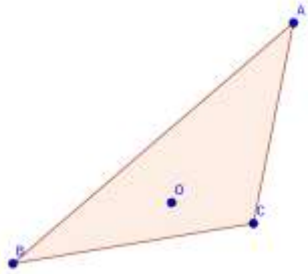


F ⟶ F'	
F	F'
G	G'



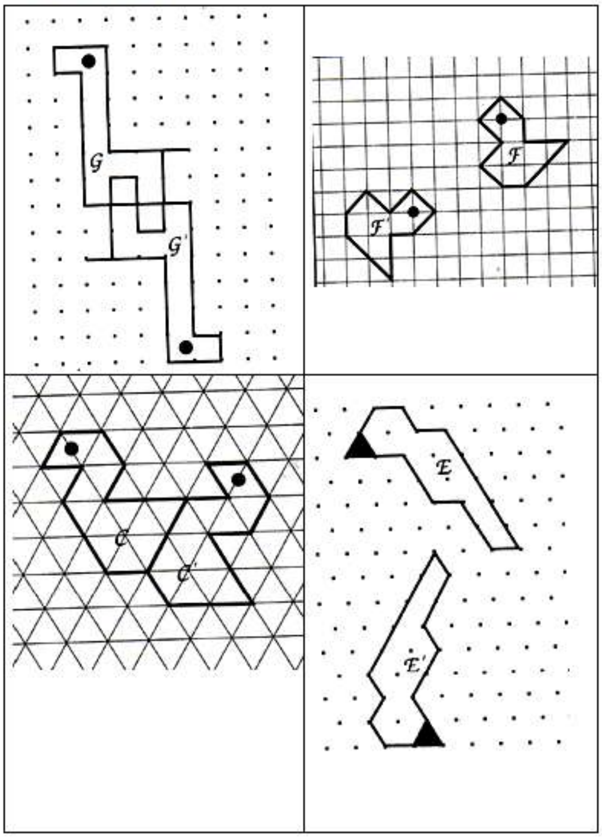
F ⟶ F'	
F	F'
H	H'





Autres exemples… manuellement ou dynamiquement, les méthodes utilisées peuvent être source de différenciation entre les élèves.

Trouver l'angle de la rotation.



Pour les experts de la rotation

Quels sont les avions obtenus par une rotation à partir de la figure A ? Décrire cette transformation.

Dans ces brochures, il y a également de nombreuses pistes à explorer sur les translations, les pavages…

AUTOUR DES TRANSFORMATIONS À LA LIAISON TROISIÈME-SECONDE

Aurélie HUILLERY-PERRIN
Lycée Albert Schweitzer, 93 Le Raincy

Kadir KÉBOUCHI
Collège André Malraux, 77 Montereau

Domaines (champs d'apprentissage)

D 1-3 : Utiliser et produire des figures géométriques.
D2 : Organiser son travail personnel, coopérer.
D 3 : Exercer son esprit critique, faire preuve de réflexion.
D4 : Utiliser les notions de géométrie pour démontrer, résoudre un problème.

Eléments du programme cycle 4

Se repérer dans le plan.
Propriétés des angles dans un triangle.
Effet d'une rotation sur une figure.
Théorème de Pythagore.
Relations trigonométriques.

Type de tâche

Tâche intermédiaire.

Compétences mobilisées

Chercher.
Représenter.
Raisonner.
Communiquer.

Niveau concerné

Troisième. Seconde.

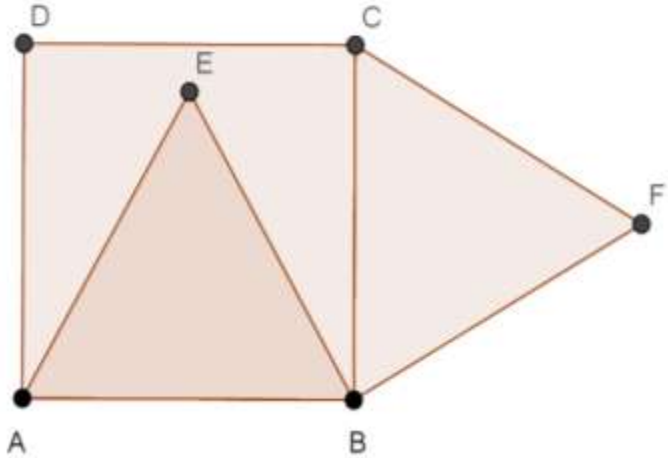
Modalité

En classe.
Une séance.
Travail individuel.
Synthèse individuelle sous forme d'un devoir, d'une production écrite.

Enoncé

Plusieurs méthodes de démonstration en géométrie - Rotation

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un carré de côté a, AEB et BCF sont deux triangles équilatéraux.
Calculer la longueur EF en fonction de a.



Compte-rendu

Cette activité s'est déroulée en une séance d'une heure simultanément dans une classe de troisième et une classe de seconde.

En classe de troisième

Le niveau est très faible, dans un collège classé REP +.
Le travail se fait individuellement.
Les élèves sont en autonomie.
Ils ont par réflexe, représenté le problème, pensé à faire un schéma, et essayé de mobiliser leurs connaissances sur le théorème de Pythagore, mais peu d'élèves ont utilisé leurs connaissances sur les rotations.

En classe de seconde

Le niveau est très hétérogène avec des élèves volontaires mais d'un niveau moyen.
Le travail se fait en groupe de 4.
Pour beaucoup d'élèves la première réflexion a été : « *on est bloqués, on n'a pas de longueur*». Le travail « en fonction de a » n'est pas encore acquis. Un groupe a même voulu poser $a = 3$ afin de pouvoir continuer à travailler.
La piste du *Théorème de Pythagore* est arrivée très vite dans la plupart des groupes, avec un bon travail sur la conjecture : le triangle EBF est-il rectangle ?
Tous les groupes ont travaillé sur *les mesures d'angles* pour démontrer que l'angle $\widehat{EBF}$ était un angle droit.
Bilan : la difficulté principale a été la rédaction rigoureuse de leur raisonnement.
Prolongement : Certains groupes « formatés par le programme de seconde » ont absolument voulu chercher des vecteurs, des longueurs. Ils ont été bloqué : « on n'a pas de repère ! »
Lors de la séance suivante, nous avons prolongé l'exercice avec la question « les points D, E et F sont-ils alignés ? » et nous avons introduit le repère (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$).

Productions élèves :

Groupe 1 : les élèves veulent d'abord « retrouver un parallélogramme », ensuite ils posent $a = 3$.

1ère idée :

On essaie de tracer un parallélogramme avec les points ECF mais nous sommes bloqués car il faudrait tracer un repère.

2ème idée :

donnons à a la valeur 3.

On sait que toutes les longueurs sont égales à $a = 3$.

On conjecture que le triangle EBF est rectangle en B.

Si $EB = 3$ et $BF = 3$, alors $EB = BF$

On teste l'égalité de Pythagore :

$EF^2 = EB^2 + BF^2$

$EF^2 = 3^2 + 3^2$

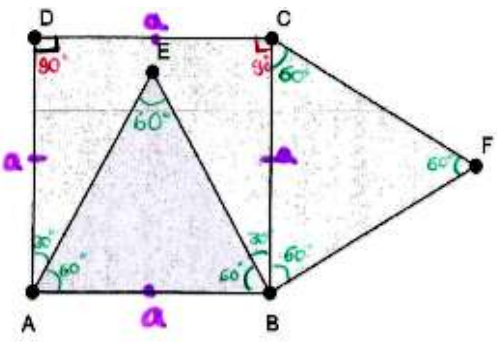
$EF^2 = 9 + 9$

$EF^2 = \sqrt{18}$

$EF^2 = 3\sqrt{2}$

alors d'après le théorème de Pythagore, la longueur $EF = 3\sqrt{2}$ en fonction de a ici $a = 3$.

Groupe 2 : toutes les idées sont là, avec une tentative d'organisation de leurs idées dans la *rédaction des étapes du raisonnement :*



Les triangles équilatéraux ont 3 angles égaux de 60° et 3 côtés égaux également de longueur "a".

Le carré ABCD possède 4 côté égaux « a » et 4 angles droit de 90°.

En en déduis que $\widehat{CBA}$ est égal à $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EBC}$.

Calculs:

1) $\widehat{CBA} = \widehat{ABE} + \widehat{EBC}$.

soit $90° = 60° + \widehat{EBC}$.

$\widehat{EBC} = 90° - 60°$

$= 30$.

2) $\widehat{FBE} = \widehat{FBC} + \widehat{CBE}$

soit $90° = 60° + 30°$

Donc le triangle $\widehat{FBE}$ est rectangle, en B. BF et BE sont de longueur "a".

Donc d'après le théorème de Pythagore, dans le triangle FBE est rectangle en B.

$EF^2 = EB^2 + BF^2$

$EF^2 = a^2 + a^2$

$EF^2 = 2a^2$

Ainsi la longueur EF est égale à $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \times a$
$= a\sqrt{2}$.

Groupe 3 : les élèves introduisent à la fin une fonction.

L'Angle d'un triangle équilatéral est égale à 60° (180 ÷ 3 = 60)

Donc $\widehat{EBA} = 60°$

$\widehat{FBC} = 60°$

L'Angle $\widehat{CBA} = 90°$ car DCBA est un carré.

Donc l'Angle $\widehat{ABF} = 150°$

Pour avoir l'angle $\widehat{EBF}$ on fait $150 - 60 = 90°$

Donc le triangle EBF est rectangle en B.

On applique donc l'égalité de Pythagore :

$EF^2 = EB^2 + BF^2$

$EF^2 = a^2 + a^2$

$EF = \sqrt{a} + \sqrt{a}$

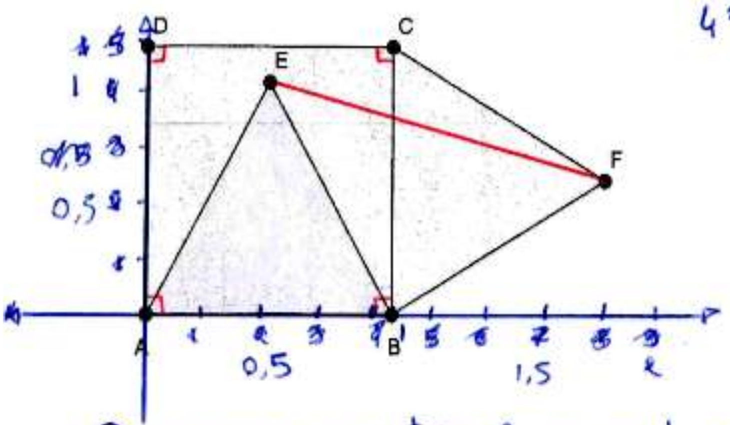
$EF = 2\sqrt{a}$.

Soit la fonction f qui exprime EF en fonction de a :

$f(a) = 2\sqrt{a}$. avec $a > 0$.

Groupe 4 : les élèves veulent utiliser des coordonnées et introduisent un repère. Un travail sur l'unité à choisir.

4 cm ⇒ 1 ~~coordonnées~~ unités



On remarque un triangle qui peut-être rectangle. Les 3 points sont EFB. Les longueurs de EB et BF sont égal à celle de a. Le point B a un angle à 90°.
Avec un repère orthonormé on a les coordonnées de E(0,5 ; 0,75)
F(1,75 ; 0,5) B(1 ; 0).

PLUSIEURS MÉTHODES EN GÉOMÉTRIE À LA LIAISON TROISIÈME-SECONDE

Aurélie HUILLERY-PERRIN
Lycée Albert Schweitzer, 93 Le Raincy

Kadir KÉBOUCHI
Collège André Malraux, 77 Montereau

Domaines (champs d'apprentissage)

D 1-3 : Utiliser et produire des figures géométriques.
D2 : Organiser son travail personnel, coopérer.
D 3 : Exercer son esprit critique, faire preuve de réflexion.
D4 : Utiliser les notions de géométrie pour démontrer, résoudre un problème.

Eléments du programme (cycle 4)

Se repérer dans le plan.
Théorème de Pythagore.
Relations trigonométriques.

Type de tâche

Tâche à prise d'initiatives.

Compétences mobilisées

Chercher.
Représenter.
Raisonner.
Calculer.
Communiquer.

Niveau concerné

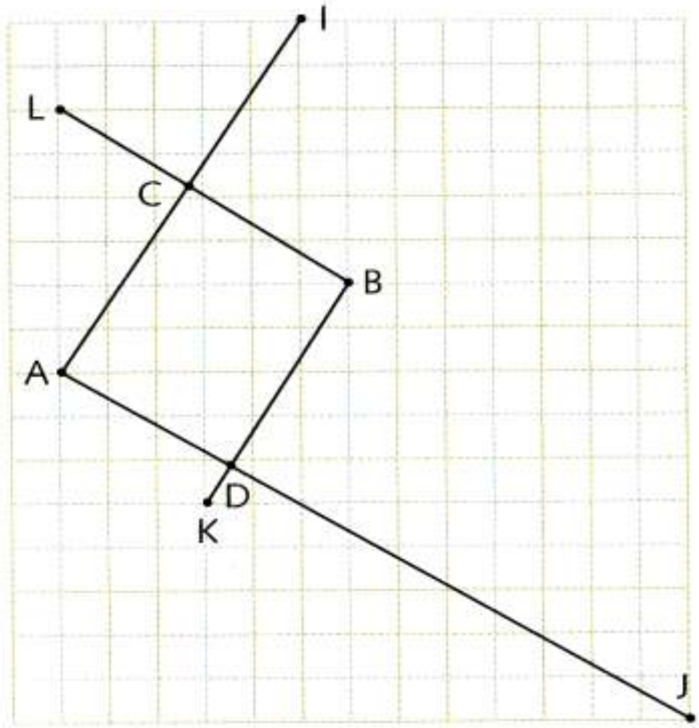
Troisième. Seconde.

Modalité

En classe.
Une séance.
Travail individuel.
Synthèse individuelle sous forme d'un devoir, d'une production écrite.

Énoncé

Plusieurs méthodes de démonstration en géométrie



ADBC est-il un rectangle ?

Compte-rendu

Cette activité s'est déroulée en une séance d'une heure simultanément dans une classe de troisième et une classe de seconde.

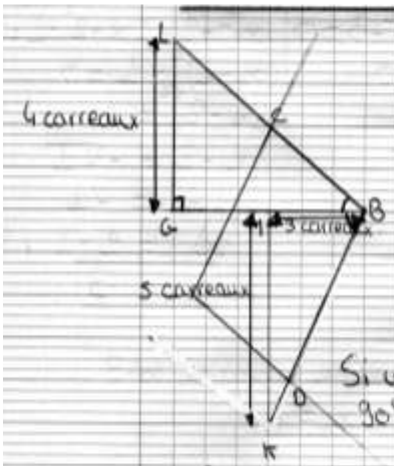
En classe de troisième

Le niveau est très faible, dans un collège classé REP +.
Les élèves sont évalués sur des compétences sans note chiffrée.
Le professeur distribue les différents sujets. Le travail se fait individuellement.
Les élèves sont en autonomie.
Habitués à résoudre des tâches complexes, les élèves se sont montrés très à l'aise.
Ils ont par réflexe, représenté le problème, pensé à faire un schéma, et essayé de mobiliser leurs connaissances sur le théorème de Pythagore et la trigonométrie.

En classe de seconde

Pour le contexte : classe de seconde assez difficile et d'un niveau relativement faible.
Les élèves ont déjà travaillé sur des problèmes de recherche, notamment des narrations de recherches et des situations de conjecture. Par contre ils n'ont jamais été évalués sur des compétences.
Le professeur commence à lancer une discussion sur : « C'est quoi un problème de recherche ? C'est quoi réfléchir ? ».
L'activité a été proposée aux élèves en la vidéo-projetant. Le professeur explique rapidement les modalités d'évaluation par compétences. Les élèves ont bien réussi sans difficultés particulières.

Exemple de production en troisième



[LG] = 4 carreaux
[MK] = 5 carreaux
[MB] : 3 carreaux

$\widehat{LGB} = 90°$
$\widehat{BMK} = 90°$

Non revoir les propriété

Si un des angles de CBDA mesure 90°, alors CBDA est un rectangle

• $\widehat{GBL} = ?$

Le triangle GLB est rectangle en G.

$\tan \widehat{GBL} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{GBL}}{\text{côté adjacent à } \widehat{GBL}}$

$\tan \widehat{GBL} = \dfrac{LG}{GB}$

$\tan \widehat{GBL} = \dfrac{4}{6}$

$\widehat{GBL} = \tan^{-1}\left(\dfrac{4}{6}\right)$

$\boxed{GBL \approx 33{,}69°}$

L'angle $\widehat{GBL}$, mesure environ 33,65°

• $\widehat{MBK} = ?$

Le triangle MBK, est rectangle en M.

$\tan \widehat{MBK} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{MBK}}{\text{côté adjacent à } \widehat{MBK}}$

$\tan \widehat{MBK} = \dfrac{MK}{MB}$

$\tan \widehat{MBK} = \dfrac{5}{3}$

$\widehat{MBK} = \tan^{-1}\left(\dfrac{5}{3}\right)$

ne pas confondre propriété réciproque et contre exemple.

$\boxed{M\widehat{B}K \approx 59{,}04°}$ L'angle $\widehat{MBK}$ mesure environ 59,04°

$\widehat{LBK} = \widehat{GBL} + \widehat{MBK}$
$\widehat{LBK} = 33{,}69 + 59{,}04$
$\boxed{LBK = 92{,}73°}$ $\neq 90°$

CBDA, n'est donc pas un rectangle car un de ses angles ne mesure pas 90°, alors qu'un dans un rectangle, tous les angles mesurent 90°, donc, ils sont droits.

Exemple de production en seconde

Plusieurs méthodes de démonstration en géométrie

1) ~~ABCD~~ ACBD est-il un rectangle ?

* J'ai d'abord remarquer que le rectangle n'était pas nommer comme d'habitude "ABCD" mais écrit "ACBD" Ce qui veut dire que si c'est un rectangle AC = BD et AD = CB et qu'il y est un angle droit.

* Je décide de faire un repère orthonormé, déjà tracer sur le quadrilage.

* Je prends les coordonnées des points ACBD pour pouvoir calculer les distances

$A(1;8)$; $B(8;10)$; $C(4;12)$; $D(4,5;6)$

• Je ~~cherche~~ calcule les coordonées de A~~B~~ ; CB ; BD ; AD.

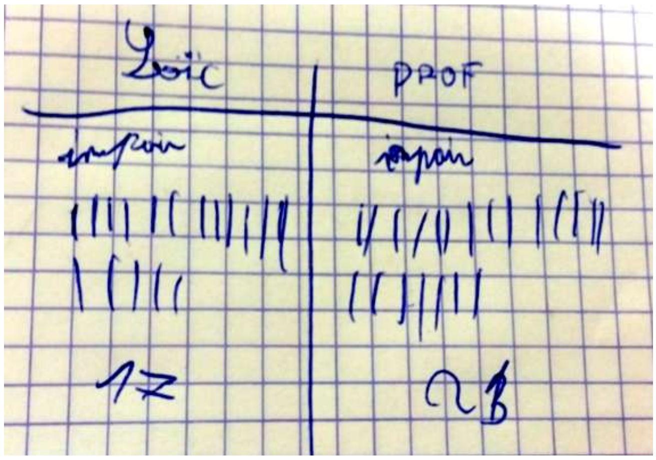
- $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$= \cancel{\sqrt{(8-1)^2 + (\ \ )}}$
$= \sqrt{(4-1)^2 + (12-8)^2}$
$= \sqrt{(3)^2 + 4^2}$
$= \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

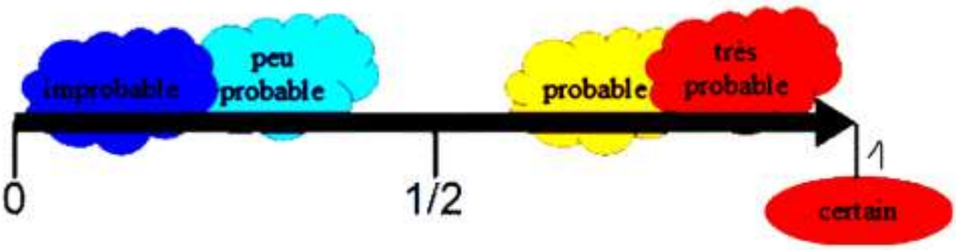
- $CB : \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$
$= \sqrt{(8-4)^2 + (10-12)^2}$
$= \sqrt{(4)^2 + (-2)^2}$
$= \sqrt{16 - 4}$
$= \sqrt{12} = 3,5$

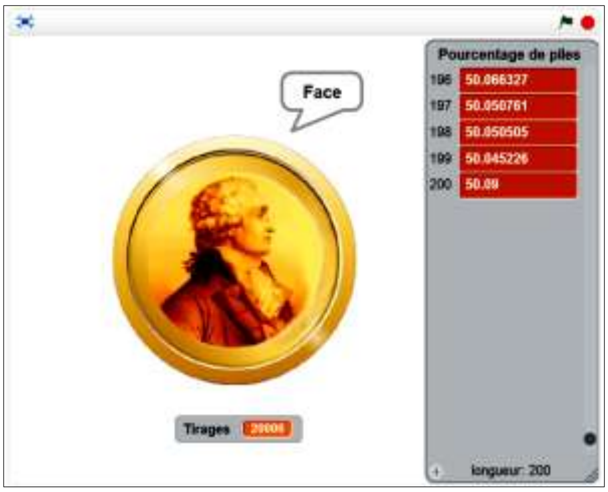
- $BD : \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$
$(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2$
$= \sqrt{(4,5-8)^2 + (6-10)^2}$
$(8-4,5)^2 + (10-6)^2$
$= \sqrt{(-3,5)^2 + (-4)^2}$
$(3,5)^2 + (4)^2$
$= \sqrt{12,25 + 16}$
$= \sqrt{28,25} = 5$

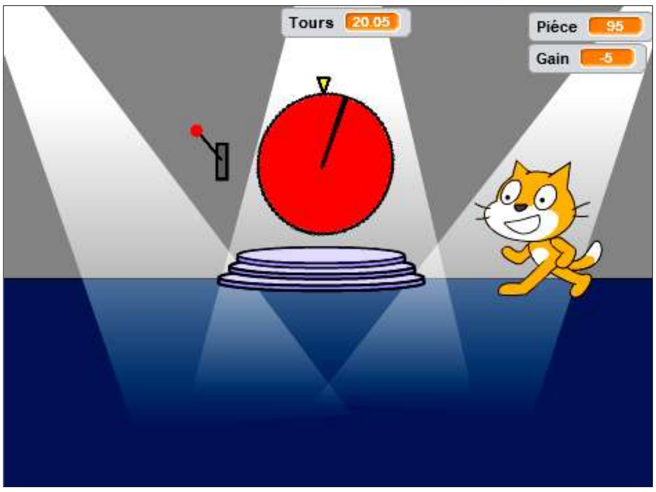
- $AD : \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$
$(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2$
$= \sqrt{(4,5-1)^2 + (6-8)^2}$
$(1-4,5)^2 + (8-6)^2$
$= \sqrt{(3,5)^2 + (-2)^2}$
$(-3,5)^2 + 2^2$
$= \sqrt{-12,25 + 4}$
$= \sqrt{-8,25}$??

IV – PROBABILITÉS









ENSEIGNER LES PROBABILITÉS AU CYCLE 4 EN LIEN AVEC LA STATISTIQUE

Philippe DUTARTE
IA-IPR de mathématiques
Académie de Créteil

Les probabilités s'enseignent dorénavant en France dès la classe de cinquième. Cela suppose une nouvelle progressivité des apprentissages, davantage de place à l'expérimentation, à la définition des concepts et à l'élaboration du lien qu'entretiennent probabilités et statistique. Nous analysons ici, à la lumière de pratiques pédagogiques menées en France et à l'étranger, certains points nous semblant incontournables d'une progression de l'apprentissage des probabilités au collège prenant appui sur l'expérimentation et la statistique.

Deux principes incontournables

Deux principes pédagogiques nous semblent incontournables dans les premiers apprentissages de la notion de probabilité : d'une part, partir d'une évaluation des conceptions a priori des élèves sur le hasard, d'autre part, exploiter, dès le début de l'apprentissage, une double approche empiriste et théorique de la notion de probabilité.

Partir d'une évaluation des conceptions a priori des élèves

L'être humain possède certaines conceptions a priori du hasard qui peuvent être causes d'erreur ou d'incompréhension. Il est particulièrement utile de tester certains « biais » dus à des conceptions a priori des élèves et d'en débattre avant de débuter un « enseignement » des probabilités comme si le terrain était vierge.
Parmi ces « idées fausses », citons (la liste n'est pas exhaustive) :
– le refus de mesure du hasard (tout est possible, on ne peut rien dire) ;
– le biais d'équiprobabilité (a priori tous les cas possibles sont équiprobables) ;
– le biais d'alternance (on imagine certaines régularités du hasard et, à pile ou face, PFFP semblera plus probable que PPPP par exemple) ;
– l'effet mémoire (si l'on a eu quatre fois pile on a plus de chances d'avoir face au prochain lancer ; on applique la loi des grands nombres sur des petits nombres) ;
– la confusion effectifs-fréquence (la probabilité correspond à un effectif et non à une fréquence) ou une erreur sur la base d'évaluation d'une proportion ;
– mauvaise prise en compte de la taille de l'échantillon…
Il paraît nécessaire de tester ces conceptions, de réaliser des expériences aléatoires (éventuellement prolongées par la simulation) pour montrer que les observations sont en contradiction avec certaines opinions a priori.

Exploiter une double approche empiriste (approche fréquentiste) et théorique (approche classique a priori)

Ni l'approche empirique, expérimentale, ni l'approche théorique, classique, de la notion de probabilité ne permettent à elles seules d'en comprendre les différentes dimensions. Il est nécessaire de développer ces deux idées simultanément et d'en montrer la dépendance, particulièrement dans le cadre de la modélisation.
À ce propos, le didacticien Heinz Steinbring (1991) s'exprime ainsi :

> « Il est nécessaire de créer un cadre éducatif dans lequel les liens mutuels entre probabilités et hasard, aussi bien qu'entre les différents concepts de probabilité,

> permettent aux conceptions et à la théorie de se développer à l'unisson. Le processus d'enseignement doit répondre au paradoxe selon lequel la clarification et la compréhension des concepts fondamentaux [en probabilité] ne peut se réaliser qu'avec la théorie complète des cours d'enseignement des années à venir. Une condition nécessaire importante pour satisfaire à cette exigence en classe est d'éviter de développer l'éducation à l'aléatoire exclusivement en termes de fréquence ou de symétrie classique. […]
> Même un concept aussi élémentaire que l'équiprobabilité nécessite simultanément l'interprétation mathématique idéale d'égale distribution au sens arithmétique, et la représentation empirique du statistiquement équidistribué, telle qu'elle émerge des expériences concrètes. L'équidistribution comme modèle ne signifie pas que les résultats réels devraient être exactement équidistribués ; si cela se produit réellement c'est une raison suffisante pour douter de l'expérience. Le modèle de l'exacte équidistribution est requis comme référence pour décider si les fréquences observées peuvent être considérées comme issues d'une telle distribution uniforme, ou si les écarts sont trop grands pour une telle affirmation. […] Les relations entre objet et modèle doivent toujours rester à l'esprit durant le processus d'enseignement. La dialectique objet-modèle nécessite une approche mixte. »

Pour Heinz Steinbring, l'apprentissage de la notion de probabilité doit comporter les étapes suivantes :

- – jugements personnels et « prédiction » à propos de phénomènes aléatoires ;
- – comparaison entre les données empiriques (expérimentations) et différents modèles théoriques conjecturés (simulations éventuelles) ;
- – création de principes généraux et caractérisation plus précise des phénomènes aléatoires.

Graham Jones, chercheur australien, fait le constat suivant dans un article de 2005 dressant l'état des lieux des recherches en didactique des probabilités.

> « Le contenu de ce que l'on doit enseigner en probabilités a connu plusieurs changements depuis plus de 15 ans [2005] durant lesquels les probabilités sont devenues une part du tronc commun d'enseignement. […] Les changements en cours ont conduit à mettre davantage en avant les probabilités expérimentales et leur lien avec les probabilités théoriques. De plus, en conséquence de ces changements, le lien puissant et historique entre probabilités et inférence statistique est devenu plus transparent. […] Les recherches et expérimentations pédagogiques de ces 15 dernières années ont conduit à un effort concerté pour lier statistique et probabilités en relevant les défis de « quoi enseigner » et « comment enseigner ». »

Des repères de progression des apprentissages

On peut distinguer trois niveaux d'apprentissage de la notion de probabilité au collège, pour lesquels nous indiquons ci-après quelques savoir-faire correspondants. Il serait extrêmement réducteur de considérer que ces niveaux correspondent aux attendus de chaque année du cycle 4 (cinquième, quatrième, troisième), ce qui serait d'ailleurs contraire à l'esprit curriculaire des programmes selon lequel il est souhaitable de différencier les apprentissages : les élèves pourront aborder une situation donnée à des niveaux différents.

Niveau 1

– Pratiquer des jeux de hasard simples. Lister les issues possibles. Anticiper des résultats. Vérifier par réalisation de l'expérience aléatoire puis, le cas échéant à l'aide d'une simulation fournie. Enregistrer les résultats observés dans un tableau d'effectifs et de fréquences. Repérer des variations et des régularités. Comparer des graphiques de

distributions fréquentielles et théoriques. Choisir une stratégie en fonction de l'analyse des résultats.
– Maîtriser le langage des chances égales ou non, de jeu équitable ou non. Connaître le fait que les dés, les pièces, les roulettes, les boules d'une urne… n'ont pas de mémoire.
– Comparer deux ou plusieurs événements à partir de leurs résultats possibles, en utilisant des relations comme « il est plus probable que… », « il est moins probable que… ». Utiliser une « échelle des probabilités ».

Niveau 2

– Analyser des caractéristiques des événements complémentaires, des événements s'excluant mutuellement, des événements indépendants.
– Comparer des graphiques de distributions (fréquentielle et théorique) en réalisant plusieurs fois une expérience aléatoire. Utiliser des simulations.
– Observer la fluctuation des fréquences pour un nombre de répétitions fixé de l'expérience aléatoire. Estimer une probabilité inconnue.
– Faire preuve d'esprit critique face à des affirmations concernant des phénomènes aléatoires, notamment extraites des médias.

Niveau 3

– Utiliser des tableaux ou des arbres pour des calculs simples de dénombrement des cas.
– Concevoir des simulations simples.
– Calculer la probabilité de réalisation de deux événements s'excluant mutuellement et de deux événements complémentaires (règle de la somme).
– Calculer la probabilité de réalisation de deux événements indépendants (règle du produit).
– Analyser des conditions nécessaires pour qu'un jeu de hasard soit équilibré, sur la base de la notion de résultats équiprobables et non équiprobables.
– Faire le lien entre fréquence et probabilité en fonction du nombre de répétition de l'expérience aléatoire. Calculer des fréquences pour estimer des probabilités.
– Traiter des expériences aléatoires à deux étapes.

Des exemples d'activités praticables au niveau 1

Le programme de cycle 4 demande, dès le début du cycle, c'est-à-dire dès la classe de cinquième, « d'interroger les représentations initiales des élèves, en partant de situations de la vie quotidienne […], en suscitant des débats », d'introduire et de consolider « le vocabulaire lié aux notions élémentaires de probabilités (expérience aléatoire, issue, probabilité) », de calculer des probabilités en s'appuyant sur le modèle équiprobable et de mettre en œuvre « le lien avec les statistiques […] en simulant une expérience aléatoire, par exemple avec un tableur ».

Tester les conceptions a priori des élèves

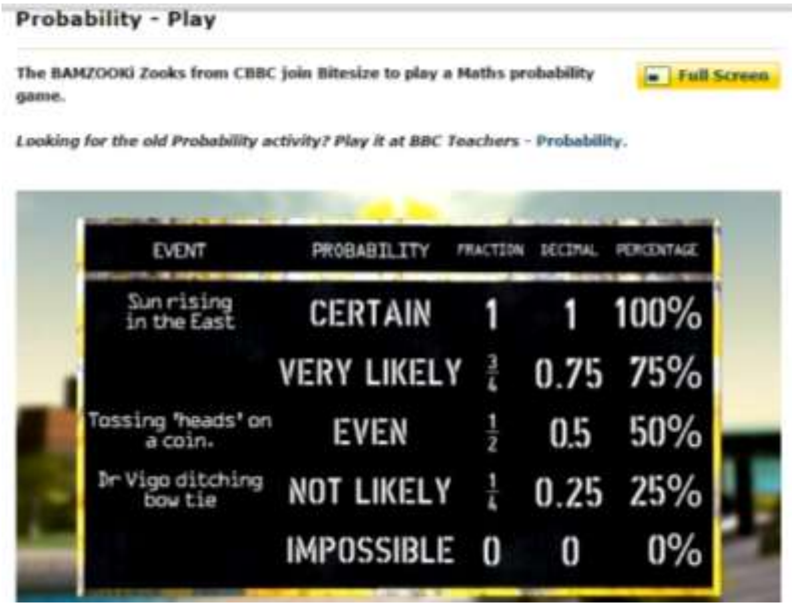
Certaines des questions suivantes sont inspirées de l'article de Jacques VERDIER, où des réponses d'élèves sont analysées. Pour expliquer certaines réponses, le recours à la simulation s'avère utile.

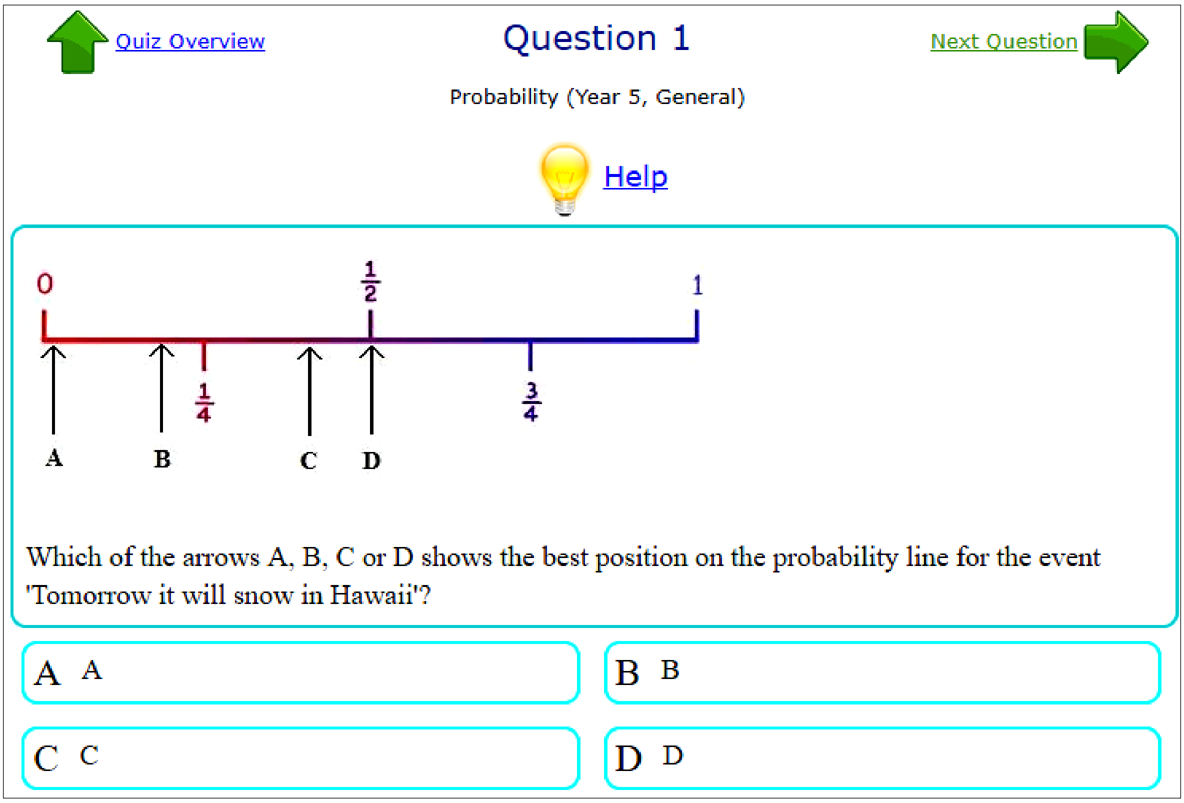
Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ?
Pourquoi ?
Q2. On joue avec deux dés, en les lançant chacun notre tour. Je prétends que c'est plus difficile pour moi de faire un double six que pour toi de faire un double trois.
Ai-je raison ?
Q3. « Si je lance simultanément deux pièces de 1 €, il y a une chance sur trois de voir un pile et un face » : cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

Q4. On lance quatre fois une pièce de 1 € et on note la suite des « pile » (P) ou « face » (F). Quel est le plus probable, obtenir PPPP ou obtenir PFFP ?
Q5. On lance plusieurs fois un dé dont trois faces sont bleues et trois faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?
Q6. On lance plusieurs fois un dé dont deux faces sont bleues et quatre faces sont jaunes. Que va-t-il se passer ?
Q7. Dans une boîte il y a trois boules noires et six boules blanches. Dans une autre, il y a sept boules noires et quatorze boules blanches. On prend au hasard une boule dans l'une des boîtes. Dans quelle boîte a-t-on le plus de chances d'avoir une boule noire ?
Q8. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?
Q9. Céline et Paul jouent aux dés, chacun avec son dé. Mais Paul est un peu tricheur, et a échangé son dé avec un autre qui n'a que des 6 sur toutes les faces. Quand Céline lance son dé, peut-on prévoir quel numéro sortira ? Et quand Paul lance le sien ?
Pourquoi ?
Q10. On a fabriqué un dé spécial pour faire des paris. Il a trois faces avec un 1, deux faces avec un X, et une face avec un 2. Si on le lance, qu'est-ce qui sera le plus facile à obtenir ? Et qu'est-ce qui sera le moins facile ? Pourquoi ?
Q11. On lance deux dés. Si le total des deux est supérieur à 9, tu marques un point ; si cette somme est inférieure à 4, c'est moi qui marque un point. Qui a le plus de chances de gagner ?
Q12. Dans un jeu de société, tu dois faire un total de six pour commencer à jouer.
Tu peux lancer au choix un seul dé, ou deux dés. Que choisis-tu ? Et s'il fallait faire un total de cinq ?

Utiliser une échelle de probabilité

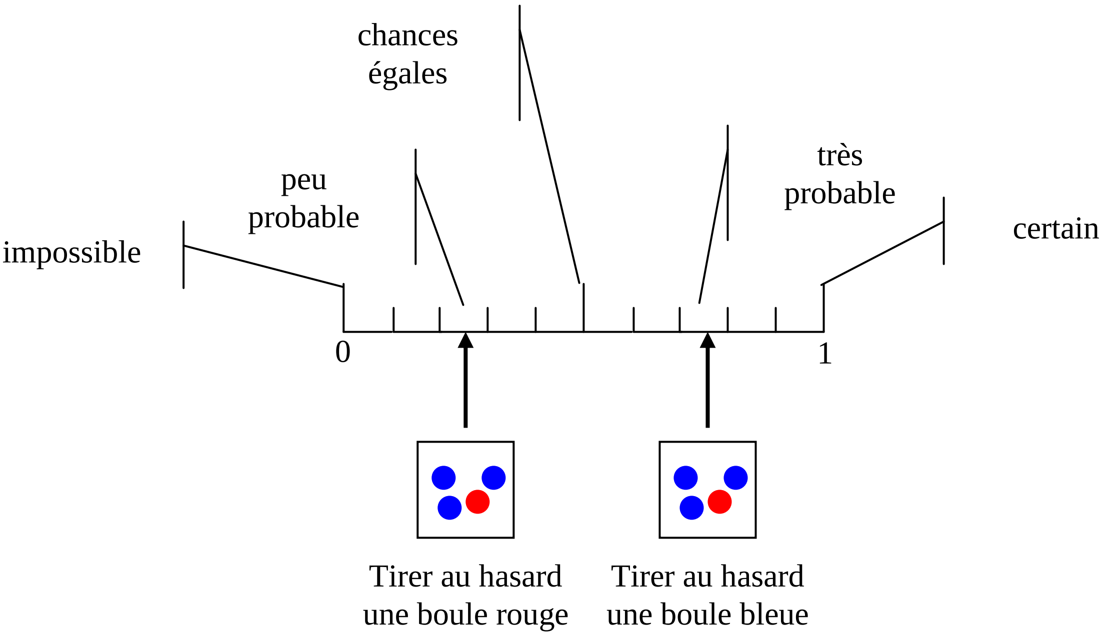
La familiarisation à la mesure d'une probabilité par utilisation d'une « échelle de probabilités » est particulièrement développée au Royaume-Uni ou aux Etats-Unis comme l'illustre l'image suivante d'un jeu de probabilités utilisant ce type d'échelle sur le site scolaire de la BBC ou d'un quiz sur un site américain http://www.mathopolis.com.



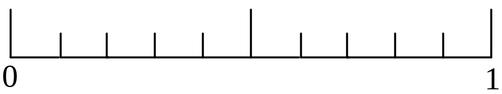


Énoncé

On peut indiquer la probabilité d’un événement sur une échelle de probabilité comme ci-dessous, depuis 0, événement impossible, jusqu’à 1, événement certain.

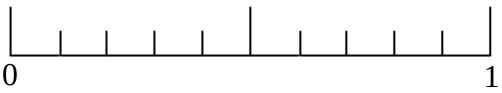


1. Placer une flèche sur l’échelle de probabilité pour indiquer la probabilité des événements suivants.



a) Vous lancez une pièce d'un euro et obtenez « face ».
b) Noël sera cette année le 25 décembre.
c) Il va pleuvoir durant la première semaine de décembre.
d) Un homme a trois têtes.
e) Vous jouez au loto et gagnez le gros lot.
f) Vous lancez un dé et obtenez un nombre pair.
g) Il va pleuvoir demain.
h) L'équipe de France va remporter son prochain match international de football.
i) Un élève de votre classe a son anniversaire demain.

2. Un sac contient trois balles blanches et deux balles grises. Placer une flèche sur l'échelle de probabilités suivante pour indiquer :
a) la probabilité d'extraire au hasard une balle blanche du sac ;
b) la probabilité d'extraire au hasard une balle grise du sac.



Questionnaire à choix multiples

1. Quelque chose qui se produit de façon peu probable a une probabilité entre :
   - ☐ 0 et 0,5
   - ☐ 0,5 et 1
   - ☐ 1 et 2

2. Quelque chose qui se produit de façon probable a une probabilité entre
   - ☐ 0 et 0,5
   - ☐ 0,5 et 1
   - ☐ 1 et 2

3. Quelle est la probabilité d'obtenir 4 avec un dé supposé équilibré ?
   - ☐ un sixième
   - ☐ un
   - ☐ zéro

4. Quelle est la probabilité d'obtenir « face » avec une pièce supposée équilibrée ?
   - ☐ 1
   - ☐ 0,5
   - ☐ 0,2

5. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair avec un dé supposé équilibré ?
   - ☐ un sixième
   - ☐ un tiers
   - ☐ un demi

6. Une pièce supposée équilibrée est lancée trois fois. Elle tombe deux fois sur « face » et une fois sur « pile ». Quelle est la probabilité que la pièce tombe sur pile au prochain lancer ?
   - ☐ 1
   - ☐ un demi
   - ☐ 0

7. Un sac contient sept boutons. Trois d'entre eux sont verts. Quelle est la probabilité d'extraire au hasard un bouton vert du sac ?

- ☐ un septième
- ☐ deux septièmes
- ☐ trois septièmes

8. Quelque chose qui a autant de chances d'arriver ou de ne pas arriver a une probabilité de

- ☐ 100 %
- ☐ 50 %
- ☐ 0 %

9. Un sac contient seulement 5 boutons, qui sont tous bleus. Quelle est la probabilité d'extraire au hasard un bouton rouge du sac ?

- ☐ 0
- ☐ 0,5
- ☐ 1

10. Un sac contient quatre boutons blancs. Combien de boutons noirs faut-il ajouter pour avoir autant de chances de tirer au hasard un bouton noir ou un bouton blanc du sac ?

- ☐ 4
- ☐ 8
- ☐ 0

Jeu équitable ou non ?

Dans cette activité, les élèves explorent deux jeux pour deux joueurs. Ils débattent du fait que le jeu est ou non équitable. Le premier jeu n'est pas équitable et cela doit apparaître en jouant. Le second jeu est équitable, ce qui est plus difficile à observer et leur avis peut être partagé.

À un premier niveau, il n'est pas attendu des élèves de calculer des probabilités, mais de développer une intuition des chances et de leur probabilité de gagner.

Jeu 1

À chaque partie, on lance deux dés et on multiplie les chiffres obtenus. Le joueur 1 gagne si le produit est impair. Le joueur 2 gagne si le produit est pair.

Le binôme joue un grand nombre de parties en prenant note du nombre de victoires de chaque joueur. Une discussion s'engage ensuite pour savoir si le jeu est équitable ou quel joueur, sinon, est avantagé.

Jeu 2

À chaque partie, on lance deux dés et on additionne les chiffres obtenus. Le joueur 1 gagne si la somme est impaire. Le joueur 2 gagne si la somme est paire.

Le binôme joue un grand nombre de parties en prenant note du nombre de victoires de chaque joueur. Une discussion s'engage ensuite pour savoir si le jeu est équitable ou quel joueur, sinon, est avantagé.

On peut mettre en commun les données de la classe, notamment à propos du jeu 2. On peut ensuite, selon le niveau d'apprentissage, raisonner sur les tables de multiplication et d'addition pour calculer les probabilités.

produit	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

somme	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Jeu et stratégie : « Qui peut le plus ? »

L'activité suivante a été expérimentée par Christelle BLEIN et Isabelle PINET en classe de cm2 dans le cadre de leur mémoire professionnel (www.statistix.fr).

élève 1	
5	3
1	2
4	4

109

élève 2	
5	3
2	1
4	4

118

Énoncé

Le jeu « Qui peut le plus » se joue avec un dé, en binôme. Chaque élève du binôme dispose d'une grille comme ci-contre, qu'il remplit à chaque partie.
Pour chaque partie, l'un des deux élèves du binôme est le lanceur de dé. Il lance le dé pour remplir chacune des trois lignes du tableau. Au premier lancer, chaque élève inscrit le chiffre obtenu, au choix, à droite ou à gauche de la première ligne (sur l'exemple, on a obtenu 5 et l'élève 1 à choisi de l'inscrire sur la première ligne à gauche). Au second lancer, on complète la première ligne (on n'a plus le choix : ici le 3 est sorti). On complète de même les deux autres lignes, avec le choix de la position, à droite ou à gauche, aux troisième et cinquième lancers.
Chaque élève additionne ensuite les trois nombres à deux chiffres obtenu (pour l'élève 1, 53 + 44 + 12 = 109) et inscrit la réponse dans la dernière case.
Les élèves du binôme comparent leurs résultats. Celui qui a le plus grand résultat gagne 2 points, celui qui a le plus petit marque 0 point et en cas d'égalité, chacun marque un point.

1. Première mise en commun après quelques parties. Quel est le plus grand nombre obtenu ? Est-ce que tout le monde pouvait l'obtenir ? Quel est le plus grand nombre possible ? Est-ce que certaines faces apparaissent plus souvent que d'autres quand on lance les dés ?
2. Après quelques nouvelles parties, écrire des « règles » pour le placement du premier chiffre obtenu avec le dé.

3. Mise en commun des « règles » et discussion sur les « chances » de réussite des stratégies.
Exemple de « règles » observées :
– si le premier dé donne 6, j'écris 6 à gauche ;
– si le premier dé donne 5, j'écris 5 à gauche ;
…
– si le premier dé donne 1, j'écris 1 à droite.
4. Vous avez beaucoup joué aux dés. Avez-vous l'impression que certains chiffres reviennent plus souvent ? Comment faire pour le savoir ?
5. En supposant que les six chiffres du dés ont la même probabilité de sortie, quelle est la probabilité de réussite de la règle « si le premier dé donne 5, j'écris 5 à gauche » ?

Éléments de réponse
4. On peut exploiter les grilles de jeu pour comptabiliser la fréquence d'apparition de chaque face du dé pour la classe. On peut compléter l'observation par une simulation.
5. La règle « si le premier dé donne 5, j'écris 5 à gauche » comporte 5 cas favorables : 51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 55 (que l'on convient de considérer comme « gagnant ») et un cas défavorable 56. Ces cas étant équiprobables, la probabilité de réussite de la règle est 5/6.
On raisonne de même pour les autres règles : certitude pour « le 6 à gauche » et « le 1 à droite », probabilité 5/6 pour « le 2 à droite » et probabilité 4/6 pour « le 4 à gauche » et « le 3 à droite ».

Des exemples d'activités praticables au niveau 2

Les « repères de progressivité » du programme de cycle 4 indiquent qu'à partir « de la 4e, l'interprétation fréquentiste permet d'approcher une probabilité inconnue et de dépasser ainsi le modèle d'équiprobabilité mis en œuvre en 5e ». Par « interprétation fréquentiste » de la notion de probabilité, il faut comprendre l'observation de la « stabilisation » des fréquences vers la probabilité de l'événement lorsque le nombre de répétitions de l'expérience aléatoire augmente. Un premier lien entre statistique et probabilités est réalisé dès la classe de cinquième lors des expérimentations menées en classe, qu'elles soient physiques ou simulées, par des relevés d'effectifs et de premiers calculs de fréquences (la notion de fréquence est en construction). À partir de la quatrième, il peut s'agir de comparer des graphiques de distributions de fréquences et de probabilités, d'observer la fluctuation des fréquences pour un nombre fixé n de répétitions de l'expérience aléatoire, de constater que ces fluctuations sont moindres pour de grandes valeurs de n. On peut réserver pour un « niveau 3 » la création de graphiques permettant d'observer la stabilisation des fréquences en fonction du nombre n de répétitions de l'expérience aléatoire, niveau attendu en fin de cycle 4, abordable dans certaines situations, ou par certains élèves, en fin de quatrième.
À titre de comparaison, on peut considérer les contenus du *Common Core*, équivalent aux Etats-Unis de notre « socle », que l'on trouve à l'adresse suivante.
http://www.corestandards.org/Math/Content/SP/
Les probabilités sont introduites en 7th Grade, équivalent de notre classe de 5e, avec une interprétation fréquentiste très aboutie. Au paragraphe « Étudier des expériences aléatoires et concevoir, utiliser et évaluer des modèles probabilistes » sont listées quatre « compétences » (ou capacités). La première est de « niveau 1 » : « Comprendre que la probabilité d'un événement est un nombre entre 0 et 1 exprimant les chances de réalisation de l'événement. Plus le nombre est grand, plus les chances sont importantes. Une probabilité proche de 0 indique un événement peu probable, une probabilité autour de ½ indique un événement également probable ou improbable, et une probabilité autour de 1

indique un événement très probable. ». La deuxième est de « niveau 2 » : « Approcher la probabilité d'un événement en recueillant des données à partir de l'expérience aléatoire qui le produit, en observant sa fréquence à long terme, et en estimant la probabilité correspondante. ». La troisième compétence va plus loin et concerne la modélisation : « Élaborer un modèle de probabilités et l'utiliser pour trouver des probabilités d'événements. Comparer les probabilités du modèle aux fréquences observées ; si la différence est importante, expliquer les sources possibles de l'écart. […] Construire un modèle de probabilités (qui peut ne pas être celui de l'équiprobabilité) en observant les fréquences sur des données obtenues à partir de l'expérience aléatoire. ». Dans le cadre de la quatrième compétence concernant les probabilités d'événements « composés », on lit : « Concevoir et utiliser une simulation pour générer des fréquences pour des événements composés. Par exemple, utiliser des nombres aléatoires comme outil de simulation pour répondre approximativement à la question suivante : si 40 % des donneurs ont un sang du groupe A, quelle est la probabilité de devoir solliciter au moins 4 donneurs avant d'en trouver un de groupe A ? ».

Les familles de deux enfants

Énoncé

Des élèves doivent résoudre le problème de probabilités suivant.

On prend au hasard une famille parmi les familles françaises ayant deux enfants. Quelle est la probabilité que cette famille ait une fille et un garçon ?

N'ayant pas accès aux archives de l'état civil, les élèves supposent que la probabilité d'avoir une fille est égale à la probabilité d'avoir un garçon et raisonnent à partir de cette hypothèse.

Enzo propose la solution suivante : il y a trois cas possibles, la famille a deux filles, la famille a deux garçons ou la famille a une fille et un garçon. La probabilité cherchée est donc 1/3.

Jade n'est pas d'accord. Il faut, dit-elle, tenir compte de l'ordre des naissances. Il y a en fait quatre cas possibles : la famille a deux filles, la famille a deux garçons, la famille a eu une fille puis un garçon ou la famille a eu un garçon puis une fille. La probabilité cherchée est donc 2/4 c'est-à-dire 0,5.

1. À votre avis, qui a raison, Jade ou Enzo ?

2. Pour se faire une opinion, Tom propose une expérience aléatoire à l'aide de deux pièces de monnaie. Décrire une telle expérience aléatoire et la réaliser 10 fois. Que peut-on conclure ?

3. Voici le résultat de 50 expériences réalisées par Tom (F signifie « fille », G signifie « garçon » et, pour chaque expérience, les résultats sont inscrits l'un après l'autre).

FG **GG** FF **FF** GF **FF** GF **FF** GF **FF** FG **GF** FG **FF** FF **GF** GF **GG** GG **GG** GG **FF** FG **FG** FF
FF FG **GF** GG **GF** GF **FF** GG **GF** FG **GG** FG **FF** GG **FG** FF **FG** GF **FG** FF **GG** GG **FG** FF **GG**

En utilisant ces résultats, pouvez-vous préciser qui de Jade ou de Enzo semble avoir raison ?

Avec 50 autres expériences, est-ce que la réponse pourrait être différente ?

4. Exploiter une simulation sur tableur pour effectuer d'autres expériences.

Éléments de réponse

2. On lance les deux pièces en même temps. Face signifie « fille » et pile signifie « garçon », par exemple.

3. La fréquence des FG ou GF est 23/50 = 0,46. Jade semble avoir raison.

Avec 50 autres expériences, la réponse pourrait être différente. Il faudrait davantage d'expériences.

4. Les simulations de 50 expériences montrent des résultats fluctuant autour de 0,5.

G3 =NB.SI(D3:D52;"GG")

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Deux enfants**							
2	expérience	issue 1	issue 2	résultat			effectif	fréquence
3	1	F	F	FF		GG	11	0,22
4	2	G	G	GG		FF	15	0,3
5	3	F	F	FF		total	26	**0,52**
6	4	G	G	GG				
7	5	G	G	GG				
8	6	G	F	GF				

Jeu et stratégie : « Course de la somme de deux dés »

L'activité suivante illustre l'article de Heinz STEINBRING – *The theoretical nature of probability in the classroom* – 1991. On peut l'actualiser en introduisant la simulation.

Énoncé

Le jeu se joue à trois joueurs avec deux dés. Chaque joueur choisit l'un des nombres de 2 à 12 avec des choix différents. On lance les deux dés et on fait la somme des chiffres apparus. Si cette somme correspond à l'un des choix des joueurs, le joueur correspondant marque une croix dans sa colonne. Le premier joueur qui a réussi à compléter sa colonne avec des croix a gagné.

Arrivée										
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Départ										

1. Effectuer une partie et compléter, à chaque lancer le tableau suivant.

Somme des deux dés	Nombre de lancers avec cette somme
2	
3	
4	
56	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
Nombre total de lancers :	

2. Certains nombres permettent-ils de gagner plus sûrement que d'autres ? Expliquer.
3. Prolongement (cette question est proposée après la séance par exemple à la maison).
La table suivante comporte les différentes possibilités pour lesquelles chacune des sommes 2, 3, 4 apparaissent. Compléter la table.

2	1 + 1		
3	1 + 2	2 + 1	
4	1 + 3	2 + 2	3 + 1
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

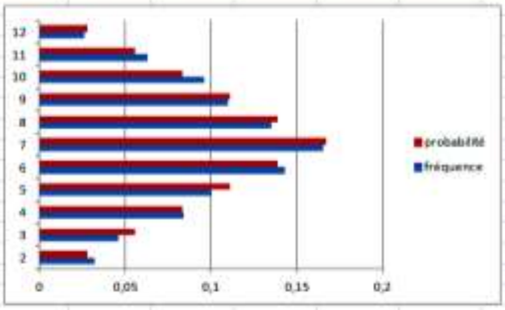
Éléments de réponse
La compréhension de la règle du jeu est aisée et cet exemple peut être le premier rencontré d'une distribution non équiprobable.
L'activité peut se dérouler durant une séance de classe : 5 à 10 minutes de présentation ; 20 minutes de travail en groupe et au moins 10 minutes de discussion en classe entière.
La durée d'une partie dépend des choix effectués et de leurs probabilités p de succès. Le temps d'attente d'un succès correspond à une loi géométrique de paramètre p dont l'espérance est $1/p$. Le temps moyen de 10 succès « somme égale à 7 » est donc de $10\times\frac{1}{\frac{6}{36}}$ = 60 lancers.
2. La discussion peut se faire sur la base des observations des fréquences de chaque somme.
La simulation, par exemple à l'aide d'un tableur, permet d'obtenir une distribution de fréquences sur un grand nombre de lancers.

B3 =ENT(6*ALEA()+1)

Course de la somme de deux dés

expérience	dé 1	dé 2	somme
1	3	5	8
2	5	6	11
3	4	6	10
4	1	2	3
5	2	4	6
6	1	4	5
7	4	6	10
8	1	1	2
9	5	6	11
10	4	5	9
11	4	4	8
12	2	4	6
13	5	3	8
14	3	2	5

somme	effectif	fréquence	probabilité
2	32	0,032	0,02777778
3	46	0,046	0,05555556
4	84	0,084	0,08333333
5	100	0,1	0,11111111
6	143	0,143	0,13888889
7	165	0,165	0,16666667
8	135	0,135	0,13888889
9	110	0,11	0,11111111
10	96	0,096	0,08333333
11	63	0,063	0,05555556
12	26	0,026	0,02777778
total	1000	1	1



3. La table fait apparaître la distribution théorique des probabilités (en divisant par 36) sous forme d'un diagramme en barres horizontal, que l'on pourra comparer avec l'analogue obtenu sur les fréquences observées sur les parties jouées en classe ou les simulations.

2	1 + 1					
3	1 + 2	2 + 1				
4	1 + 3	2 + 2	3 + 1			
5	1 + 4	2 + 3	3 + 3	4 + 1		
6	1 + 5	2 + 4	3 + 3	4 + 2	5 + 1	
7	1 + 6	2 + 5	3 + 4	4 + 3	5 + 2	6 + 1
8	2 + 6	3 + 5	4 + 4	5 + 3	6 + 2	
9	3 + 6	4 + 5	5 + 4	6 + 3		
10	4 + 6	5 + 6	6 + 4			
11	5 + 6	6 + 5				
12	6 + 6					

Des exemples d'activités praticables au niveau 3

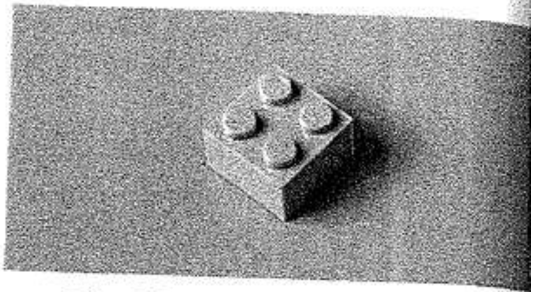
Le niveau 3 comporte des attendus de fin de cycle 4 à propos desquels une autonomie des élèves n'est visée qu'en classe de troisième : conception de simulations simples, avec le tableur ou le logiciel de programmation Scratch, réalisation ou interprétation d'un graphique montrant la stabilisation des fréquences d'un événement en fonction du nombre de répétitions indépendantes de l'expérience aléatoire. Certains éléments du niveau 3 ne seront des attendus qu'en classe de seconde : utilisation d'arbres simples, application de la règle de la somme ou du produit pour calculer des probabilités.

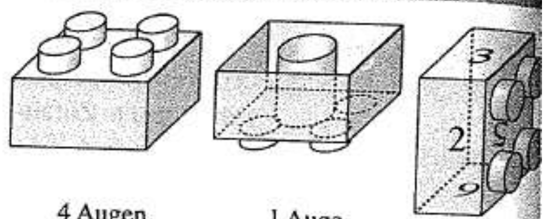
Expérimentation physique dans un manuel allemand (début de cycle 4 français)

Dans le manuel allemand suivant, en vigueur en classe de 7^{e} (équivalent de la 5^{e} française) dans le Land de Rhénanie-Westphalie, une activité d'introduction à l'estimation d'une probabilité par l'observation des fréquences est proposée en lançant des Legos de type 4 : la face du dessus est codée 4, celle de dessous 1, et les faces latérales 2, 3, 5 et 6.

4.2.2 Schätzen von Wahrscheinlichkeiten aus relativen Häufigkeiten – Prognose

Philine und Sebastian wollen Mensch-ärgere-dich-nicht spielen, doch leider ist nirgendwo ein Würfel auffindbar.
Sebastian schlägt vor: „Lass uns doch einen Lego-Vierer zum Würfeln nehmen. Die vier Nippel oben sind vier Augen, der Nippel unten ist ein Auge. Die Seitenflächen beschriften wir mit 2, 3, 5 und 6."
Doch Philine hat Bedenken: „Beim gewöhnlichen Würfel erscheint die Sechs in etwa genauso häufig wie die anderen Augenzahlen auch. Mit diesem sonderbaren Würfel erhält man bestimmt nicht so viele Sechsen."
Hier stimmt Sebastian zu. Doch haben beide verschiedene Vermutungen, welche Augenzahl am häufigsten erscheinen wird.





4 Augen 1 Auge

Philine:
„Am häufigsten werden wir Vieren würfeln, da die Unterseite des Steines am größten und sehr standsicher ist."

Sebastian:
„Beim Werfen wird es sehr viele Einsen geben, da der Stein oft auf den vier schweren Nippeln landet."

Philine schlägt zur Entscheidung vor: „Lass uns vor dem Spiel etliche Male würfeln und schauen, wie oft die einzelnen Augenzahlen erscheinen."

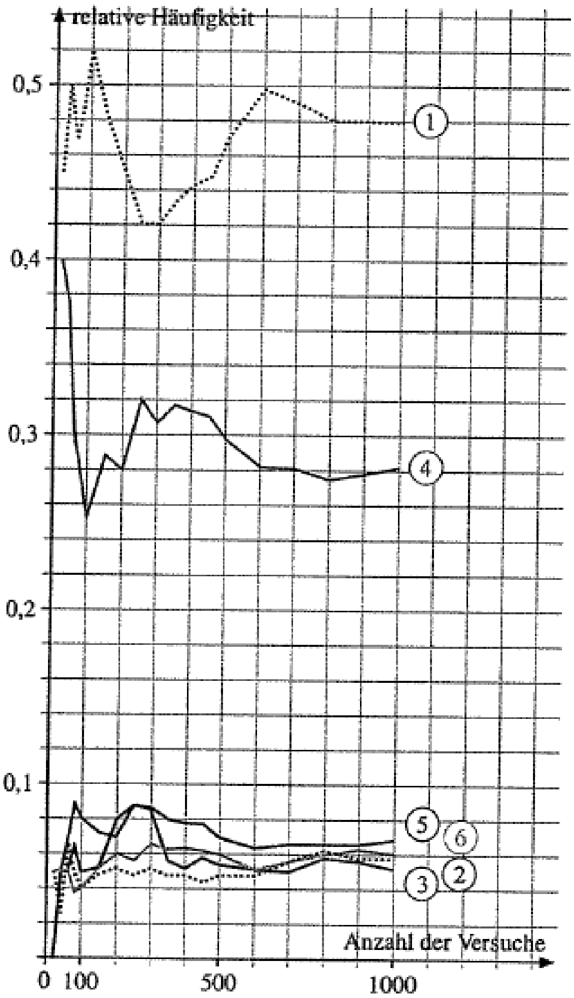
Ergebnisse des Entscheidungsversuchs:

Gesamtzahl der Würfe	Anzahl der Würfe mit Augenzahl					
	1	2	3	4	5	6
20	9	1	1	8	0	1
40	20	1	2	13	2	2
60	28	4	4	18	3	3
80	39	4	7	22	5	3
100	52	4	8	27	5	4
150	72	8	11	43	8	8
200	90	11	14	57	16	12
250	105	12	17	80	22	14
300	126	16	20	92	26	20
350	152	17	20	111	28	22
400	177	19	21	126	31	26
450	201	20	26	140	35	28
500	235	24	27	149	35	30
600	299	29	32	169	39	32
700	343	39	35	197	46	40
800	383	50	46	220	53	48
900	432	52	50	250	59	57
1000	478	58	52	282	69	61

Auswertung: Um die erhaltenen absoluten Häufigkeiten besser miteinander vergleichen zu können, berechnen Sebastian und Philine jeweils die relativen Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen. Damit zeichnen sie für jede Augenzahl den Graphen der Zuordnung
Anzahl der Würfe → relative Häufigkeit
(Bild rechts). Diesem Graphen entnehmen wir: Zu Beginn der Würfelserie treten noch große Schwankungen der relativen Häufigkeiten auf. Je öfter aber gewürfelt wird, desto weniger ändern sich die relativen Häufigkeiten:
Augenzahl 1 tritt am häufigsten auf in ungefähr 48% der Fälle, Augenzahl 4 in 28% der Fälle. Die übrigen Augenzahlen sind gleichberechtigt und treten alle in ungefähr 6% der Fälle auf.
Ein Mensch-ärgere-dich-nicht-Spiel mit diesem Lego-Vierer als Würfelersatz würde also im Mittel lange Wartezeiten auf die Sechs ergeben. Aber zu diesem Spiel ist es nun für Sebastian und Philine auch schon zu spät geworden…

Ergebnis: Sebastians Vermutung stimmt. Mit dem Lego-Vierer würfelt man am häufigsten Einsen.

Anregung: Wirf doch selber einmal mit einem Lego-Vierer und vergleiche deine Ergebnisse mit denen von Sebastian und Philine.

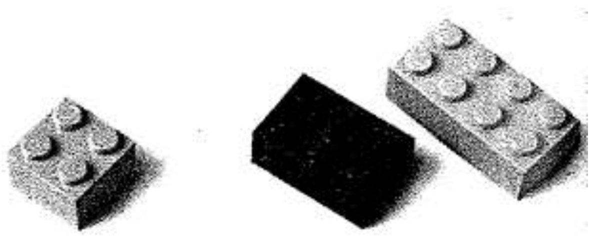


Des graphiques indiquant la fréquence de chaque face en fonction du nombre de lancers sont tracés. En exercice, on demande d’estimer les probabilités de sortie de chaque face des Legos de type 6 et 8.

Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnisse beim Werfen eines

a) Lego-Sechsers; **b)** Lego-Achters.

Schätze zuvor und vergleiche mit dem Lego-Vierer.



Un exercice analogue avec des capsules de bouteilles est proposé :

b) Bei einer Versuchsreihe mit einem Kronenkorken wurden folgende Ergebnisse erzielt:

Anzahl der Würfe	50	100	200
Ergebnis: *liegt auf dem Rücken*	31	57	118
Ergebnis: *liegt auf dem Rand*	19	43	82

Berechne die relativen Häufigkeiten der beiden Ergebnisse und bestimme näherungsweise die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis *liegt auf dem Rücken*.
Beurteile danach die Seitenwahl mit einem Kronenkorken.

Le camion pizza

La situation suivante est issue de la thèse de Gwendolyn ZIMMERMANN – *Students'reasoning about probability, simulations during instruction* – 2002.

Énoncé

On donne à Stan le problème suivant à résoudre.

> Un camion pizza a établi que 60 % de ses commandes par téléphone concernent des pizzas avec viande (bœuf, salami, etc.) et que les 40 % restant sont des pizzas sans viande (fromage, végétarienne, etc.). On suppose que les commandes sont indépendantes.
> Quelle est la probabilité que les deux prochaines pizzas commandées par téléphone soient toutes deux avec viande ?

Pour estimer cette probabilité, Stan utilise des boules de couleur. Il prend 6 boules rouges pour les pizzas avec viande et 4 boules vertes pour les pizzas sans viande. Il met les 10 boules dans un sac, le remue, prend au hasard une boule, note sa couleur et la remet dans le sac. Il effectue 50 fois l'expérience.

1. Pensez vous que les expériences de Stan lui permettront d'estimer la probabilité que les deux prochaines pizzas commandées sont avec viande ? Justifier.
Si vous ne pensez pas que les expériences de Stan fonctionnent, comment les modifieriez-vous pour estimer la probabilité que les deux prochaines pizzas commandées sont avec viande ?

2. On suppose que Stan a mené son expérience et obtenu les résultats suivants :

RRRVRRRVVVVRVRRVVVVRRRVRVRRVVVRRVVVRRVVRRRVVRVRVVR

Pouvez-vous utiliser ces résultats pour estimer la probabilité que les deux prochaines pizzas commandées sont avec viande ? Si la réponse est oui, effectuer les calculs et expliquez votre raisonnement. Si la réponse est non, expliquez pourquoi.

Prolongement possible

3. Reproduire la feuille de calcul suivante pour simuler 1 000 réalisations de l'expérience consistant à tirer au hasard et avec remise deux boules dans une urne contenant 6 boules rouges et 4 boules vertes. L'instruction simulant un tirage est =SI(ALEA()<0,6;"R";"V"). L'instruction entrée en D3 et recopiée vers le bas est =CONCATENER(B3;C3).

B3 f_x =SI(ALEA()<0,6;"R";"V")

	A	B	C	D
1	Camion pizza			
2	expérience	issue 1	issue 2	résultat
3	1	V	R	VR
4	2	V	V	VV
5	3	R	R	RR
6	4	R	R	RR
7	5	R	V	RV
8	6	R	V	RV

4. Utiliser la feuille de calcul pour estimer la probabilité que les deux prochaines pizzas commandées sont avec viande.

5. Quelle opération directe permet d'obtenir la probabilité recherchée avec les données « 60 % des pizzas sont avec viande, 40 % sont sans viande » ?

Éléments de réponse

1. On peut penser qu'il faudrait plutôt tirer deux boules avec remise.

2. On peut regrouper les observations deux par deux.

RR RV RR RV VV VR VR RV VV VR RR VR VR RV VV RR VV VR RV VR RR VV RV RV VR

On observe 5 résultats RR sur 25 couples d'où une fréquence de 0,2. On peut estimer que la probabilité cherchée est de l'ordre de 0,2. Mieux vaudrait cependant effectuer davantage d'expériences.

4. On utilise la fonction NB.SI du tableur.

G3 =NB.SI(D3:D1002;"RR")

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Camion pizza							
2	expérience	issue 1	issue 2	résultat			effectif	fréquence
3	1	R	R	RR		RR	371	0,371
4	2	R	R	RR				
5	3	V	R	VR				
6	4	R	V	RV				

5. $0,6 \times 0,6 = 0,36$.

Lancers francs

La situation suivante est issue de la thèse de Gwendolyn ZIMMERMANN – *Students'reasoning about probability, simulations during instruction* – 2002.

Énoncé

On demande à Laura de mettre en œuvre une simulation pour le problème suivant.

> Les statistiques de basket de Sandra montrent que lorsqu'elle est à la ligne de lancers francs, celle-ci réussit environ 70 % de ses lancers francs.
> Quelle est la probabilité que Sandra manque ses deux lancers francs ?

Pour estimer cette probabilité, Laura utilise des boules de couleur. Elle prend 7 boules rouges pour les lancers francs réussis et 3 boules bleues pour les lancers francs manqués. Elle met les 10 boules dans un sac, le remue, prend au hasard une boule, note sa couleur et la remet dans le sac. Elle effectue 50 fois l'expérience.

1. Pensez vous que les expériences de Laura lui permettront d'estimer la probabilité que les deux lancers francs soient manqués ? Justifier.

Si vous ne pensez pas que les expériences de Laura fonctionnent, comment les modifieriez-vous pour estimer la probabilité que les deux lancers francs soient manqués ?

2. On suppose que Laura a mené son expérience et obtenu les résultats suivants :

RBBBBRRBRBBBRRRRBBRBRRRRRRBBRBRRRBBRRRRRBBBRBRRBRR

Pouvez-vous utiliser ces résultats pour estimer la probabilité que les deux lancers francs soient manqués ? Si la réponse est oui, effectuer les calculs et expliquez votre raisonnement. Si la réponse est non, expliquez pourquoi.

Variation des petits échantillons et stabilisation des grands (fin de cycle 4)

Les questions suivantes demandent aux élèves de comparer des probabilités. Leurs réponses a priori peuvent permettre de détecter des biais de conception concernant la loi des grands nombres.

Dans un second temps, l'observation de simulations permet de connaître la bonne réponse à chaque question.

Énoncé

On lance une pièce supposée équilibrée. Pour chacune des questions suivantes, les deux événements ont-ils la même probabilité ou lequel est le plus probable ? Donnez vos raisons.

a) « Obtenir exactement 5 faces quand on lance la pièce 10 fois » ou « obtenir exactement 500 faces quand on lance la pièce 1 000 fois » ?
b) « Obtenir 4, 5 ou 6 faces quand on lance la pièce 10 fois » ou « obtenir 499, 500 ou 501 faces quand on lance la pièce 1 000 fois » ?
c) « Obtenir 4, 5 ou 6 faces quand on lance la pièce 10 fois » ou « obtenir entre 400 et 600 faces quand on lance la pièce 1 000 fois » ?

Éléments de réponse

a) L'événement le plus probable est : « obtenir exactement 5 faces quand on lance la pièce 10 fois ».
b) L'événement le plus probable est : « obtenir 4, 5 ou 6 faces quand on lance la pièce 10 fois ».
c) L'événement le plus probable est : « obtenir entre 400 et 600 faces quand on lance la pièce 1 000 fois ».
Exemple de simulation à l'appui des affirmations précédentes (échantillon de taille 1 000).

EPX5 fx =EPV5+SI(SOMME(EPW4:EPW13)=5;1;0)

	A	B	C	D	EPU	EPV	EPW	EPX
1	Pile ou face							
2	simulation	no 1	simulation	no 2	simulation	no 999	simulation	no 1000
3	pile ou face		pile ou face		pile ou face		pile ou face	
4	0	événement a 1)	1	événement a 1)	1	événement a 1)	1	événement a 1)
5	1	1	1	1	1	435	1	435
6	1	événement a 2)	0	événement a 2)	1	événement a 2)	1	événement a 2)
7	0	0	1	0	0	51	1	51
8	1	événement b 1)	1	événement b 1)	1	événement b 1)	0	événement b 1)
9	0	1	1	1	0	1227	1	1227
10	0	événement b 2)	1	événement b 2)	1	événement b 2)	1	événement b 2)
11	1	0	0	0	1	157	0	157
12	1	événement c 1)	1	événement c 1)	1	événement c 1)	1	événement c 1)
13	0	1	1	1	0	1227	1	1227
14	0	événement c 2)	0	événement c 2)	1	événement c 2)	0	événement c 2)
15	0	1	0	2	1	1909	0	1910
16	1		0		1		0	
17	0		0		1		1	

Les élèves qui surestiment la prédictibilité d'un événement individuel et ceux qui ont une mauvaise conception de la variabilité sur un petit échantillon et de la stabilisation sur un grand échantillon répondront mal à la question a).
Les questions b) et c) peuvent permettre d'identifier les élèves qui apprécient mal l'importance des fréquences des issues par rapport à leur effectif (3 issues sur 11 pour le nombre de faces sur 10 lancers et 3 issues sur 1 001 pour le nombre de faces sur 1 000 lancers).
Les élèves peuvent répondre mal à la question b) s'ils savent qu'il y a une stabilisation à long terme vers 0,5 (la moitié des lancers à peu près sont des faces) mais raisonnent dans l'absolu et non en relatif : variabilité plus faible pour 1 000 lancers mais très petit nombre relatif d'issues concernées.

Une réponse correcte à la question c) peut montrer que l'élève sait que bien que les fréquences des issues concernées soient analogues le nombre de face est plus proche de la moitié lorsqu'il y a un grand nombre de lancers.

Conclusion

Durant l'année scolaire 2016/2017, certains professeurs de mathématiques, membres du groupe de réflexion académique sur l'enseignement des mathématiques au cycle 4, ont expérimenté différentes approches possibles des probabilités, permises par les nouveaux programmes. On trouve le compte rendu de leur travail dans les pages qui suivent et on y voit, sur le terrain, la mise en œuvre des deux principes fondamentaux que sont, d'une part, la prise en compte des a priori des élèves puis, d'autre part, l'appui sur une double démarche, empirique, avec des expériences et des simulations, et théorique, avec une mise en place progressive de définitions et de principes de calcul.

Bibliographie

[1] BLEIN Christelle, PINET Isabelle – Entre hasard et déterminisme : un jeu de dé pour apprendre l'aléatoire en cycle 3 – www.statistix.fr – 2007.
[2] Bulletin officiel de l'Éducation nationale – *Programmes pour le cycle 4* – BO spécial n° 11 du 26 novembre 2015.
[3] IREM de Paris-Diderot – *Journée « Maths Monde » consacrée aux probabilités* – http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/calendrier/27_mai_2009_journee_euromaths/
[4] JONES Graham, THORNTON Carol – *An overview of research into the teaching and learning of probability* – 2005.
[5] STEINBRING Heinz – *The theoretical nature of probability in the classroom* – 1991.
[6] VERDIER Jacques – *Le hasard au collège* – Bulletin APMEP n° 484 – 2009.
[7] ZIMMERMANN Gwendolyn – *Students'reasoning about probability, simulations during instruction* – 2002.

DÉCOUVRIR LES PROBABILITÉS EN CINQUIÈME

Aurélie ARNOULD
Collège Jean Lurçat 94 Villejuif

Fabienne GLEBA
Collège De Lattre 94 Le Perreux-sur-Marne

Valérie HERNANDEZ
Collège du Montois 77 Donnemarie-Dontilly

Connaître les a priori des élèves - questionnaires

Objectif 1 : connaitre les a priori qu'ont les élèves sur les probabilités dans des situations connues (lancer de dés, de pièce de monnaie, tirage de boules).
Nous avons fait passer le questionnaire dans toutes les classes de 5e (au total 89 élèves) et nous avons récolté les résultats qui se trouvent dans un fichier Excel.

Voici quelques exemples de réponses d'élèves.

Lancer de dés

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : **un 2 ou un 6 ?**
Pourquoi ?
Ça dépend comment une personne lance un dé.

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : **un 2 ou un 6 ?**
Pourquoi ?
ci on prend le dé du côté 2 sa va tombé sur le 2 ~~et~~ pareille pour le 6.

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : **un 2 ou un 6 ?**
Pourquoi ?
2 car ces un petit chiffre

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : **un 2 ou un 6 ?**
Pourquoi ? Aucun des 2 car c'est complètement aléatoire.

Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : **un 2 ou un 6 ?**
Pourquoi ? ~~Un~~ Aucun, je pense que les probalitées sont les mêmes.

Voici un retour d'expérience sur cette même question, dans une autre classe de 5ème.
Q1. En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ?
Bilan des réponses :

– 13 élèves soit près de la moitié de la classe répondent « je ne sais pas » car « c'est le/du hasard », « ce n'est pas nous qui allons choisir », « ça dépend du lancer » ;
– 8 élèves (soit environ 29 %) répondent « le 2 car c'est un plus petit nombre », « la face du 2 est plus lourde que celle du 6 car il y a moins de petits trous », « le 2 est sur le côté du dé », « moi je n'arrive pas trop à avoir des 6 », « car la face du 2 est plus légère » ;

– 3 élèves (soit environ 11 %) répondent « le 6 car il y a plus de trous donc la face est plus légère », « je fais souvent des 6 » ;
– 3 élèves (soit environ 11 %) répondent aucun des deux car « il y a la même probabilité pour chacun », « il y autant de chance que ça tombe sur 2 que sur 6 », « c'est le hasard qui fait les choses » ;
– une élève fonde sa réponse sur la nature du dé : « s'il est vide (c'est le 2), s'il est rempli (c'est le 6) ».

Lorsque j'ai relevé le questionnaire, les élèves ont tout de suite réclamé les réponses et discuté ! La première question a suscité un tel débat dans la classe que nous n'avons pas eu le temps de traiter les autres questions. Quand je leur ai donné la réponse, beaucoup m'ont demandé si on pouvait le prouver ! Je leur ai montré une simulation de lancers d'un dé faite sur tableur sans plus entrer dans les détails.

Pile ou face

Q2. On lance quatre fois une pièce de 1 € et on note la suite des « pile » (P) ou « face » (F). **Quel est le plus probable, obtenir PPPP ou obtenir PFFP ?**
Je n'en sais rien il faudrait le refaire pour

Q2. On lance quatre fois une pièce de 1 € et on note la suite des « pile » (P) ou « face » (F). **Quel est le plus probable, obtenir PPPP ou obtenir PFFP ?** PFFP car ~~ce m~~ c'est rare de tomber plusieurs fois du même côté.

Q2. On lance quatre fois une pièce de 1 € et on note la suite des « pile » (P) ou « face » (F). **Quel est le plus probable, obtenir PPPP ou obtenir PFFP ?**
PFFP car c'est beaucoup plus dur d'avoir 4 fois P.

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?**
Se sera FACE car ont faient Face - pile - face - pile - face . Jusqu'à arriver à 5.

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?** ~~Pile~~ Face . On fait 5 x 1 =
5 -> correspond à face

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?**
ca sera Pile car il a déja fait 5 fois de suite Face avec le stress il pourra pas faire un autre fait.

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?** [redacted] On peut pas s'avoir
Car y a 1 chonses sur 2

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?**
les personnes ne peut pas prévoir quelque chose à part si c'est de la triche

Q5. Jean a lancé une pièce de monnaie, et a obtenu 5 fois de suite FACE. Vous voulez la relancer ; **pouvez-vous prévoir si ce sera PILE ou FACE ? Pourquoi ?**
Non. Car on ne connait pas le destin.

Tirage dans une urne

Q4. Dans une boîte il y a trois boules noires et six boules blanches. Dans une autre, il y a sept boules noires et quatorze boules blanches. On prend au hasard une boule dans l'une des boîtes. **Dans quelle boîte a-t-on le plus de chances d'avoir une boule noire ?**

DANS La 1er car il y a moin de boule Blanche.

Q4. Dans une boîte il y a trois boules noires et six boules blanches. Dans une autre, il y a sept boules noires et quatorze boules blanches. On prend au hasard une boule dans l'une des boîtes. **Dans quelle boîte a-t-on le plus de chances d'avoir une boule noire ?**

6÷3=2 on ne peut pas savoir car le quotient et le même pour
14÷7=2 les deux boites.

Q4. Dans une boîte il y a trois boules noires et six boules blanches. Dans une autre, il y a sept boules noires et quatorze boules blanches. On prend au hasard une boule dans l'une des boîtes. **Dans quelle boîte a-t-on le plus de chances d'avoir une boule noire ?** On a plus de chance de tomber sur une boule noir dans la boite qui contient 7 boules noirs car vu qu'il y en a plus on a plus de chance.

Q4. Dans une boîte il y a trois boules noires et six boules blanches. Dans une autre, il y a sept boules noires et quatorze boules blanches. On prend au hasard une boule dans l'une des boîtes. **Dans quelle boîte a-t-on le plus de chances d'avoir une boule noire ?**

Dans les deux car on ~~a~~ ~~ajoute~~ à le même pourcentage d'attraper les différentes boules.

Ce qui est intéressant à noter c'est que les élèves cherchent des arguments pour motiver leurs réponses. Même s'ils ne sont pas toujours justes et recevables, cela permet de débattre plus facilement.

Il s'est alors engagé une discussion au travers de ces questions et les élèves attendaient vraiment des réponses. On a donc échangé autour des termes « hasard », « aléatoire » et « équitable ». Un élève m'a dit « tous les jeux sont équitables Madame, enfin non pas le loto, ça c'est de l'arnaque ». Afin de lui prouver le contraire, je leur ai proposé de faire le « jeu des sommes et des produits » détaillé un peu plus loin.

Une activité d'introduction analogue

Voici une variante à l'activité précédente, que j'ai testée cette année en 4ème , également en guise d'introduction aux probabilités.

Répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse.

a. On lance neuf fois de suite une pièce de monnaie et l'on obtient :

P F F P F F P F F

où P désigne le côté pile et F le côté face de la pièce.
Si l'on relance une fois de plus cette pièce, que va-t-on obtenir ?

Pile Face

b. En lançant un dé, quel nombre obtient-on le plus facilement ?

c. On lance un dé cubique six fois de suite. Quel est le plus probable : obtenir 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 1 ou six fois de suite la face numérotée 6 ?

d. Dans une urne, il y a trois boules rouges et quatre boules bleues. Dans une seconde urne, il y a neuf boules rouges et douze boules bleues. Dans quelle urne a-t-on le plus de chances de piocher une boule rouge ?

e. Pour pouvoir commencer à jouer au jeu des petits chevaux, il faut obtenir un total de six. A-t-on plus de chances de commencer en lançant un dé ou deux dés ?

Les représentations initiales des élèves sont interrogées et des débats sont suscités.
Les élèves ont été très intéressés par ce type d'activités et sont « rentrés » très facilement dans l'activité. En circulant, je constatais leur empressement à découvrir rapidement les questions et à y répondre, mais sans trop justifier. Je suis donc intervenue pour leur redonner la consigne de justifier le plus précisément possible les réponses données.

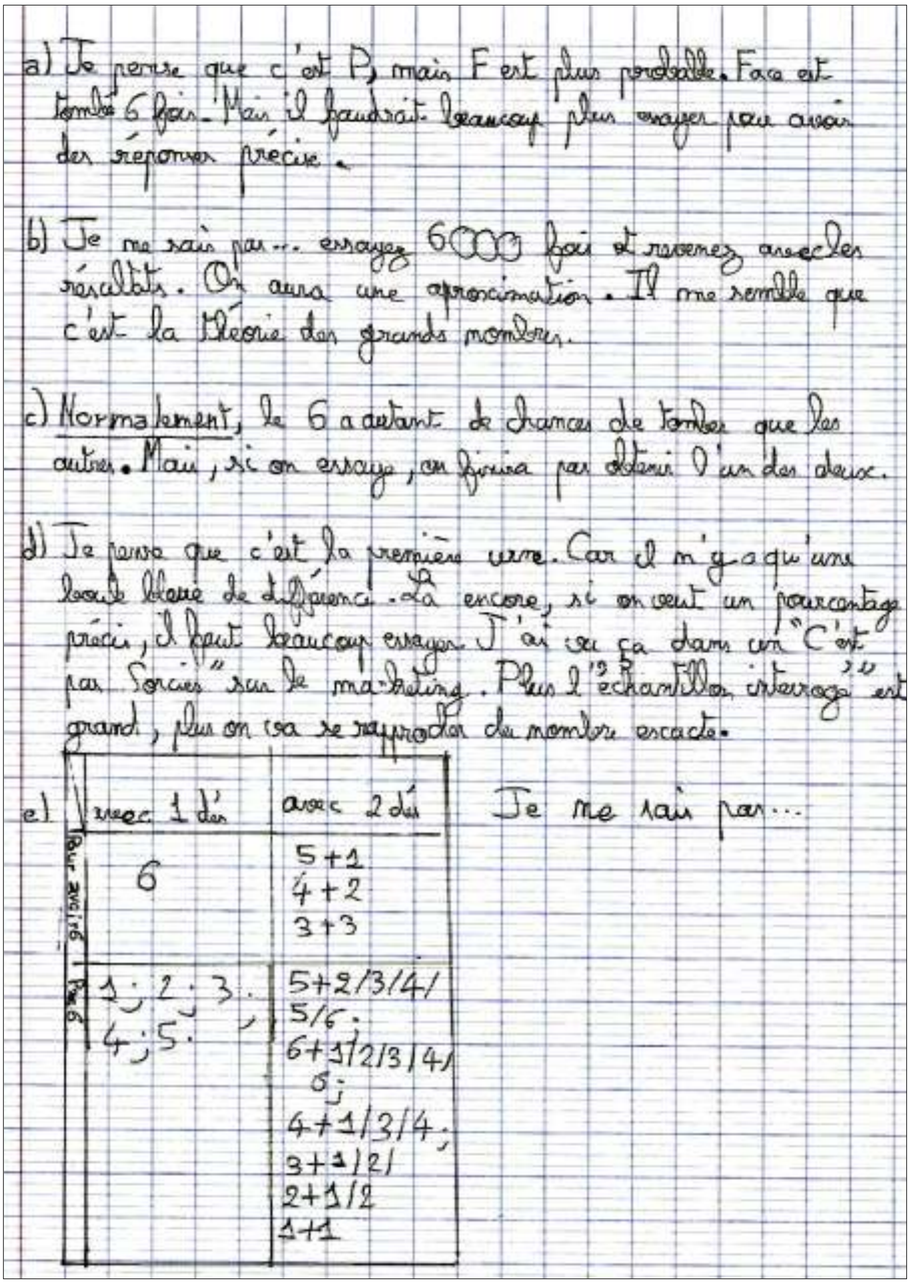
Lien avec les domaines prépondérants du socle :
Domaines 1 et 3 grâce aux débats menés et à l'utilisation orale de la langue française.
Domaine 4 grâce à la modélisation et au raisonnement mis en place pour justifier les réponses données.

Durée de l'activité: 30 minutes.

Voici quelques exemples de copies d'élèves.

Copie 1

(L'élève en question fait référence à la loi des grands nombres pour justifier ses réponses.)



a) Je pense que c'est P, mais F est plus probable. Face est tombé 6 fois. Mais il faudrait beaucoup plus essayer pour avoir des réponses précise.

b) Je ne sais pas... essayez 6000 fois et revenez avec les résultats. On aura une aproximation. Il me semble que c'est la théorie des grands nombres.

c) Normalement, le 6 a autant de chances de tomber que les autres. Mais, si on essaye, on finira par obtenir l'un des deux.

d) Je pense que c'est la première urne. Car il n'y a qu'une boule blanche de différence. Là encore, si on veut un pourcentage précis, il faut beaucoup essayer. J'ai vu ça dans un "C'est pas Sorcier" sur le marketing. Plus l'échantillon interrogé est grand, plus on va se rapprocher du nombre exacte.

e)

	avec 1 dé	avec 2 dés
Pour avoir 6	6	5+1 4+2 3+3
Pas 6	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5.	5+2/3/4/5/6 ; 6+1/2/3/4/6 ; 4+1/3/4 ; 3+1/2/ 2+1/2 1+1

Je ne sais pas...

Copie 2

On ne peut pas savoir sans avoir les données (listéedans ma réponse)

c) Il faudrais avoir les données dont j'ai parlé dans le petit (b) pour pour faire des calculs et obtenir la réponse. Mais pour obtenir 6 fojx le nombre 6 il faudrait reprendre le dé dans la même position de départ, avoir le même nombre de tours, dans le même, six foix de suite pour obtenir le nombre 6 six foix. Il serais donc plus probable d'arriver a avoir les nombres 1; 2; 2; 3; 3; 1.

d) Dans les 2 car $3 \times 3 = 9$
$4 \times 3 = 12$
Il y a autant de chance dans l'une que dans l'autre

e) Avec 2 dés car avec 1 dé ont a 1 chance sur 6 alors qu'avec 2 dés ont ont à 2×1 chance sur 6 puisque ce n'est pas 1 dé à 12 face. On jete 2 dés donc il ya un 6 sur chaque dés. Si on les lance ensemble ils vont s'entrechoquer et ne pas faire le même nombre de tours à la même vitesse

Copie 3

a) Dans la logique, ça serai F mais il y a 50% de chance que ce soit P et 50% de chance que ce soit F

b) tous ont $\frac{1}{6}$ de chance d'apparaître dans un lancé de dés (16,667%)

c) la suite de 1-2-2-3-3-1 ne parait plus probable car ~~ce~~ c'est des nombres différents (contrairement aux six 6)

d) aucune car ~~il y a~~ (3 rouges x 3 => 9 et 4 bleues x 3 => 12,...) il y a autant de chance pour les deux

e) 2 dés car on a 2x plus de chance

Copie 4

a. On va probablement obtenir le côté pile de la pièce c'est ce qui se passait avant.

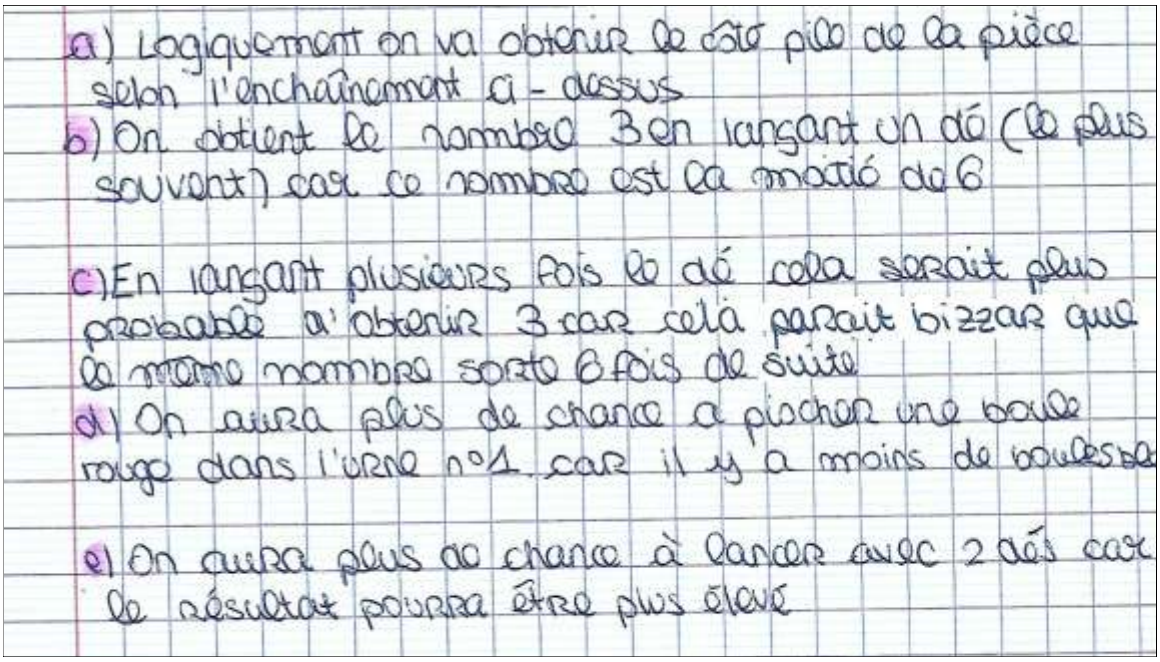
b.

c. On peux plus probablement obtenir : 1;2;2;3;3;1 car il a plusieurs numéro.

d. On a plus de chance de tomber sur une boule rouge dans l'urne n°1 car il y a moins d'écart entre les boules rouges et bleues

e. On a plus de chance de lancer deux dés car il aura 2 fois plus de chance.

Copie 5


a) Logiquement on va obtenir le côté pile de la pièce selon l'enchaînement ci-dessus
b) On obtient le nombre 3 en lançant un dé (le plus souvent) car ce nombre est la moitié de 6

c) En lançant plusieurs fois le dé cela serait plus probable d'obtenir 3 car cela parait bizzar que le même nombre sorte 6 fois de suite
d) On aura plus de chance a piocher une boule rouge dans l'urne n°1 car il y a moins de boules

e) On aura plus de chance à lancer avec 2 dés car le résultat pourra être plus élevé

Jeu des produits et des sommes

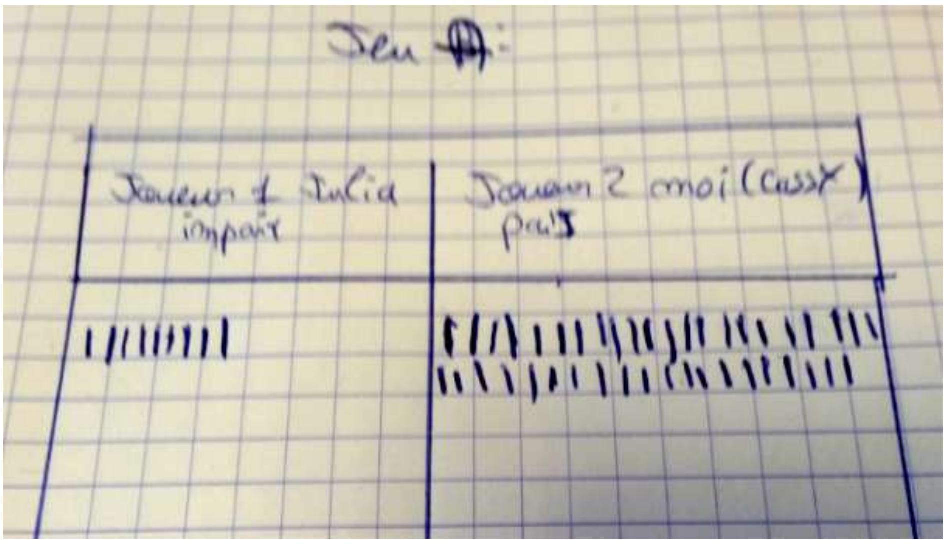
À l'issue de ce questionnaire d'introduction, nous avons toutes les trois testé le « jeu des produits et des sommes » dans nos classes de 5e ou de 4e.

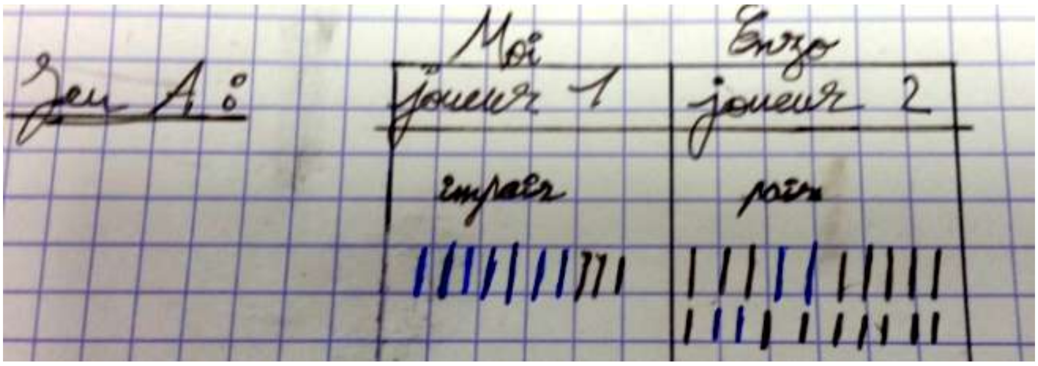
Enoncé de l'activité proposée aux élèves :

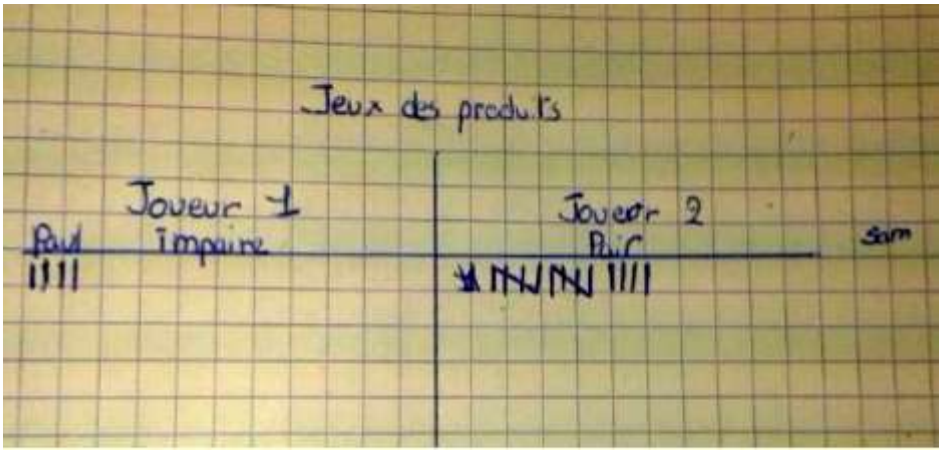
Hasard, vous avez dit hasard ?
On considère deux jeux de hasard et on se demande s'ils sont équitables ou non.
Jeu A : « jeu des produits »
À chaque partie, on lance deux dés et on multiplie les nombres obtenus. Le joueur 1 gagne si le produit est impair. Le joueur 2 gagne si le produit est pair. On te propose de jouer au « jeu des produits ». Choisis-tu d'être le joueur 1 ou bien le joueur 2 ?
Jeu B : « jeu des sommes ».
À chaque partie, on lance deux dés et on additionne les nombres obtenus. Le joueur 1 gagne si la somme est impaire. Le joueur 2 gagne si la somme est paire. On te propose de jouer au « jeu des sommes ». Choisis-tu d'être le joueur 1 ou bien le joueur 2 ?

Avant de jouer, j'ai demandé aux élèves ce qu'ils en pensaient et ils m'ont répondu à l'unanimité « c'est pareil Madame, on peut choisir le joueur 1 ou le joueur 2 ! ». Je maintenais que non (sans leur donner d'explication) mais ils ne semblaient pas convaincus. Ils se sont alors mis par binômes et ont commencé à jouer. Ils ont effectué des lancers pendant une dizaine de minutes. Voici quelques exemples de cahiers d'élèves.

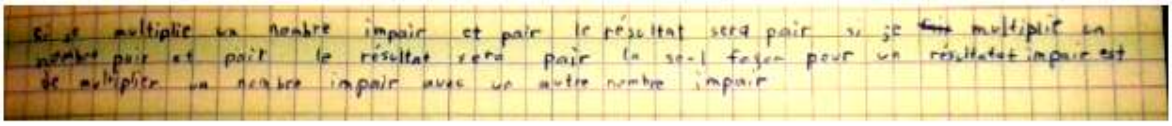
Jeu des produits



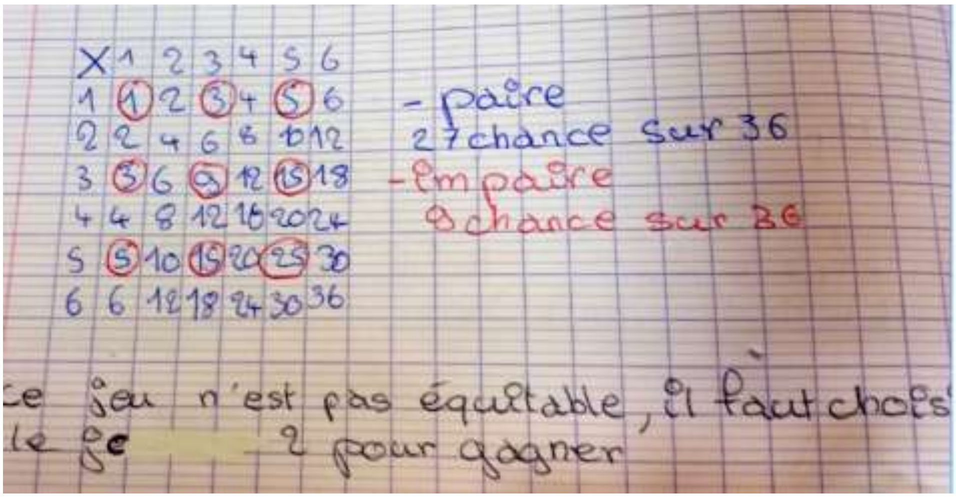




Puis un élève s’est énervé en s’exclamant « c’est de la carotte votre jeu Madame, je gagne jamais ! » (jeu des produits, joueur 1). Les élèves jouant au jeu des produits ont confirmé que c’était vrai : « les joueurs 1 ne gagnent jamais ». Ils ont alors émis l’hypothèse que le jeu n’était pas « juste » ; ce sur quoi l’un d’entre eux a ajouté que c’était normal et a expliqué son raisonnement aux autres :
« Si je multiplie un nombre impair et pair le résultat sera pair, si je multiplie un nombre pair et pair le résultat sera pair. La seule façon pour un résultat impair est de multiplier un nombre impair avec un nombre impair. »

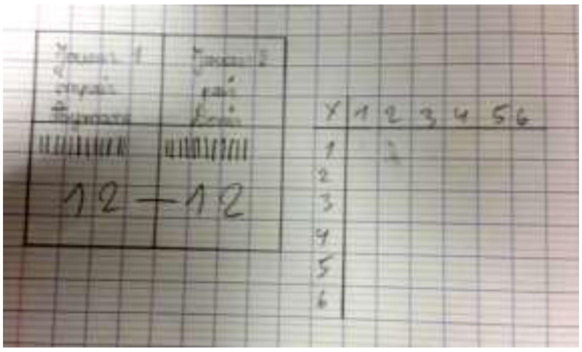


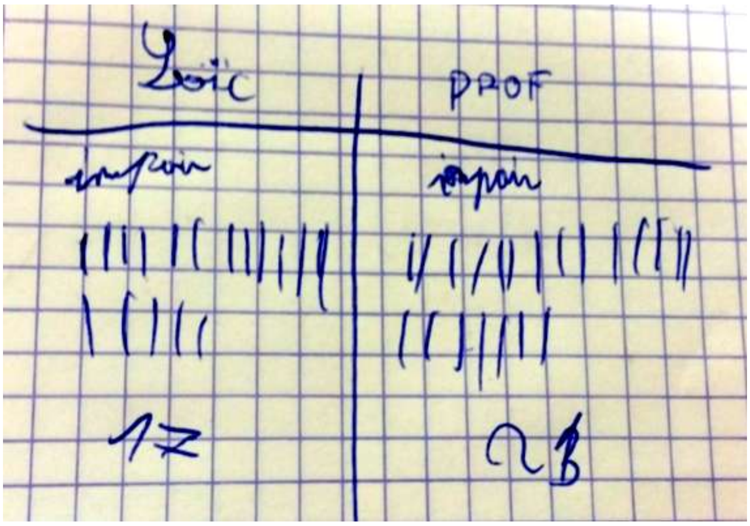
On a fini de convaincre tout le monde en élaborant un tableau.



Jeu des sommes

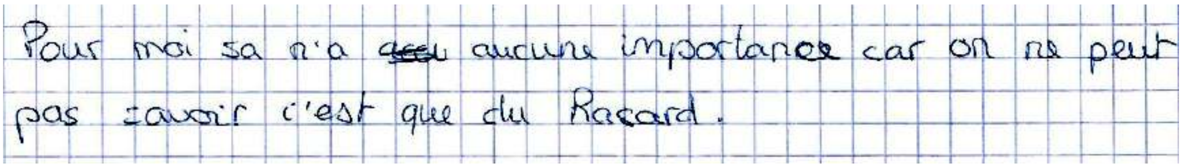
La discussion a été plus rapide pour le jeu des sommes étant donné qu'il y avait des joueurs 1 et des joueurs 2 qui avaient gagné. Puis après avoir fait le tableau des sommes, il a été assez facile de conclure que le jeu des sommes était équitable.



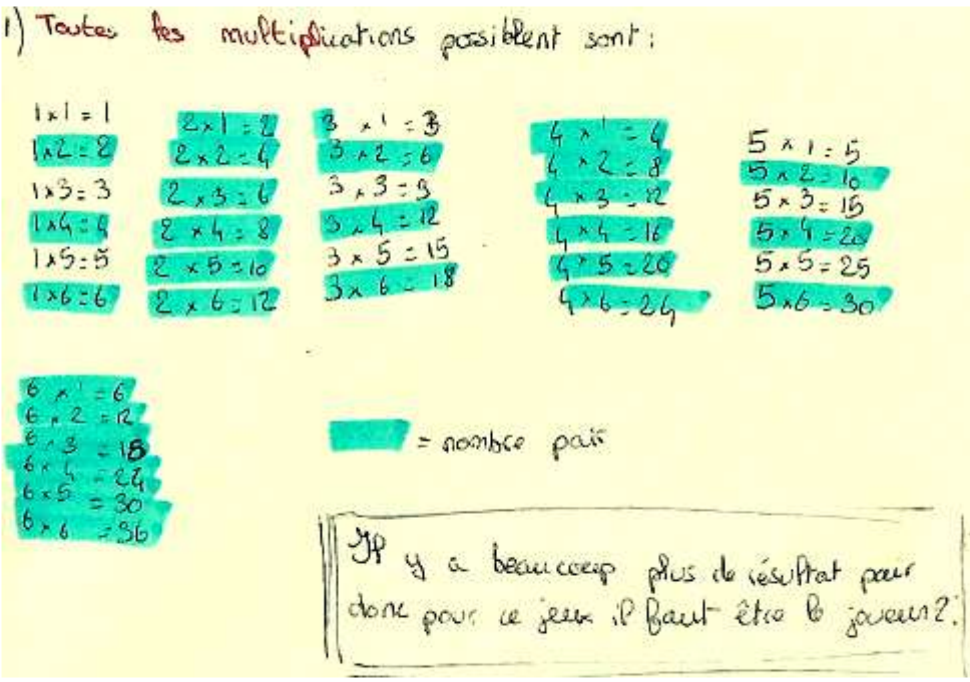


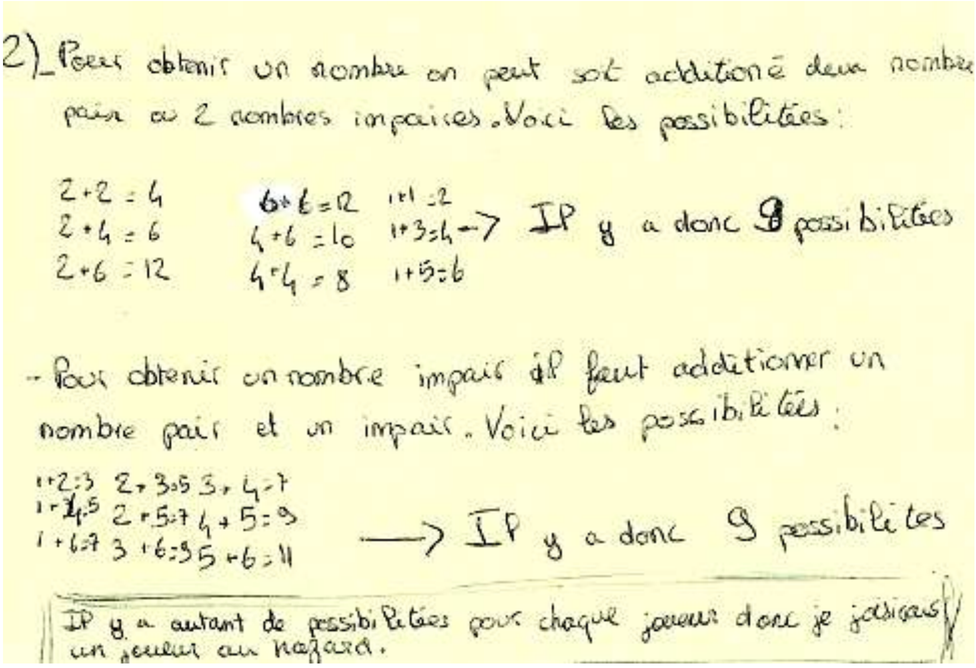
Retour d'expérience dans une autre classe de cinquième de 28 élèves, hétérogène

Une fois l'énoncé lu en classe et le mot « équitable » expliqué par des élèves, les élèves ont travaillé par binôme sur cette activité. Ils avaient 30 minutes pour répondre aux deux questions, en justifiant leurs réponses, sur une feuille qui serait ramassée (mais non notée). Deux groupes ont fini au bout de quelques minutes, voici ce qu'ils ont rédigé :



J'ai incité les élèves de ce binôme à utiliser les dés (qu'il fallait ramener pour cette séance et comme avait fait la plupart de leurs camarades) pour en être bien sûr.
Un autre binôme n'a pas utilisé les dés, mais a tout de suite pensé à établir les possibilités des résultats dans le cas du produit et de la somme des deux nombres et à comparer le nombre de résultats pairs et le nombre de résultats impairs.





2)_ Pour obtenir un nombre on peut soit additioné deux nombre pair ou 2 nombres impaires. Voici les possibilitées :

2+2=4 6+6=12 1+1=2
2+4=6 4+6=10 1+3=4 → Il y a donc 9 possibilitées
2+6=12 4+4=8 1+5=6

- Pour obtenir un nombre impair il faut additionner un nombre pair et un impair. Voici les possibilitées :

1+2=3 2+3=5 3+4=7
1+4=5 2+5=7 4+5=9
1+6=7 3+6=9 5+6=11 → Il y a donc 9 possibilites

Il y a autant de possibilitées pour chaque joueur donc je choisirais un joueur au hazard.

Les autres binômes ont utilisé les dés avec un vrai plaisir ! Les échanges étaient parfois vifs, certains mécontents de ne pas assez gagner.
Voici quelques extraits de copies pour le jeu des produits (jeu A) :

A: jeu des produits: joueur 1 | joueur 2
0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 | 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1
4 16

c'est les paires qui sont toujours gagant avec les totaux

Une autre copie :

1 18 (6×3) P 13 4×3=12 P
2 12 (6×2) P 14 2×5=10 P
3 2 (2×1) P 15 2×3=6 P
4 15 (3×5) I 16 6×1=6 P
5 30 (6×5) P 17 3×3=9 I
6 10 (5×2) P 18 1×2=2 P
7 20 (4×5) P 19 4×1=4 P
8 6 (2×3) P 20 4×5=20 P
9 5 (5×1) I 21 6×3=18 P
10 30 (5×6) P 22 2×4=8 P
11 18 (6×3) P 23 2×4=8 P
12 9 (3×3) I 24 : 5×2=10 P

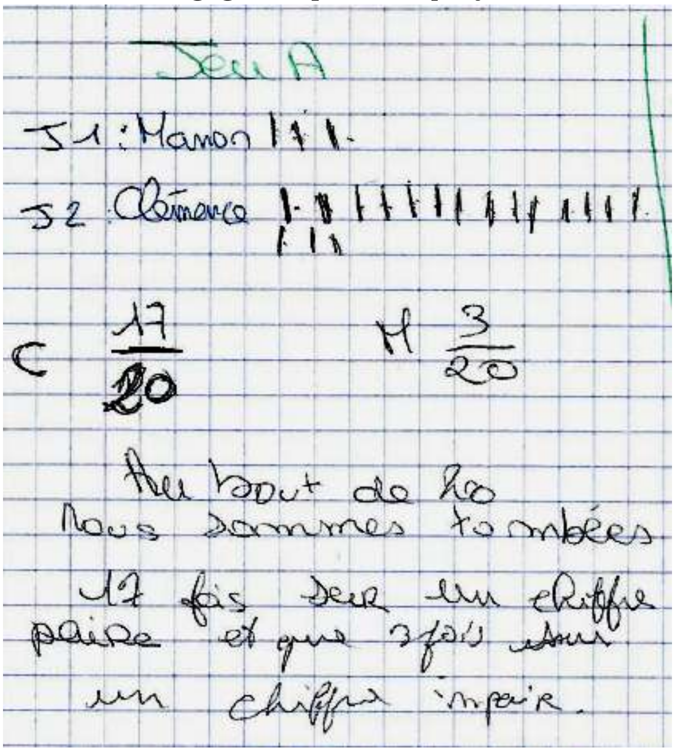
U: Je choisis d'être le joueur 1
E: Je choisis d'être le joueur 2.

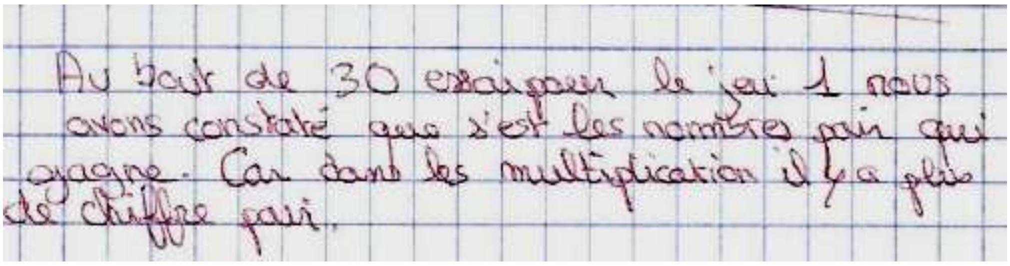
Le joueur 1 a perdu. Le joueur 2 a gagné.

On préfère être le joueur

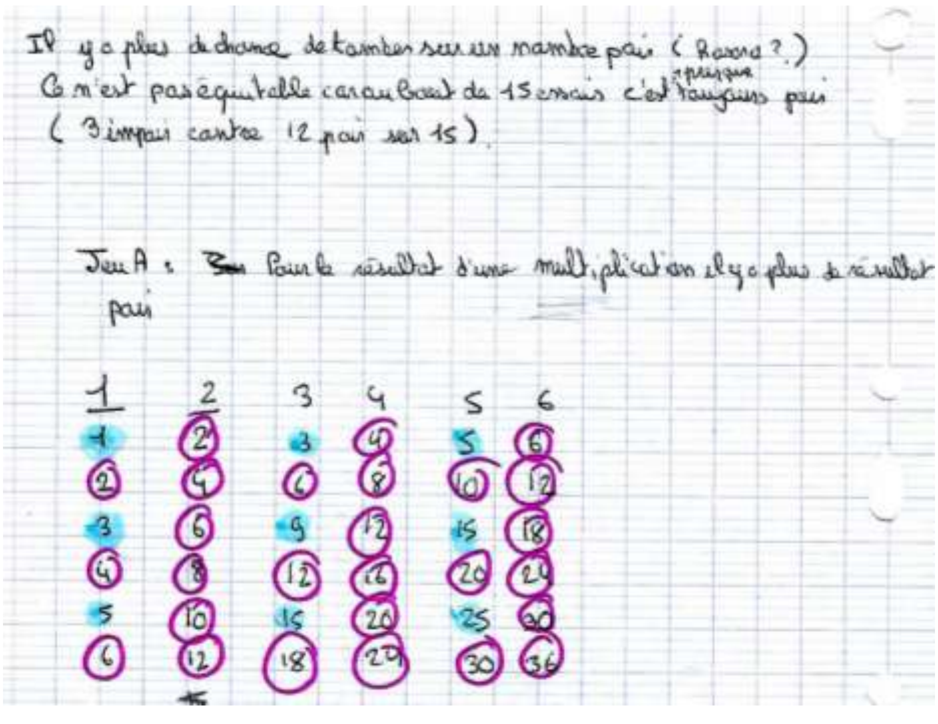
il y a plus de chance de tomber sur un nombre, le jeu est pas équitable au bout de 6 pair et au bout de 24 aussi (4 impair, 20 pair).

Une autre copie dans laquelle les élèves ont exprimé leur chance de gagner par la fréquence des lancers gagnants pour chaque joueur :





La justification est succincte.
Des extraits des copies avec des justifications :



Dans la table de 4, de 2 et de 6 il y a que des nombres pair et dans la table de 1, 3 et 5 il y a autant de nombre pair que de nombres impair (3 nombres impair et 3 pair)

Pair : 3, 3, 3 6 66 = 27 / 36

Impair : 3 33 000 = 9 / 36

Donc c'est pas équitable il vaut mieux être le joueur 2. Il y a plus de nombres pair.
C'est pas du hasard.
que
Je choisis d'être le joueur 2.

Ce binôme, après avoir expérimenté le jeu avec des dés, a fait un tableau de multiplications, a entouré de deux couleurs différentes les nombres pairs et impairs, les a comptés. Puis il a écrit une proportion des résultats pairs et des résultats impairs possibles.

Nous choisissons d'être le joueur 2 car souvent

impaire * pair = pair
(5) (2) 10

impaire × impaire = impair
(1) (3) (3)

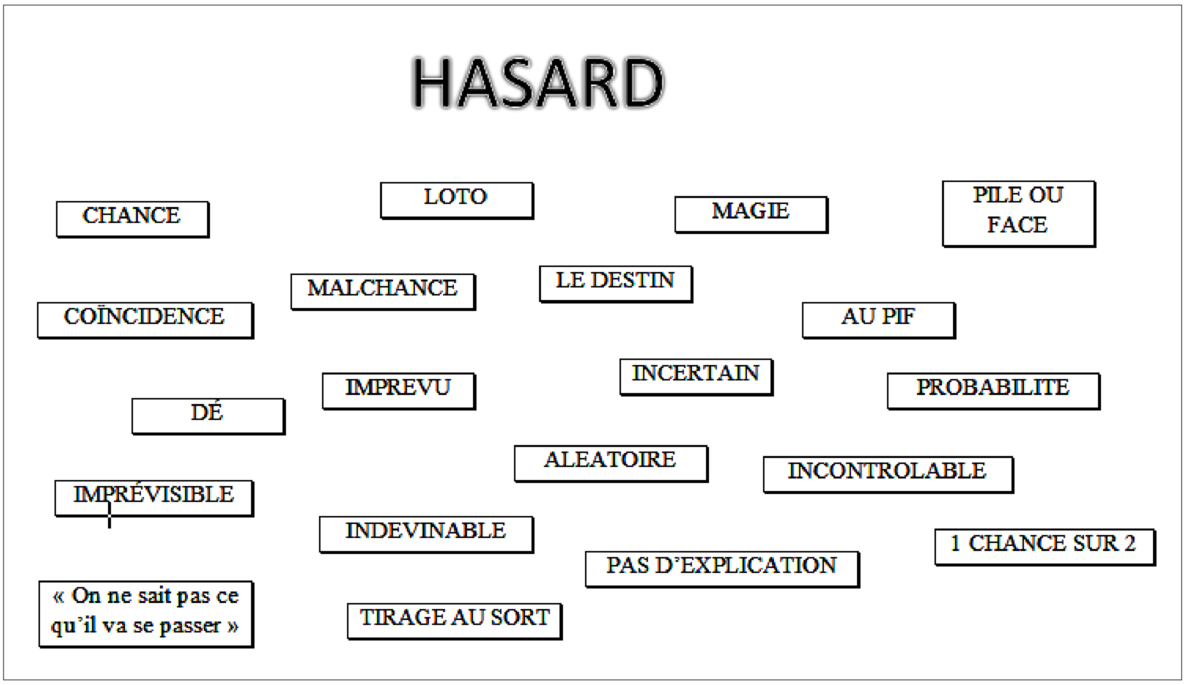
paire × pair = pair
(6) (2) (12)

On peut remarquer le « souvent », les élèves l'ont constaté sur des exemples, mais ne sont pas sûrs que cela soit toujours vrai (cet extrait de copies a été l'occasion d'un travail plus tard dans l'année).

En fin de séance, un retour collectif a été fait à l'oral et une élève est venue présenter le tableau des multiplications de son binôme. L'ensemble des élèves a été convaincu que le jeu A des produits n'était pas équitable et qu'il était préférable d'être le joueur 2. Les remarques des élèves ont été : qu'il y avait tout de même du hasard et que l'on pouvait quand même gagner à ce jeu en choisissant les résultats impairs ; certains se sont demandés s'il y avait un nombre de fois à jouer pour être sûr de gagner.
Pour la séance suivante, les élèves avaient à faire le tableau de la somme de deux nombres (sur le même modèle que celui présenté en classe) et conclure sur le jeu B.
Les élèves ont beaucoup apprécié cette activité, ludique d'une part mais aussi parce qu'elle a fait évoluer leur façon de penser.

Une activité autour du mot « hasard »

Face à l'apparition récurrente sur les questionnaires et lors des discussions en classe du mot « hasard » (« Madame, c'est le hasard ! ça ne sert à rien d'en parler »), j'ai demandé aux élèves d'écrire sur une feuille un mot qu'ils associaient au mot « hasard ». J'ai ramassé les feuilles.
La séance suivante, j'avais préparé un tableau récapitulatif de leurs réponses.
Un exemple de tableau dans une classe :



Nous avons discuté autour de ces mots, de leurs significations pour certains puis autour de deux questions : les garde-t-on ? les barre-t-on ?
Le débat a été très fructueux, une grande majorité des élèves s'est impliquée. Des élèves tentaient d'en convaincre d'autres, le moment était très vivant.
Bien que peu de mots autour des jeux aient été proposés dans un 1er temps, le débat a eu lieu souvent sur le registre des jeux et des jeux de « hasard », des élèves s'appuyant sur leur expérience de joueur (aux « petits chevaux », aux « quems ») pour débattre. Des élèves en désaccord ont sorti une pièce de monnaie en me demandant s'ils pouvaient essayer !
Le débat s'est aussi orienté sur la « mémoire » du hasard. Une pièce de monnaie peut-elle tomber 3 fois, 5 fois sur la même face ?
A la fin de ce temps, j'ai demandé à chaque îlot de proposer une définition du mot « hasard » par écrit puis de la lire à la classe. En voici quelques-unes :
« C'est quand on ne peut pas prévoir », « on ne peut pas programmer », « ça ne vient pas de sa propre volonté », « on ne peut pas deviner à l'avance ».

Pour ce travail je me suis inspirée de l'activité « *Autour du mot hasard* » proposée par Georges PONS dans la brochure n°198 de l'APMEP : « *Probabilités au collège : ne pas laisser l'enseignement des probabilités au hasard…* ».

Travailler sur le vocabulaire des probabilités – Échelle de probabilité

Les élèves ont globalement un vocabulaire pauvre en probabilités. Quand je leur ai demandé les différentes situations qui pouvaient se produire, ils m'ont répondu :

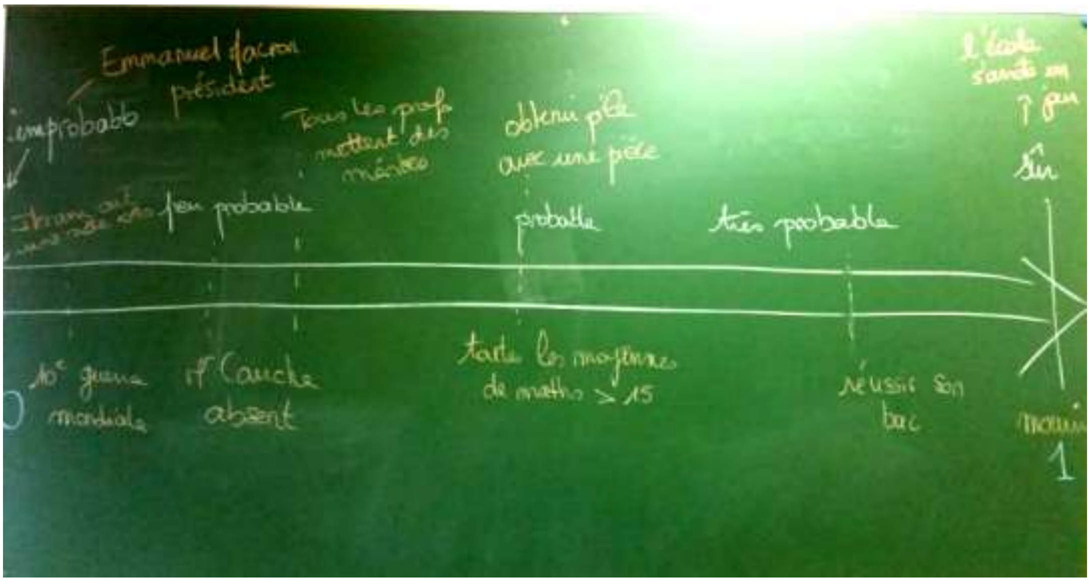
– ça peut se produire ;
– ça ne peut pas se produire.

J'ai alors voulu introduire avec eux les termes de « probable », « peu probable », « très probable », « impossible » et « sûr ». On a tout d'abord essayé de classer ces termes et ils les ont rangés dans l'ordre « croissant » :

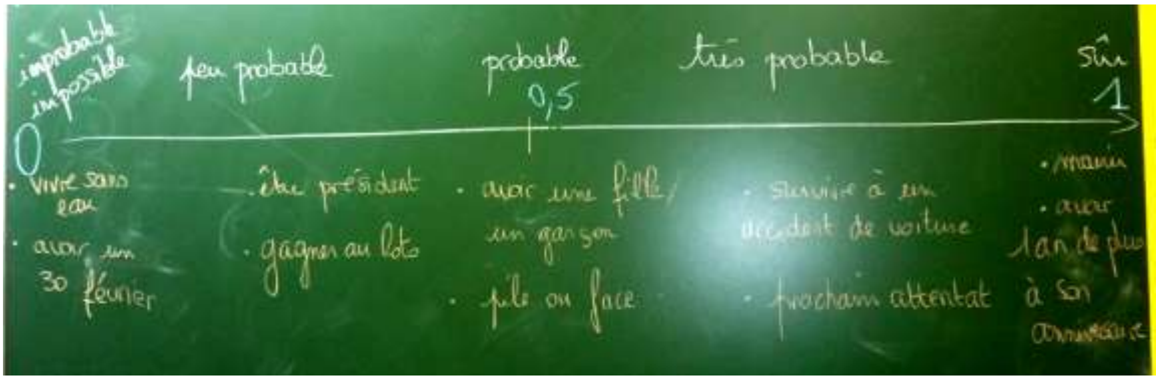
impossible < peu probable < probable < très probable < sûr.

Ayant déjà fait le chapitre sur la comparaison des nombres relatifs, je leur ai demandé s'ils ne voyaient pas d'autres méthodes pour comparer des choses et ils m'ont proposé la droite graduée.

Nous l'avons un peu modifié pour obtenir l'échelle de probabilités suivante :



Pour une autre classe :



Pour quantifier les probabilités, il a été facile de trouver 0 pour un événement impossible. Par contre, pour trouver le 1, j'ai eu droit à :

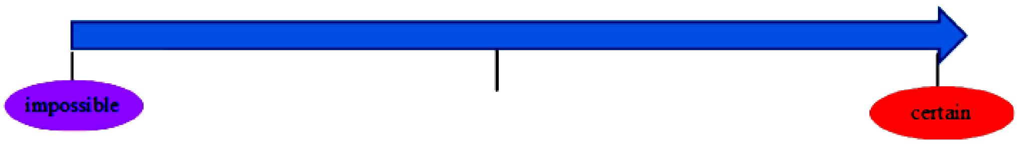
– 100 % ;
– 6 chances sur 6 (en référence au dé) ;
– 36 sur 36 (jeu des produits et des sommes)…

Finalement, nous sommes tous tombés d'accord que tous ces nombres représentaient la même chose.

Autre introduction de l'échelle de probabilité

Lors d'une séance suivante, j'ai donné deux événements (l'un certain, l'autre impossible). Les élèves ont tout de suite traduit ces événements sur leur possible réalisation ou non : « c'est impossible », « c'est sûr à 100 % ».

Je leur ai alors montré la 1ère échelle de probabilités avec le vocabulaire « impossible » et « certain ».



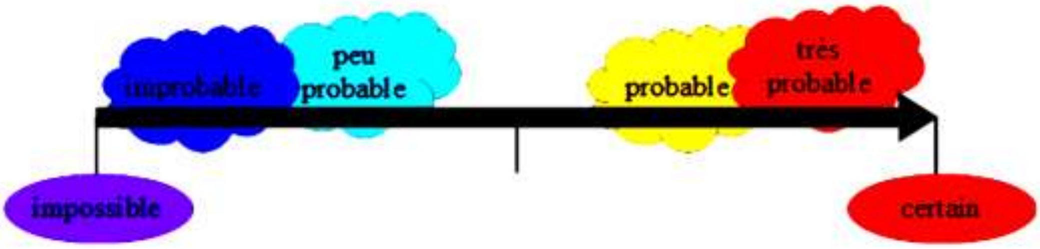
En reprenant l'activité « jeu équitable », je leur ai demandé « où placeriez-vous gagner au jeu B si je choisis les nombres impairs ? » puis la même question avec le jeu A.

Puis un élève a proposé un événement, que nous avons placé collégialement sur l'échelle des probabilités.

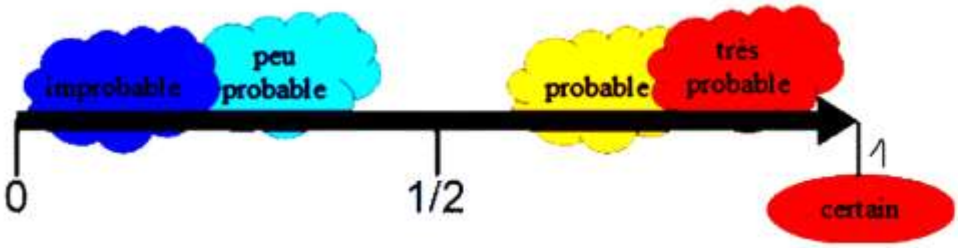
A l'oral, les élèves utilisent les mots : « certain », « souvent », « rarement », « quelques fois ».

Pour d'autres séances, le travail s'est déroulé au moment du « rituel », sous forme de questions flash, en faisant évoluer l'échelle des probabilités projetée.

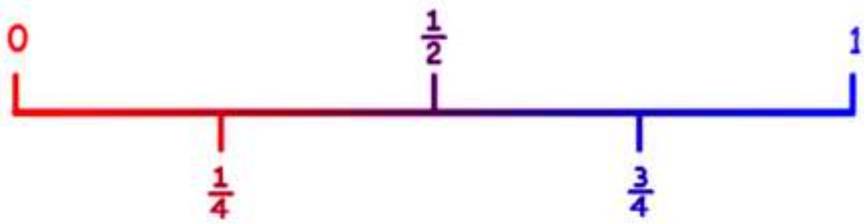
Échelle avec les termes « probable » et ses dérivés :



Échelle avec une probabilité :



Puis :



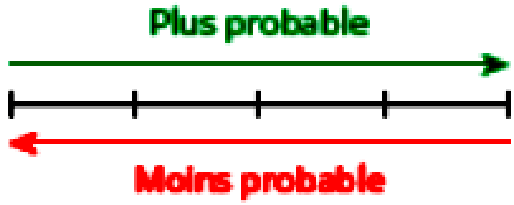
Un dernier exemple d'activité introduisant une échelle de probabilité

« La perception naturelle du hasard peut être qualifiée dans un premier temps par des adjectifs (peu probable, probable, certain, …). Ces débats et activités sont l'occasion, petit à petit, d'ordonner les probabilités, de quantifier le hasard sur une échelle de 0 à 1… ». (Document d'accompagnement des programmes de cycle 4)

Cette activité a pour objectifs de reconnaître des situations relevant d'une expérience aléatoire, d'ordonner le hasard, d'émettre des conjectures et de modéliser le hasard… sans en calculer la probabilité.
Lien avec les domaines du socle : domaines 1, 2, 3 et 4.
Activité menée en 4^e. (Les élèves n'ont pas fait de probabilités l'année précédente.)
Durée : environ 20 minutes.

ENONCE DE L'ACTIVITE

On a construit une échelle de probabilité pour positionner des événements, du moins probable au plus probable :



Placer les événements ci-dessous sur cette échelle :

A : « La fête des mères a lieu un dimanche »
B : « Cette année, le nouvel an aura lieu un 2 février ».
C : « Un oiseau est entré dans la salle de classe ».
D : « Un de mes camarades de classe est né le 31 avril ».
E : « Obtenir Pile lors d'un lancer d'une pièce de monnaie ».
F : « Aucun téléphone portable ne va sonner dans la salle de classe dans la minute qui suit ».
G : « L'équipe de France de football va gagner le prochain match contre l'équipe d'Espagne ».

L'utilisation d'une échelle des probabilité est très naturelle pour les élèves qui se l'approprient aisément. Dans cette activité, les erreurs commises étaient dues à des erreurs de « pensée ». En effet, beaucoup étaient persuadés que la fête des mères avaient lieu à une date fixée et n'avait par conséquent pas toujours lieu un dimanche ; d'autres avaient oublié que le 31 avril n'existe pas… quant à l'événement G… de nombreux débats ont eu lieu… (cette probabilité, subjective, peut être différente selon le degré d'information que l'on possède).
Après avoir fait cette activité, j'ai demandé aux élèves de me qualifier les différents événements donnés dans cette activité. Les qualifiants suivants : « impossible », « sûr et certain », « peu probable » / « peu de chances », et « autant de chances » sont ressortis.
Je leur ai ensuite donné le QCM suivant pour quantifier les différents types d'événements sur l'échelle de 0 à 1.

(1) Un événement dont la probabilité est égale à 100 % est un événement :

a. impossible b. peu probable c. très probable d. certain

(2) Un événement dont la probabilité est égale à 0 % est un événement :

a. impossible b. peu probable c. très probable d. certain

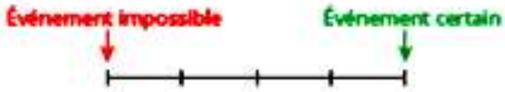
(3) Un événement qui a autant de chances de se réaliser ou non a une probabilité de :

a. 50 % b. 100 % c. 0 %

(4) Un événement qui se produit de façon peu probable a une probabilité comprise entre :

a. 0 et 0,5 b. 0,5 et 1

4. Compléter les graduations de l'échelle des probabilités ci-dessous à l'aide d'un pourcentage, d'un nombre décimal ou d'une fraction.



(activité issue du manuel *Delta Mathématiques* cycle 4 éditions BELIN.)

Exemples de questions flash

(Voir le diaporama « questions_flash_probas_5e.pptx » figurant sur le site académique.)

Situer lorsque c'est possible la probabilité des événements suivant sur l'échelle de probabilité :

1) Le début de l'année 2016 sera le 1er janvier.
2) Gagner le gros lot au loto.
3) Avoir de la pluie demain.
4) Avoir de la pluie le dernier jour du mois prochain.
5) L'équipe de France va remporter le prochain match international de football.
6) Un élève de la classe a son anniversaire demain.
7) Rencontrer un tyrannosaure vivant.
8) The sun will rise tomorrow.
9) Avoir une bonne note au contrôle de maths.
10) Obtenir face quand on lance une pièce d'un euro.
11) If I flip a coin it will land heads up (face).
12) Choosing a red ball from a sack with 1 red ball and 3 green balls.

BIDON MYSTÈRE

Pascal FABRÈGUES
Collège Condorcet, 77 Pontault-Combault

Cette activité a été mise en œuvre avec des élèves de 5e après avoir terminé un chapitre sur la proportionnalité. Cette tâche à prise d'initiative est inspirée de la « bouteille de Brousseau ».
http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/03/Une-exp-de-1er-enseignement-des-stat2001.pdf
Cette activité statistique concrète, à travers une résolution de problème, permet une première approche fréquentiste de la notion de probabilité.

Fichier Scratch à télécharger sur le site académique :
• bidon.sb2

1 Objectifs

A Compétences du socle commun

À travers cette activité, les compétences interdisciplinaires suivantes sont travaillées.
Les formulations ci-dessous sont extraites du livret de compétences du collège Condorcet de Pontault-Combault, conforme au texte officiel du socle commun de connaissances, de compétences et de culture à partir de la rentrée 2016.

Domaine 1 Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit	
D1.C1.1	L'élève parle, communique, argumente à l'oral de façon claire et organisée ; il adapte son niveau de langue et son discours à la situation, il écoute et prend en compte ses interlocuteurs.
D1.C1.3	L'élève s'exprime à l'écrit pour raconter, décrire, expliquer ou argumenter de façon claire et organisée. Lorsque c'est nécessaire, il reprend ses écrits pour rechercher la formulation qui convient le mieux et préciser ses intentions et sa pensée.

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages scientifiques, mathématiques et informatiques	
D1.C3.1	L'élève utilise les principes du système de numération décimal et les langages formels (lettres, symboles…) propres aux mathématiques et aux disciplines scientifiques, notamment pour effectuer des calculs et modéliser des situations.
D1.C3.4	L'élève lit, interprète, commente, produit des tableaux, des graphiques et des diagrammes organisant des données de natures diverses.
D1.C3.5	L'élève sait que des langages informatiques sont utilisés pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données.

Domaine 2 Les méthodes et outils pour apprendre

Organisation du travail personnel	
D2.C1.5	L'élève sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.
Coopération et réalisation de projets	
D2.C2.1	L'élève travaille en équipe, partage des tâches, s'engage dans un dialogue constructif, accepte la contradiction tout en défendant son point de vue, fait preuve de diplomatie, négocie et recherche un consensus.

Domaine 3 La formation de la personne et du citoyen

La règle et le droit	
D3.C2.1	L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité, au sein de la classe, de l'école et de l'établissement, qui autorisent et contraignent à la fois et qui engagent l'ensemble de la communauté éducative. Il participe à la définition de ces règles dans le cadre adéquat.

Réflexion et discernement	
D3.C3.3	L'élève vérifie la validité d'une information et distingue ce qui est objectif et ce qui est subjectif. Il apprend à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres. Il sait remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté, il distingue son intérêt particulier de l'intérêt général. Il met en application et respecte les grands principes républicains.

Domaine 4 Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Démarches scientifiques	
D4.C1.1	L'élève sait mener une démarche d'investigation. Pour cela, il décrit et questionne ses observations ; il prélève, organise et traite l'information utile ; il formule des hypothèses, les teste et les éprouve ; il manipule, explore plusieurs pistes, procède par essais et erreurs ; il modélise pour représenter une situation ; il analyse, argumente, mène différents types de raisonnements ; il rend compte de sa démarche. Il exploite et communique les résultats de ses mesures ou de recherches en utilisant les langages scientifiques à bon escient.
D4.C1.2	L'élève pratique le calcul, mental et écrit, exact et approprié, il estime et contrôle les résultats, notamment en utilisant les ordres de grandeur.
D4.C1.3	Il résout des problèmes impliquant des grandeurs variées en particulier des situations de proportionnalité.
D4.C1.4	Il interprète des résultats statistiques et les représente graphiquement.
Responsabilités individuelles et collectives	
D4.C3.8	L'élève est en mesure de mobiliser ses connaissances sur les nombres et les grandeurs, les objets géométriques, la gestion de données, les phénomènes aléatoires.

B Compétences de mathématiques

À travers cette activité, les six compétences de mathématiques sont travaillées à divers degrés.

Chercher

● Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances.
● S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.
● Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Modéliser

● Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants.
● Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques).
● Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.
● Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).

Représenter

● Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique.
● Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres.
● Représenter des données sous forme d'une série statistique.

Raisonner

● Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
● Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
● Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Calculer

● Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).
● Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements.

Communiquer

● Faire le lien entre le langage naturel et le langage algébrique. Distinguer des spécificités du langage mathématique par rapport à la langue française.
● Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

● Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

C Eléments des programmes de mathématiques

À travers cette activité, les éléments suivants des nouveaux programmes du cycle 4 en mathématiques sont travaillés.

<u>Nombres et calculs</u>

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

● Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre. ➢ Nombres décimaux. ➢ Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. ➢ Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales.	➢ Relier fractions, proportions et pourcentages.
● Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté. ● Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient). ● Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.	➢ Pratiquer régulièrement le calcul mental ou à la main, et utiliser à bon escient la calculatrice ou un logiciel. ➢ Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

<u>Organisation et gestion de données, fonctions</u>

Interpréter, représenter et traiter des données

● Recueillir des données, les organiser. ● Calculer des effectifs, des fréquences. ➢ Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes).	➢ Organiser et traiter des résultats issus de mesures ou de calculs ; questionner la pertinence de la façon dont les données sont collectées.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

● Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.	➢ Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).

Résoudre des problèmes de proportionnalité

● Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.	➢ Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant, par exemple, le produit en croix.

Bien qu'un programme élaboré sous Scratch soit utilisé, l'activité ne fait pas travailler de compétence concernant cette section « Algorithmique et programmation » des programmes.

2 Mise en œuvre

A Pré-requis

Cette activité a été proposée à des élèves de 5^{e} qui avaient auparavant travaillé dans l'année sur les notions suivantes :

- Notion de fraction ;
- Proportionnalité ;
- Habitude du travail en groupe ;
- Pratique fréquente de tâches à prise d'initiative ;
- Habitude de participation à des débats et exposés concernant des sujets de mathématiques ;
- Pour quelques élèves, une certaine connaissance de scratch (club programmation).

B Le matériel nécessaire

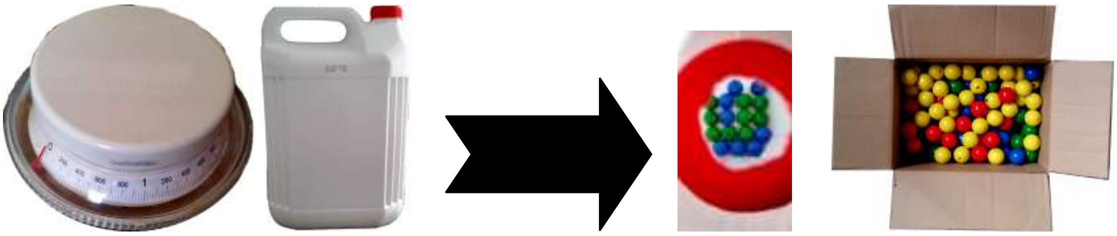
Cinq bidons opaques ont reçu chacun 10 billes de couleur : 7 rouges et 3 jaunes.

Le bouchon de chaque bidon a été percé d'un petit trou ne permettant pas de voir le contenu du bidon.

Une fois retourné, on peut entrevoir la couleur d'une seule bille dans le petit trou.

Il a été prévu également :

– une balance ;
– un bidon contenant 8 billes bleues et 9 billes vertes avec un grand trou dans le bouchon ;
– une réserve de billes de couleurs.



C Le fichier

Un fichier a été élaboré avec (https://scratch.mit.edu) : **bidon.sb2**.

Commandes visibles :
[Espace]→Montre visuellement le tirage au sort d'une bille par retournement du bidon qui laisse alors apparaître une bille dans le petit trou.
[S]→Effectue une simulation répétée et plus rapide du tirage au sort précédent.

Commandes cachées :
[Z]→Remet toutes les variables à zéro.
[C]→Cache toutes les variables.
[R]→Affiche le nombre de billes rouges déjà tirées au sort.
[J]→Affiche le nombre de billes jaunes déjà tirées au sort.
[B]→Affiche le nombre de billes bleues déjà tirées au sort.
[V]→Affiche le nombre de billes vertes déjà tirées au sort.
[O]→Affiche l'estimation du nombre de billes rouges contenues dans le bidon.
[A]→Affiche l'estimation du nombre de billes jaunes contenues dans le bidon.
[L]→Affiche l'estimation du nombre de billes bleues contenues dans le bidon.
[E]→Affiche l'estimation du nombre de billes vertes contenues dans le bidon.
[I]→Détermine le contenu du bidon.

D L'organisation de la classe

Cinq groupes sont constitués par le professeur. Ils forment des îlots dans la classe.
Chaque groupe élit :

- un secrétaire : doit rédiger une compte rendu aussi fidèle que possible des différentes recherches ;

- ● un technicien : est responsable du matériel confié et doit réaliser les manipulations et expériences ;
- ● un communiquant : doit prendre la parole au nom du groupe pour exprimer les propositions et au besoin les noter au tableau.

Le tableau numérique permet :

- ● la mise en commun et l’enregistrement des propositions ;
- ● le visionnage de la simulation.

Une table devant le tableau sur laquelle on trouve :

- ● la balance ;
- ● le bidon avec les billes bleues et vertes ;
- ● les billes de réserve.

E Modalités de déroulement

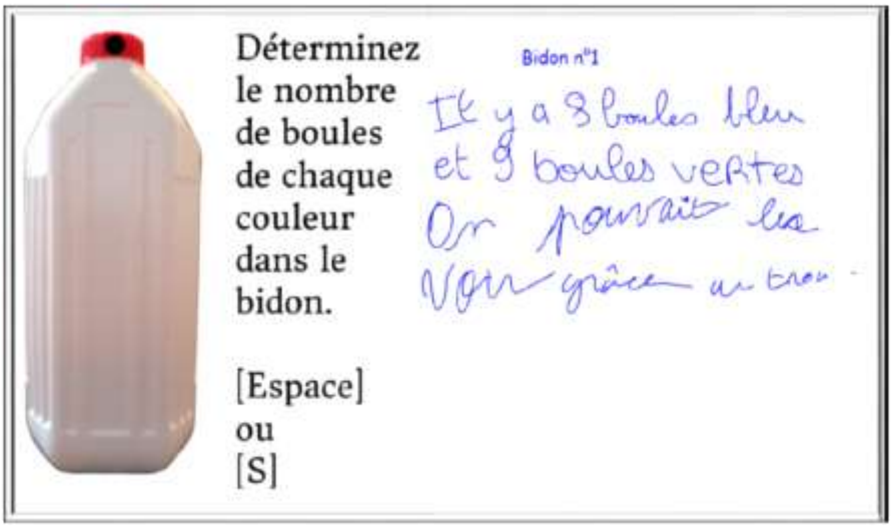
L’image de l’écran du programme Scratch est affichée au tableau. Elle donne la consigne « Déterminez le nombre de boules de chaque couleur dans le bidon. ».

1er temps (rapide)
Chaque groupe reçoit pour trente secondes le bidon contenant des billes bleues et vertes. Le bouchon de ce bidon est largement percé si bien qu’on peut facilement compter les différentes billes à l’intérieur du bidon.

2ème temps (tâche à prise d’initiative)
Chaque groupe reçoit un exemplaire du bidon contenant des billes rouges et jaunes. Il est précisé d’une part qu’on ne peut en aucun cas dévisser le bouchon pour ouvrir le bidon et d’autre part que tous ces bidons ont la même composition.

F Compte rendu du déroulement

Début de la première séance de 55 minutes.
Compter le nombre de billes de chaque couleur ne prend qu’une minute puisqu’on peut voir dedans.
Bien que triviale, cette première approche permet de comprendre l’attendu.



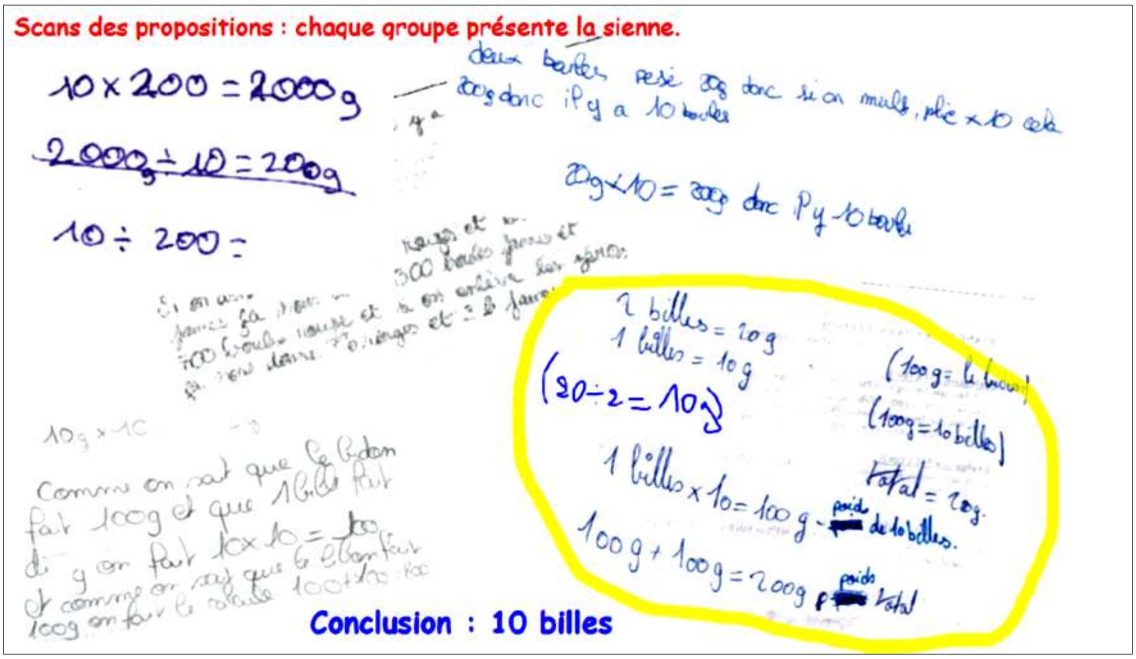
Les bidons pour lesquels on ne peut voir qu'une bille à la fois sont donnés aux groupes.
Les élèves comprennent rapidement que ce sera moins évident.

Après quelques minutes de manipulation, les élèves de deux groupes souhaitent déterminer combien il y a de billes en tout.
Un groupe propose d'effectuer des pesées.
La précision de la balance n'est qu'à 20g et les billes pesant moins, ils décident d'en peser deux.
Les données annoncées sont :

- bidon vide : 100g ;
- 2 billes : 20g ;
- bidon plein : 200g.

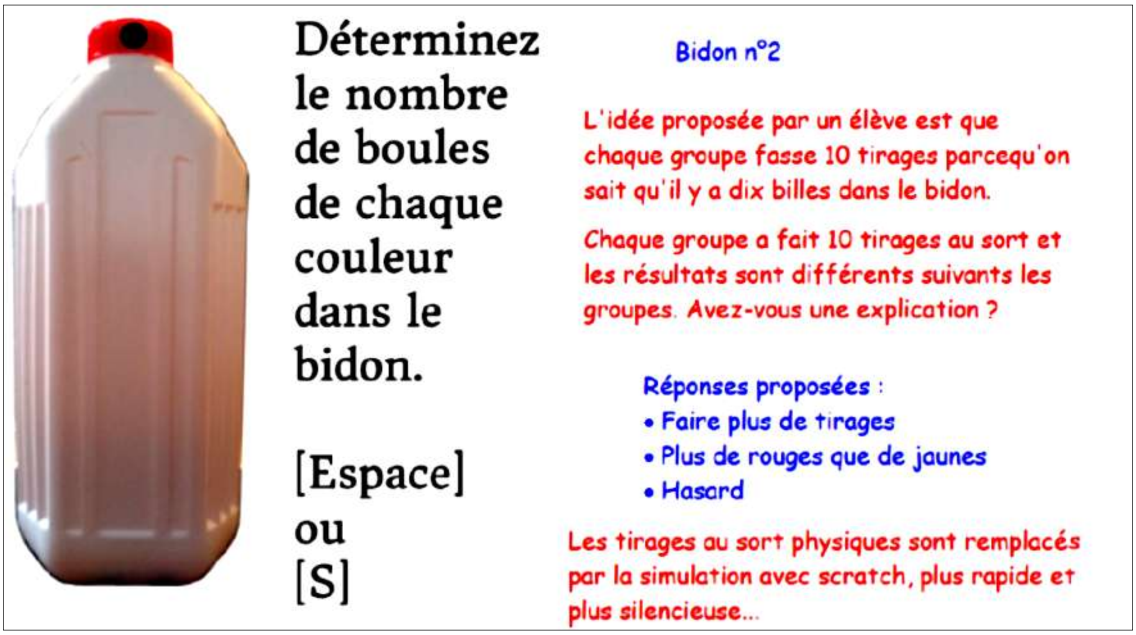
Chaque groupe a cinq minutes pour rédiger sa solution sur un quart de feuille.

Elles sont scannées et un porte-parole de chaque groupe en fait la présentation.

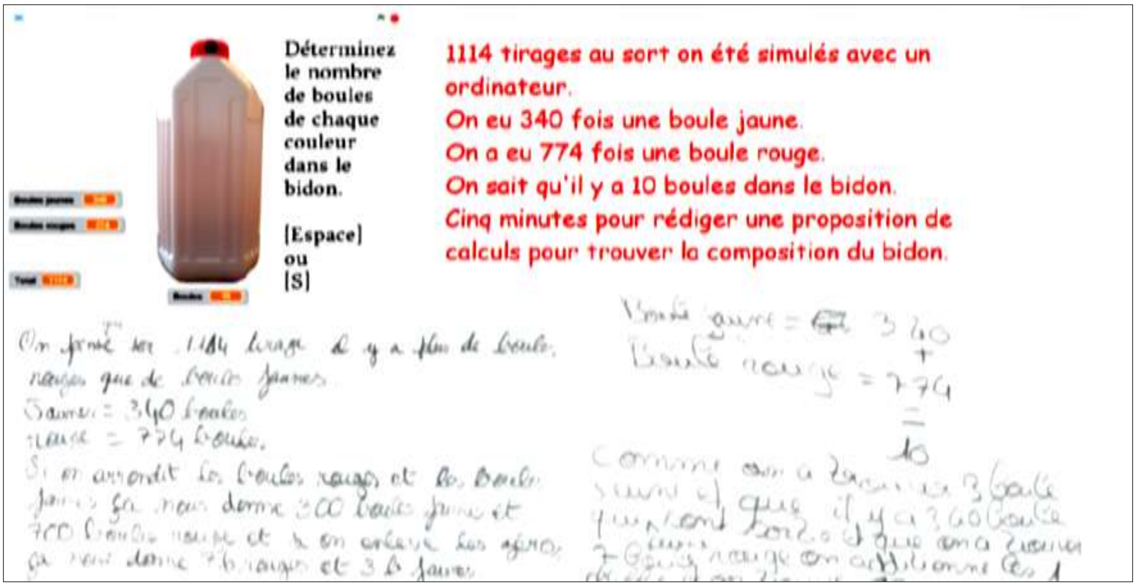


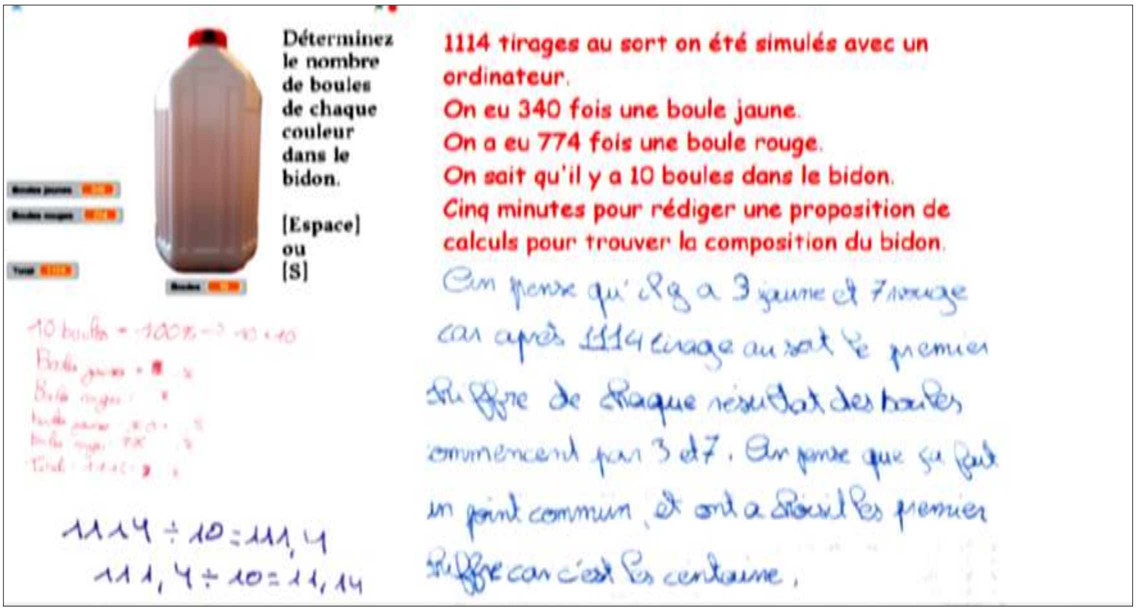
Les différentes versions sont présentées et comparées. L'une d'entre-elles est retenue et complétée.
Il est maintenant avéré que le bidon contient 10 billes.
Fin de la première séance de 55 minutes.

Début de la seconde séance de 55 minutes.
Après évocation de la séance précédente grâce aux captures effectuées avec le TNI, un débat s'engage pour déterminer la démarche à suivre afin de poursuivre l'investigation.



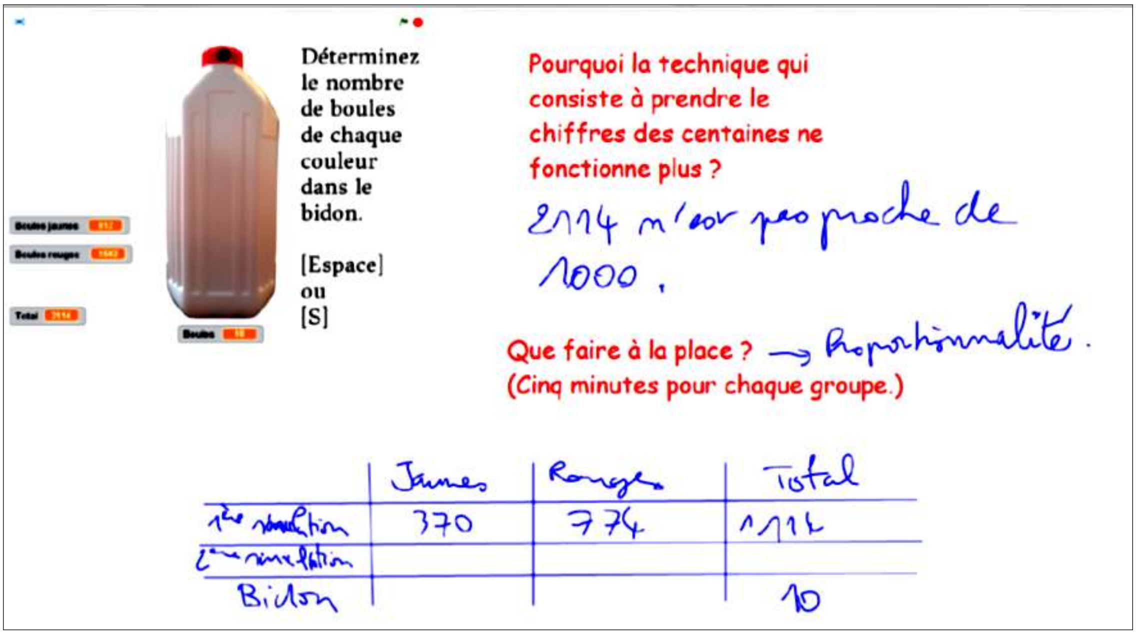
La simulation est d'abord lancée sans affichage des compteurs de boules rouges et jaunes. Après observation, les élèves pensent qu'il faudrait compter les issues.
Le professeur affiche alors les compteurs.
On en est à 114 tirages au sort.
Le professeur lance la simulation rapide pour en rajouter un millier. Les nombres de billes rouges et jaunes sont désormais affichés pour 1 114 tirages au sort.
Les élèves ont cinq minutes pour proposer leur théorie sur le contenu du bidon (comme auparavant : sur un quart de feuille, scanné, présenté, comparé, débattu).



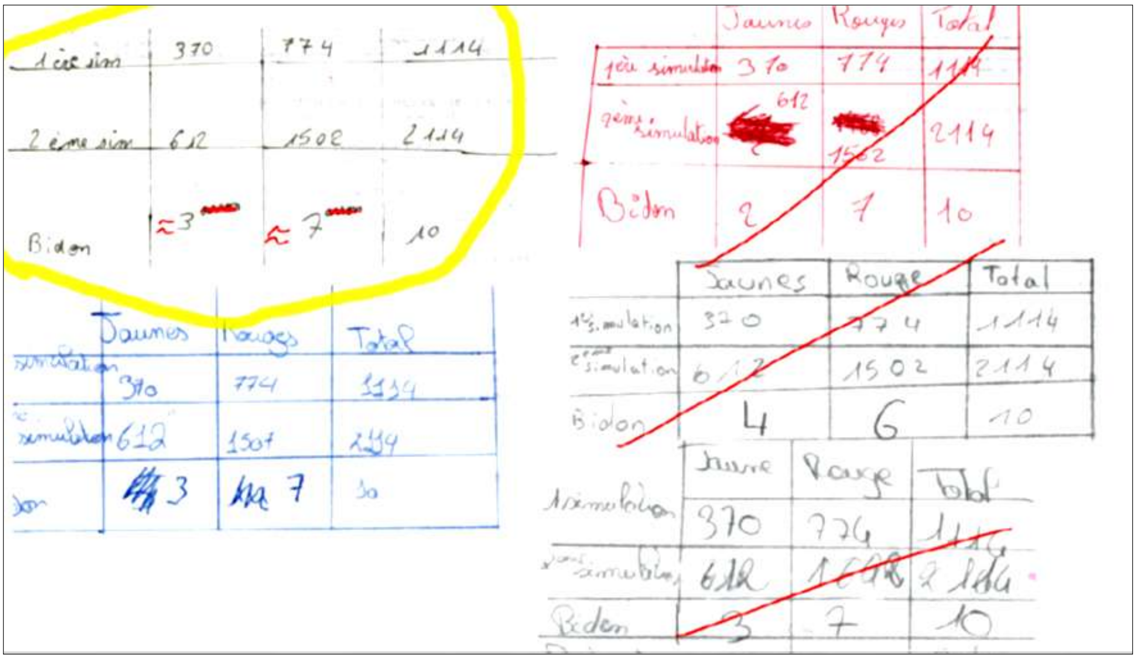


Un groupe s’est un peu dispersé et a été recadré. Pour les autres, la notion de proportionnalité émerge sans être reconnue par l’isolement du chiffre des centaines, par l’essai de division, par un essai de pourcentage.
Le professeur propose de rajouter un millier de tirages de plus avec la problématique qui suivra : votre « méthode » fonctionnera-t-elle avec le nouveau total ? Pendant que la simulation s’effectue, le professeur propose de rechercher le point commun des « méthodes » proposées. La discussion conduit le groupe classe à reconnaître la proportionnalité.

A la fin de la simulation, la discussion s’engage sur l’opportunité des « méthodes » précédemment proposées. L’isolement du chiffre des centaines est rejeté, les pourcentages également. Il est proposé d’utiliser un tableau de proportionnalité qui sera complété.



Chaque groupe a pris cinq minutes pour produire sa réponse sur un quart de feuille. Les propositions sont scannées, affichées et présentées. Elles sont ensuite soumises au débat. L'une d'entre-elles est retenue légèrement modifiée.



Il est conclu que le bidon contient 3 billes jaunes et 7 billes rouges.
Dénouement : un élève vient procéder à l'ouverture du bidon et… c'est gagné !
Les deux minutes qui restent sont utilisées pour évoquer la méthode utilisée afin de déterminer le contenu du bidon par tirages au sort en grand nombre.
Fin de la seconde séance de 55 minutes.

G Déclinaisons et prolongements possibles…

● La simulation peut être proposée avec des nombres de billes différentes et avec jusqu'à quatre couleurs de billes. Le programme sous Scratch est prévu à cet effet. C'est alors désormais une tâche intermédiaire.
● On peut proposer le sujet connexe de type tâche à prise d'initiative : « Déterminer les angles d'une roue à secteurs colorés à partir d'une simulation de multiples tirages au sort avec cette roue. ».
● Ou cette déclinaison de type tâche intermédiaire : « Déterminer les différentes probabilités de gagner avec le tirage au sort d'une roue à secteurs colorés imprimée par mesure des angles au rapporteur. ».
● Ou cette autre déclinaison de type tâche à prise d'initiative visant la section Algorithmique et programmation des programmes du cycle 4 : « Réaliser une simulation de tirage au sort d'une roue à secteurs colorés ayant choisi à l'avance les nombres de chances de tirer sur tel ou tel secteur. » (J'ai mené ce projet avec les élèves du club programmation : 1. Tableur grapheur pour concevoir la roue → 2. Capture de l'écran → 3. Logiciel de retouche d'image pour capturer et redimensionner la roue → Import de la roue dans Scratch → Programmation de la rotation de la roue avec arrêt aléatoire → Programmation des comptages statistiques → Programmation des estimations).

PILE OU FACE

Pascal FABRÈGUES
Collège Condorcet, 77 Pontault-Combault

Mohammed MESMOUDI
Collège Jacques-Yves Cousteau, 77 Bussy-Saint-Georges

Fichiers à télécharger sur le site académique :

- pile_face_enonce.pdf
- pile_face.ods
- pile_face.sb2
- pile_face_correction.ods

Cette activité a été mise en œuvre avec des élèves de 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$.
Elle vise à aborder le principe de simulation informatique d'un phénomène répétitif en observant la stabilisation des fréquences. Elle occasionne l'enchaînement de divers outils multimédias : environnement de programmation, utilitaire d'édition de texte et logiciel de tableur grapheur.
Cette activité multimédia concrète, à travers une réalisation et un débat collectif, permet d'illustrer l'approche fréquentiste de la notion de probabilité.

1 Objectifs

A Compétences du socle commun

À travers cette activité, les compétences interdisciplinaires suivantes sont travaillées.
Les formulations ci-dessous sont extraites du livret de compétences du collège Condorcet de Pontault-Combault, conforme au texte officiel du socle commun de connaissances, de compétences et de culture à partir de la rentrée 2016.

Domaine 1 Les langages pour penser et communiquer

Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit	
D1.C1.1	L'élève parle, communique, argumente à l'oral de façon claire et organisée ; il adapte son niveau de langue et son discours à la situation, il écoute et prend en compte ses interlocuteurs
Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages scientifiques, mathématiques et informatiques	
D1.C3.4	L'élève lit, interprète, commente, produit des tableaux, des graphiques et des diagrammes organisant des données de natures diverses.
D1.C3.5	L'élève sait que des langages informatiques sont utilisés pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données.

Domaine 2 Les méthodes et outils pour apprendre

Organisation du travail personnel	
D2.C1.5	L'élève sait identifier un problème, s'engager dans une démarche de résolution, mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter les erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions, accorder une importance particulière aux corrections.
Coopération et réalisation de projets	
D2.C2.1	L'élève travaille en équipe, partage des tâches, s'engage dans un dialogue constructif, accepte la contradiction tout en défendant son point de vue, fait preuve de diplomatie, négocie et recherche un consensus.

Domaine 3 La formation de la personne et du citoyen

La règle et le droit	
D3.C2.1	L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité, au sein de la classe, de l'école et de l'établissement, qui autorisent et contraignent à la fois et qui engagent l'ensemble de la communauté éducative. Il participe à la définition de ces règles dans le cadre adéquat.
Réflexion et discernement	
D3.C3.3	L'élève vérifie la validité d'une information et distingue ce qui est objectif et ce qui est subjectif. Il apprend à justifier ses choix et à confronter ses propres jugements avec ceux des autres. Il sait remettre en cause ses jugements initiaux après un débat argumenté, il distingue son intérêt particulier de l'intérêt général. il met en application et respecte les grands principes républicains.

Domaine 4 Les systèmes naturels et les systèmes techniques

Démarches scientifiques	
D4.C1.3	L'élève résout des problèmes impliquant des grandeurs variées en particulier des situations de proportionnalité.
D4.C1.4	L'élève interprète des résultats statistiques et les représente graphiquement.
Conception, création, réalisation	
D4.C2.1	L'élève imagine, conçoit et fabrique des objets et des systèmes techniques.
Responsabilités individuelles et collectives	
D4.C3.8	L'élève est en mesure de mobiliser ses connaissances sur les nombres et les grandeurs, les objets géométriques, la gestion de données, les phénomènes aléatoires.

B Compétences de mathématiques

A travers cette activité, les six compétences de mathématiques sont travaillées à divers degrés.

Chercher

● S’engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l’aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.

Modéliser

● Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants.
● Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l’aide d’équations, de fonctions, de configurations géométriques, d’outils statistiques).
● Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique.

Représenter

● Représenter des données sous forme d'une série statistique.

Raisonner

● Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.

● Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.

● Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Calculer

● Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel).

Communiquer

● Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

● Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

C Eléments des programmes de mathématiques

A travers cette activité, les éléments suivants des nouveaux programmes du cycle 4 en mathématiques sont travaillés :

__**Organisation et gestion de données, fonctions**__

Interpréter, représenter et traiter des données

● Recueillir des données, les organiser. ● Calculer des effectifs, des fréquences. ● Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes).	➢ Organiser et traiter des résultats issus de mesures ou de calculs ; questionner la pertinence de la façon dont les données sont collectées.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

● Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.	➢ Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).

Bien qu'un programme élaboré sous Scratch soit utilisé, l'activité ne fait pas travailler de compétence concernant cette section « Algorithmique et programmation » des programmes. Le fichier Scratch est fourni clé en main. L'objectif de l'activité n'est pas d'élaborer un programme simple. L'analyse de certains aspects du script présente toutefois un réel intérêt pour l'élève.

2 Mise en œuvre

A Pré-requis

Cette activité a été proposée à des élèves de 4ème / 3ème familiarisés avec les points suivants :

- notion de hasard ;
- notions de statistique (tableau, fréquence, diagramme cartésien) ;
- proportionnalité (principe, pourcentage) ;
- usage de l'environnement Scratch ;
- usage du tableur grapheur (élaboration diagramme cartésien) ;
- pratique fréquente de tâches à prise d'initiative ;
- habitude de participation à des débats et exposés concernant des sujets de mathématiques ;

B Le matériel nécessaire

- Une fiche d'énoncé

PROPORTIONNALITE – GRANDEURS COMPOSEES **Cycle 4**

TAPI

Tâche à prise d'initiative 5 : Pile ou face

a • Ouvrir le fichier « pile_ face.sb2 » avec le logiciel **Scratch**.

• Cliquer sur l'icône pour passer en mode plein écran.

Ce fichier simule un tirage au sort réalisé avec une pièce dont les faces équiprobables sont respectivement appelées « Pile » et « Face ».

b La touche « Espace » déclenche 10 tirages de « Pile ou face ». Le pourcentage de piles s'affiche dans le tableau « Pourcentage de piles »

• Appuyer plusieurs fois sur la touche espace pour réaliser plusieurs simulations de 10 tirages de « Pile ou face ».

• A quoi correspond un pourcentage de 40% ? Est-ce possible ?

....

• A quoi correspond un pourcentage de 60% ? Est-ce possible ?

....

• A quoi correspond un pourcentage de 100% ? Est-ce possible ?

....

• A quoi correspond un pourcentage de 0% ? Est-ce possible ?

....

c La touche « R » déclenche 20 000 tirages de « Pile ou face ». Tous les 100 tirages, le pourcentage de piles calculé sur l'ensemble des tirages est ajouté dans le tableau « Pourcentage de piles ».

• Appuyer sur la touche « R » et attendre la fin des tirages au sort.

• Exporter le tableau « Pourcentage de piles » en cliquant droit « Exporter » sur le tableau.

d

• Ouvrir le fichier créé au format « .txt » avec le logiciel **Bloc-notes**.

• Cliquer droit « Sélectionner tout ». • Cliquer droit « Copier ».

e

• Ouvrir le fichier « pile_face.ods » avec le logiciel **LibreOffice**.

• Cliquer droit « Coller » dans la cellule B2. • Cliquer « Ok ».

• Observer la courbe. Décrire l'évolution du pourcentage de pile en fonction du nombre de tirages.

....

....

Pouvait-on prévoir cette évolution ? Justifier. ....

....

....

f

Faire valider son écran et son cahier par le professeur.

- Un ordinateur.
- Un dispositif de projection (TNI…).
- Un clavier sans fil.
- Une souris sans fil.
- Le logiciel Scratch.
- Le logiciel Bloc-notes (Notepad).
- Le logiciel Libre Office Calc.

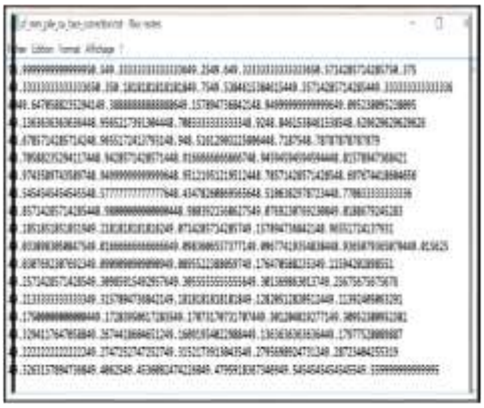
C Fichier de simulation ( )

Un fichier a été élaboré avec (https://scratch.mit.edu) : pile_face.sb2.

<u>Commandes :</u>
[Espace]→Effectue la simulation assez lente de 10 jets d'une pièce équiprobable et calcule le pourcentage de piles.
[R]→Effectue la simulation plus rapide de 20 000 jets d'une pièce équiprobable et calcule un nouveau pourcentage total de piles toutes les 100 épreuves.
[Clic droit > Exporter]→Sauvegarde les valeurs de la liste « Pourcentage de piles » dans un fichier texte au format « .txt ».

D Fichier d'exportation (Notepad)

Le fichier au format « .txt » généré à partir de la simulation s'ouvre avec l'utilitaire Bloc-notes (Notepad).

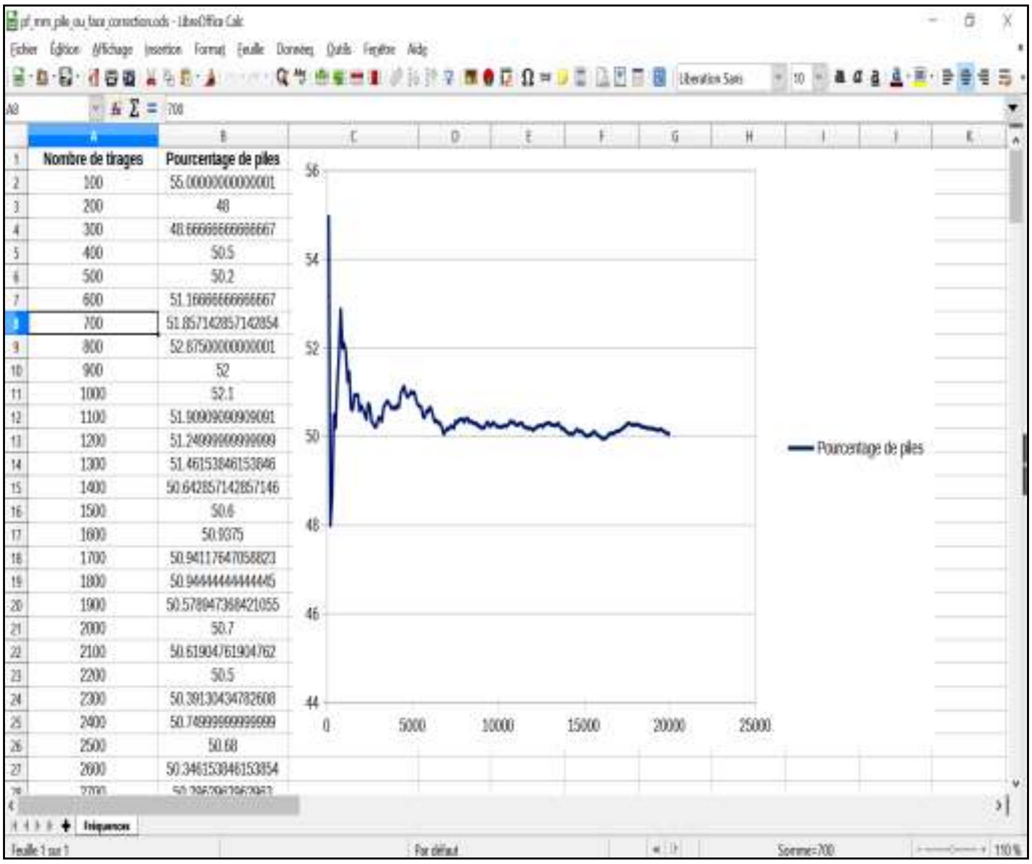


<u>Commandes :</u>
[Clic droit > Tout sélectionner]→Sélectionne à l'écran l'intégralité du contenu du fichier.
[Clic droit > Copier]→Copie le contenu sélectionné dans la mémoire de l'ordinateur (presse-papier).

E Fichier d'analyse (Calc)

Un fichier de tableur grapheur a été élaboré pour s'ouvrir avec le logiciel Libre Office Calc : pile_face.ods.

(Remarque technique : Le problème de compatibilité de format est résolu dans la colonne AA avec des formules du type =CNUM(SUBSTITUE(B2;".";",")). Le diagramme cartésien a ses ordonnées prises dans la colonne AA à la place de la colonne B. Il n'a pas été jugé utile de sensibiliser les élèves à cet aspect.)



Nombre de tirages	Pourcentage de piles
100	55.0000000000001
200	48
300	48.6666666666667
400	50.5
500	50.2
600	51.1666666666667
700	51.8571428571429
800	52.8750000000001
900	52
1000	52.1
1100	51.9090909090909
1200	51.2499999999999
1300	51.4615384615385
1400	50.6428571428571
1500	50.6
1600	50.9375
1700	50.9411764705882
1800	50.9444444444445
1900	50.5789473684211
2000	50.7
2100	50.6190476190476
2200	50.5
2300	50.3913043478261
2400	50.7499999999999
2500	50.68
2600	50.3461538461539

<u>Commandes :</u>
[Clic dans la cellule B2]→Sélectionne la cellule B2.
[Clic droit > Coller]→Colle le contenu de la mémoire de l'ordinateur (presse-papier) dans la cellule sélectionnée (et par extension dans les cellules adjacentes).

F L’organisation de la classe

Les différentes actions sur l’ordinateur sont projetées à l’écran.

Un débat est organisé :

- Un élève président répartit et pointe la participation des autres élèves.
- Un élève à qui la parole est attribuée reçoit momentanément le clavier et la souris pour interagir avec l’écran.
- Le professeur reformule, facilite et précise les différentes interventions.

G Compte-rendu de déroulement

L’activité s’est déroulée sur une séance de 55 minutes en passant par les étapes suivantes :

● Déroulement de la simulation de 10 tirages.
Le débat autour des questions du type « A quoi correspond un pourcentage de 40% ? » a permis de confronter les conceptions des élèves à propos de la notion de hasard, mais aussi d’investir à nouveau la notion de pourcentage.

● La simulation de 20 000 tirages a été lancée.

● Débat concernant l’analyse de certains aspects du script.
Il a été mené en attendant que les 20 000 épreuves soient réalisées.
L’analyse a tout d’abord porté sur le script pour 10 tirages.
Les élèves en ont peu à peu explicité les différentes composantes (différents types de blocs, variables…).
Le bloc de calcul 

a été relié à la notion de pourcentage. Le bloc logique 

a été examiné.
Ensuite, les différences ont été cherchées avec le script pour 20 000 tirages. Le bloc logique 

, qui permet l’affichage toutes les 100 épreuves, a été relié à la notion de divisibilité.
Enfin, la discussion s’est conclue à propos de la rapidité d’exécution du programme et des pistes pour accélérer la simulation.

● Déroulement de l’exportation des valeurs et récupération de ces valeurs dans le tableur.
Ces manipulations ont été facilement réalisées par les élèves volontaires.

● Débat concernant l’analyse du diagramme cartésien généré.
Il a permis aux élèves d’une part de constater les fortes variations pour un faible nombre de tirages, puis d’autre part la stabilisation vers la valeur théorique attendue.
Il a été conclu qu’il existe deux méthodes pour déterminer une probabilité. On peut naturellement étudier le phénomène en soi pour dénombrer directement une probabilité. Une deuxième méthode consiste à effectuer un très grand nombre d’épreuves dans le but d’estimer une probabilité par une fréquence statistique.
Les discussions finales ont porté sur des applications possibles de ce dernier principe (sondages, détermination de la composition d’un astre à partir de la lumière reçue par un capteur…).

PROBABILITÉS ET CRUES

Christine CORNET
Collège Alfred Sisley, 77 Moret-Sur-Loing

Cette activité s'inscrit dans le cadre d'un EPI mathématiques-SVT « Montée des eaux » publié sur le site académique de l'académie de Créteil à la rubrique « interdisciplinarité au collège ».
Ce texte est accompagné de deux fichiers téléchargeables sur le site académique : crues_simulation.xls et crues_travail_eleve.sb2

Situation de départ

Le magazine *Le Point* du 13/09/2002 écrit :
« Une crue de la Seine comparable à celle de 1910 se produit en moyenne tous les cent ans et la probabilité d'une telle catastrophe augmente d'année en année ».
Que pensez-vous des propos du journaliste ?

Prérequis

Les élèves sont en 4^{e}, ils n'ont pas eu de cours sur les probabilités (année scolaire 2016/2017), connaissent juste le mot, mais les discussions sont riches de sens et donnent une bonne idée de leurs représentations.

Discussion entre élèves

« Il avait raison en 2002 puisque c'est arrivé en 2016 (le collège est à Moret-sur-Loing, ville touchée par la grande crue de juin 2016). »
« Il avait raison depuis 1910 on a déréglé le climat. »
« Il avait raison mais je ne sais pas pourquoi. »
« Moi je pense qu'il avait tort sinon pourquoi la prof nous demanderait d'en débattre ! Mais comment peut-il avoir tort puisque c'est arrivé ? »
Le professeur s'aperçoit que cela ne va pas être facile de convaincre et se demande si le « modèle » qu'elle va présenter aux élèves ne va pas être contesté puisqu'ils parlent du réchauffement climatique, paramètre non pris en compte dans la simulation.

Première activité

Les questions suivantes sont proposées à la classe.

1) Une crue de la Seine analogue à celle de 1910 est qualifiée de « centennale ». L'avant-dernière crue centennale de la Seine s'est produite en 1910, la dernière en 2016 (dans les villes du sud Seine-et-Marne en tout cas).

Sur cette photo de l'échelle de Moret-sur-Loing (qui se situe vers le pont), que remarquez vous ?

Réponses des élèves

« Ils ont inscrit la crue de 2016 ! »

« 32 ans / 108 ans / 106 ans ça ne fait pas tous les 100 ans. »

« 17 / 18 / 19 / 20 il y a une grande crue par siècle. »

2) Pensez-vous qu'en 2002, Paris :
☐ avait **plus** de risque de subir la crue centennale qu'il y en avait en 1911 ;
☐ avait **moins** de risque de subir la crue centennale qu'il y en avait en 1911 ;
☐ n'avait **ni plus ni moins** de risque de subir la crue centennale qu'il y en avait en 1911 ;
☐ qu'on ne peut pas dire.

Réponses des élèves
(Ils sentent le piège !)
Deux élèves pensent qu'il y avait plus de risques.
Aucun ne pense qu'il y en avait moins.
12 pensent qu'il n'y en avait ni plus ni moins.
13 pensent qu'on ne peut pas le dire.

3) Par définition, une crue « centennale » a, chaque année, une chance sur 100 de se produire.

a) Si on voulait simuler l'arrivée d'une crue centennale à l'aide d'une roue de loterie, comment devrait-on partager cette roue ?

Pas de soucis particuliers pour trouver la démarche à faire, il faut trouver l'angle du secteur circulaire qui représentera une crue, utiliser la proportionnalité (pendant l'EPI la proportionnalité a été beaucoup travaillée).
Peu font un tableau, beaucoup prennent 1/100 de 360 degrés.

b) Donner d'autres moyens de simuler une crue centennale

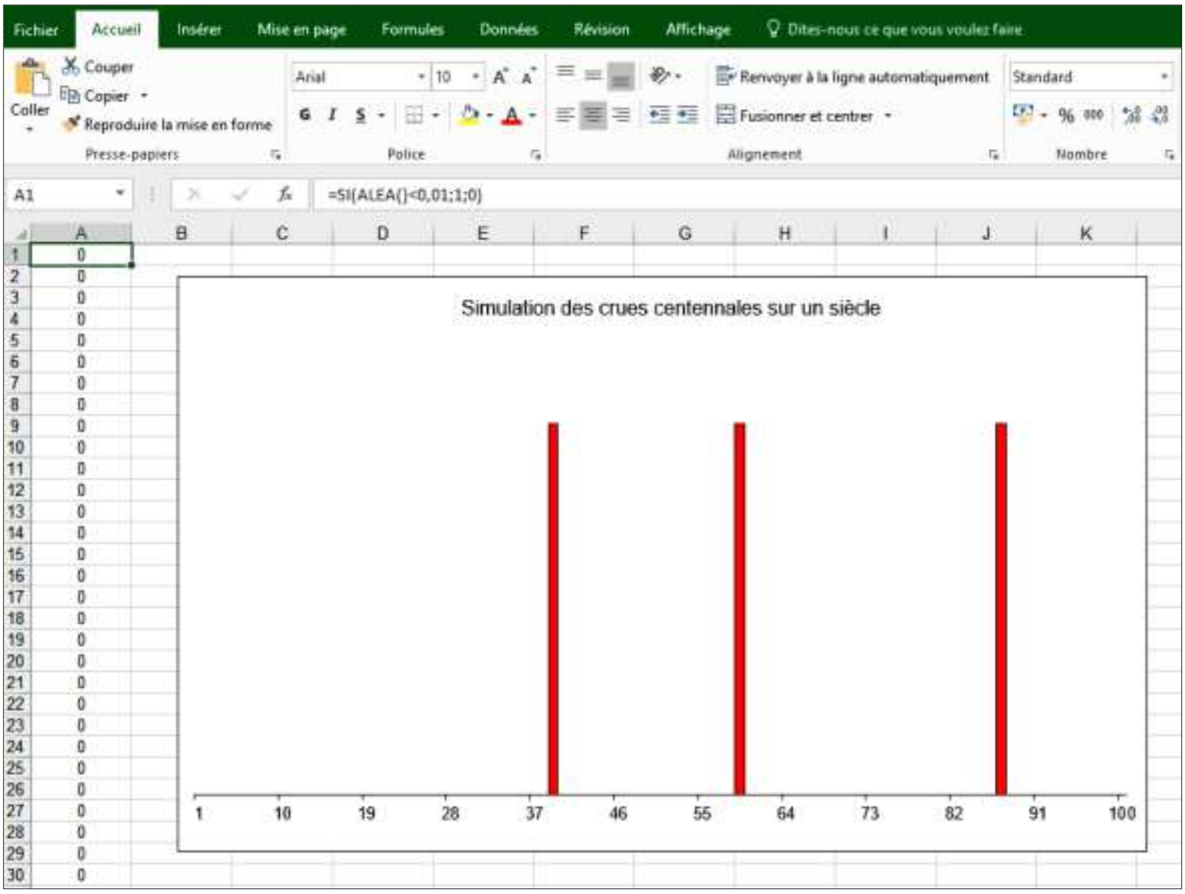
Une réponse donnée : avec deux dés de 10 faces et on a une crue dès que les deux 10 tombent.
Un élève a même pris sur son temps d'EPI pour créer une simulation sur Scratch (voir le fichier téléchargeable sur le site académique).

c) Voici une formule =SI(ALEA()<0,01;1;0) qui permet de simuler sur un tableur l'arrivée d'une crue centennale.

Sur une feuille de calcul, simuler en colonne A les crues centennales survenant durant un siècle. Réaliser une représentation graphique en utilisant le « type histogramme ».
Appuyer sur F9 pour effectuer de nombreuses simulations.
– A-t-on dans la grande majorité des simulations, une et une seule crue centennale par siècle ?
– Dans un siècle, avez-vous observé plusieurs crues centennales à quelques années d'intervalle ?

Réponses des élèves

Les élèves sont bien obligés de répondre non et oui à ces questions. Avec la touche F9, ils ont bien vu que plusieurs crues pouvaient tomber en un siècle, jusqu'à 5 ! Personne n'a eu 6 sur le temps impartis mais ils ont essayé longtemps. Ils ont vu aussi que certaines décennies il pouvait y avoir plusieurs crues centennales.
Le professeur ne voulait pas aller trop loin (par manque de temps) et a choisi de ne pas leur faire simuler sur un grand nombre de siècles, il le fera plus tard en classe à partir d'une simulation d'élève. (Voir ci-dessous). Il pourra par exemple, grâce à un grand nombre de simulations, estimer la probabilité qu'il y ait exactement une crue centennale un siècle donné, deux crues centennales… La valeur exacte étant fournie par la loi binomiale, qui est vue en première.



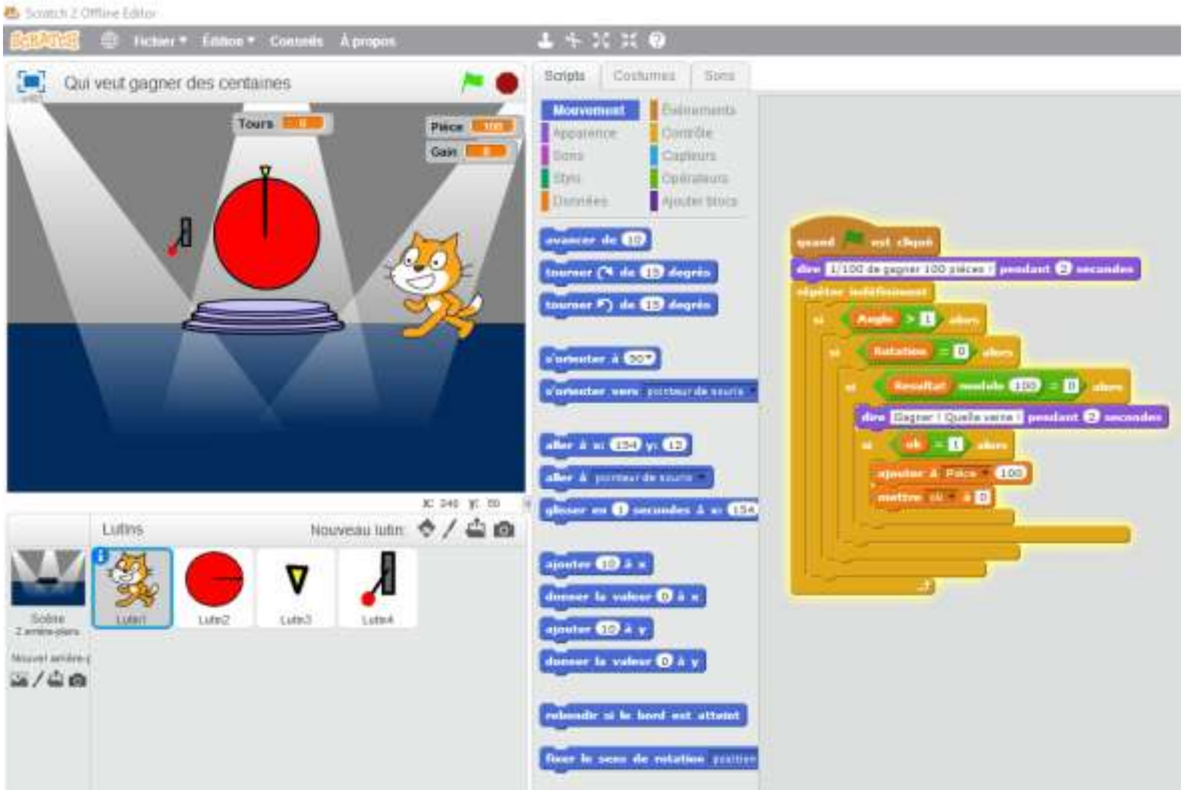
d) Souhaitez-vous modifier votre réponse à la question 2 ? Si oui, comment ?

Les élèves répondent qu'on ne peut donc rien prédire d'une année sur l'autre, le professeur parle d'« indépendance du passé ».
Certains élèves ont quand même redit qu'en 2002 le journaliste a eu tort de dire ça mais que finalement il avait quand même raison puisqu'en 2016 on a eu une crue centennale !

Idée d'« indépendance du passé » mais « non indépendance de l'avenir » ! (Mots d'élèves.)

Le professeur s'est rendu compte que la tâche proposée n'était pas facile pour les élèves mais nécessaire pour faire tomber les idées reçues. Le professeur a bien insisté sur le « **une chance sur cent en moyenne sans mémoire d'une année sur l'autre** ».
Mais les dires du journaliste n'ont pas été clairement contredits… certains élèves ont encore des doutes…
De plus le réchauffement climatique que l'on observe depuis un siècle et qui est bien présent dans la tête des élèves grâce à l'EPI sur la climatologie rend ce modèle aléatoire seulement valable jusqu'à la fin du 19e siècle. Les élèves se tournant vers l'avenir ont du mal à prendre ce modèle pour prédire les crues à venir.

Travail d'élève sur Scratch au sein de l'EPI



Deuxième séance

Cette séance se déroule quelques semaines après la précédente.
Le professeur propose en classe de reprendre la simulation d'un élève au hasard. Il rappelle la situation-problème. Son choix est de faire simuler cette fois l'apparition d'une crue dite centennale sur 250 siècles. Il veut grâce à un grand nombre de simulations, estimer la probabilité qu'il y ait exactement une crue centennale un siècle donné, deux crues centennales… La valeur exacte étant fournie par la loi binomiale, qui est vue en première.
Pour cela il pose les questions suivantes et envoie un élève sur le tableur.

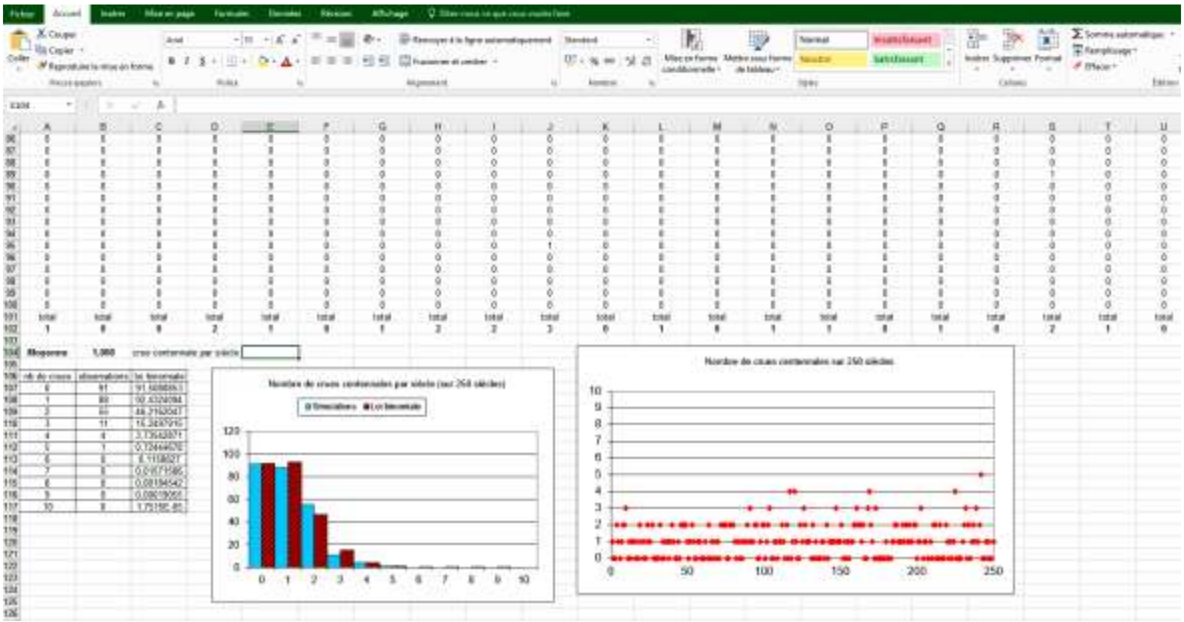
1) Si on fait la somme des 0 et des 1 de la colonne A, à quoi correspond cette somme ?
Discussion, ils trouvent sans aide.

2) Si on veut simuler 250 siècles, que faisons-nous ?
Discussion, ils trouvent sans aide.
Après sélection de la colonne A, on la recopie vers la droite jusqu'à la colonne IP pour simuler 250 siècles.

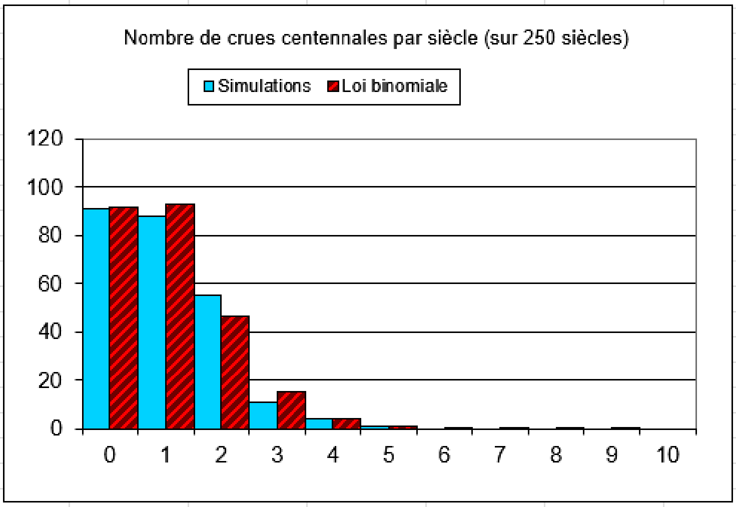
3) Si on veut calculer la moyenne du nombre de crues centennales par siècle comment le faisons-nous ?
Discussion et réinvestissement de la moyenne.
Calcul de la moyenne par la formule =SOMME(A102:IP102)/250.

4) Et si on effectue plusieurs fois F9. Que constatons-nous ?
Réponse des élèves : Ce nombre est toujours proche de 1, donc en moyenne sur 250 siècles on a bien une crue par siècle.

Rappelons que les élèves étaient très sceptiques devant les dires du journaliste, certains même lui donnaient raison. Donc pour la suite le professeur a choisi de dire aux élèves qu'il existe un moyen de modéliser la situation avec une loi mathématique. Il montre le dossier suivant :



nb de crues	observations	loi binomiale
0	91	91,5080853
1	88	92,4324094
2	55	46,2162047
3	11	15,2497915
4	4	3,73542871
5	1	0,72444678
6	0	0,1158627
7	0	0,01571586
8	0	0,00184542
9	0	0,00019055
10	0	1,7515E-05



Discussion sur ce tableau avec activation de la touche F9.
Les élèves constatent que les nombres de la colonne « observation » qui représentent le nombre d'apparition des crues sur 250 siècles varient autour d'un nombre « théorique » écrit dans la colonne de droite. (Certains veulent en savoir un peu plus sur ces nombres…).
Le professeur fait calculer les pourcentages d'apparition avec la valeur théorique (groupe de deux).

Nombre de crues	Pourcentage d'apparition en théorie
0	36,6 %
1	37 %
2	18,5 %
3	6,1 %
…	…

Les élèves trouvent donc qu'en « théorie » la probabilité qu'il y ait exactement une crue centennale par siècle est de 37 % environ. (Ils remarquent aussi que la probabilité qu'il n'y en ait pas du tout est d'environ 37 % aussi).
Et que donc (avec l'aide du professeur) dans la majorité des cas (63 %) on n'a pas une crue centennale par siècle !

Les élèves admettent donc que même si en moyenne on a une crue centennale par siècle on n'aura pas une crue centennale par siècle dans la majorité des cas ! Le journaliste ne peut donc pas dire en 2002 que depuis 1910 la probabilité d'avoir une crue centennale augmente d'année en année juste parce que presque un siècle s'est écoulé.

Ce que les élèves doivent retenir

Sur l'échelle d'un siècle, les réalisations d'un événement ayant, selon le modèle de la crue centenale, chaque année une chance sur 100 de se produire conduit à des observations très variables. La « moyenne », une fois tous les 100 ans, n'a de sens que pour un grand nombre de siècles.

Annexe

(Compléments de la classe de première.)
L'exercice suivant peut illustrer le chapitre sur la loi binomiale.

1) On désigne par X la variable aléatoire qui, pour un siècle au hasard, donne le nombre de crues centennales.
a) Montrer que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
b) Quel calcul peut justifier l'expression « en moyenne tous les cent ans » ?
2) a) Calculer à l'aide du tableur $P(X = 0)$; $P(X = 1)$; $P(X = 2)$; $P(X = 3)$.
b) Justifier que dans la majorité des cas, on n'a pas une crue centennale par siècle.
3) Qu'est-ce qui est faux dans la phrase du journaliste citée au début ?
Comment expliquez-vous son erreur ?

Éléments de réponse

1. a) On a la répétition de 100 épreuves aléatoires indépendantes (car chaque année la probabilité d'une crue est la même) avec deux issues possibles, crue centennale de probabilité 0,01 ou non, où X correspond au nombre total de crues.
Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}01$.
b) On a $E(X) = 100 \times 0{,}01 = 1$.
2. a) L'instruction =LOI.BINOMIALE(A2;100;0,01;FAUX) fournit les résultats suivants.

k	P(X=k)
0	0,36603234
1	0,36972964
2	0,18486482
3	0,06099917

b) On a $P(X \neq 1) \approx 0{,}63$.

LE DUC DE TOSCANE, PROBABILITÉS À LA LIAISON TROISIÈME-SECONDE

Aurélie HUILLERY-PERRIN
Lycée Albert Schweitzer, 93 Le Raincy

Kadir KÉBOUCHI
Collège André Malraux, 77 Montereau

Domaines (champs d'apprentissage)

D 1-3 : Utiliser le langage de probabilités.
D 3 : Exercer son esprit critique, faire preuve de réflexion.

Eléments du programme cycle 4

Comprendre et utiliser le vocabulaire lié aux notions élémentaires des probabilités.
Calculer des probabilités dans un contexte simple.
Faire le lien entre fréquence et probabilité.
Utiliser un tableur pour simuler une expérience aléatoire.

Type de tâche

Tâche à prise d'initiatives.

Compétences mobilisées

Modéliser.
Représenter.
Calculer.
Communiquer.

Niveau concerné

Troisième. Seconde.

Modalité

En classe.
Deux séances.
Travail en binôme en salle informatique.
Synthèse individuelle sous forme d'un devoir, d'une production écrite.

Enoncé : LE PARADOXE DU DUC DE TOSCANE

Les jeux de hasard ont joué un rôle très important dans la naissance des probabilités.
Au XVII^{e} siècle, Cosme de Médicis, Grand-Duc de Toscane, jouait souvent aux dés. À la cour de Florence, de nombreux jeux de société étaient alors pratiqués. Parmi ceux-ci, l'un faisait intervenir la somme des numéros sortis lors du lancer de trois dés. Le Duc de Toscane, qui avait sans doute observé un grand nombre de parties de ce jeu, avait constaté

que la somme 10 était obtenue légèrement plus souvent que la somme 9. Le paradoxe, que le Duc avait exposé à Galilée, réside dans le fait qu'il y a autant de façons d'écrire 10 que 9 comme sommes de trois entiers compris entre 1 et 6.
Expliquez ce paradoxe.

Coups de pouce possible : proposer un énoncé plus simple

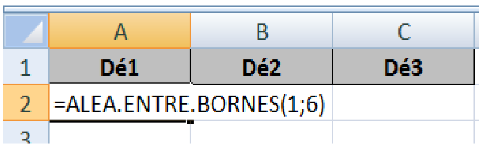
Le Grand-Duc de Toscane a remarqué qu'en lançant 3 dés et en additionnant les numéros, il obtenait plus souvent 10 que 9. Selon lui, il y a pourtant, autant de chances d'avoir 9 que 10 en additionnant 3 nombres (entiers) compris entre 1 et 6. Il n'arrive pas à comprendre pourquoi.
Aidez le Grand-Duc de Toscane à trouver l'erreur.

Compte rendu

Cette activité en classe, proposée à des élèves de collège et parallèlement à des élèves de lycée, a permis de favoriser la continuité et l'évolution des apprentissages de la classe de troisième à la classe de seconde générale et technologique.
Elle privilégie la prise d'initiatives et les échanges entre élèves des deux niveaux, encourage l'autonomie mais aussi le sens du travail collaboratif.
Pour valoriser le travail des élèves, la rédaction d'une solution participe au développement des compétences de communication écrite.

En classe de troisième

A l'exception de trois ou quatre élèves, l'énoncé n'a pas posé de problèmes particuliers.
Les élèves sont habitués à utiliser le tableur, notamment pour des simulations comme pour le lancer de deux pièces de monnaie et ont vite compris l'intérêt que peut leur apporter un logiciel de calcul. Des binômes se sont constitués. Ils ont donc modélisé le problème à l'aide d'une feuille de calcul.



	A	B	C
1	Dé1	Dé2	Dé3
2	=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)		

	A	B	C	D
1	Dé1	Dé2	Dé3	SOMME
2	6	6	5	=somme(A2:C2)
3	5	4	5	
4	4	1	6	
5	2	6	2	

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Dé1	Dé2	Dé3	SOMME			Face 9	Face 10
2	3	1	1	5		nombre d'apparitions	=NB.SI(D2:D101;9)	
3	1	6	4	11				
4	1	4	1	6				

Les fonctions « ALEA » et « SOMME » sont connues par tous les élèves, mais ceux-ci ne maîtrisent pas encore la fonction « NB.SI », ainsi que la touche « F9 » pour recommencer d'autres simulations.
Les binômes sont en autonomie. Le professeur passe dans les rangs, apporte des coups de pouce à la demande des élèves pour lever des blocages essentiellement dus à la maîtrise du tableur. L'activité est traitée en cours de formation, en fin de cycle 4. Les notions élémentaires de probabilités ont déjà été abordées.

En classe de seconde

Le travail a été fait en deux séances : une première en salle informatique puis une deuxième en classe entière pour le bilan théorique.

Première séance : la lecture de l'énoncé n'a pas posé de problème particulier. Certains élèves ont, dès le début, lancé quelques pistes de solution « pour faire 9 on a 3 – 3 – 3 … »
L'idée de la modélisation est arrivée relativement vite. L'utilisation du tableur pour simuler l'expérience a été introduite par le professeur car les élèves ont d'abord pensé à leur calculatrice scientifique.
Première séance sur le tableur dans l'année, les fonctionnalités pour la plupart ne sont pas maitrisées. Le professeur a dû intervenir souvent pour guider les élèves dans la construction de la feuille.

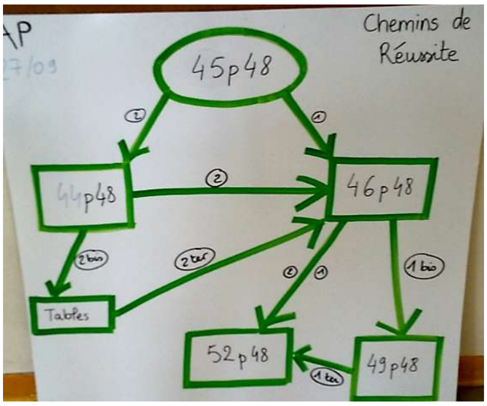
Deuxième séance : en classe entière, après un rapide bilan de la modélisation et un travail sur la stabilisation des fréquences et l'obligation dans cet exemple de prendre « n grand » on se lance dans le calcul de la probabilité d'obtenir la somme 9 et d'obtenir la somme 10.
On énumère les 6 façons différentes d'obtenir 9 et 10 comme la somme de 3 entiers compris entre 1 et 6. Les élèves comprennent vite que l'« erreur » provient de la « similitude » des triplets comme 1 + 2 + 6 et 1 + 6 + 2 , 2 + 6 + 1 …
On travaille alors sur un tableau, extrait *de Le Opere de Galileo Galilei, Firenze, 1855. Vol XIV, p293 – 316 (texte original, Mss Palatini. Par VI., Tome3)*

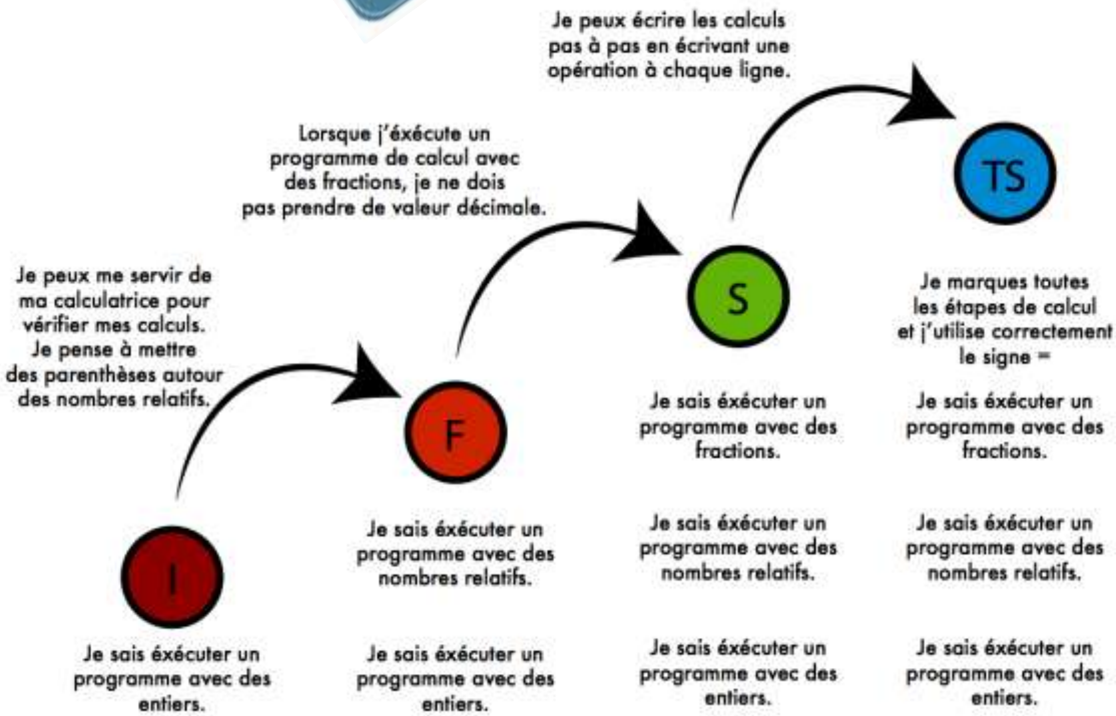
	10		9		8		7		6		5		4		3	
1 3	6-3-1	6	6-2-1	6	6-1-1	3	5-1-1	3	4-1-1	3	3-1-1	3	2-1-1	3	1-1-1	1
6 10	6-2-2	3	5-3-1	6	5-2-1	6	4-2-1	6	3-2-1	6	2-2-1	3				
15 21	5-4-1	6	5-2-2	3	4-3-1	6	3-3-1	3	2-2-2	1						
25 27	5-3-2	6	4-4-1	3	4-2-2	3	3-2-2	3								
	4-4-2	3	4-3-2	6	3-3-2	3										
108 108	4-3-3	3	3-3-3	1												
216		27		25		21		15		10		6		3		1

Le calcul des probabilités n'a ensuite posé aucun souci.

Bilan : cet exemple historique a beaucoup plu aux élèves, qui sont souvent revenus dessus au cours de l'année. La partie « théorique » n'a pas posé de souci particulier. En revanche, la non maitrise des fonctionnalités du tableur a parfois « parasité » la compréhension de la modélisation.

V – ACCOMPAGNEMENT, DIFFÉRENCIATION, JEUX SÉRIEUX, ÉVALUATION





LES CHEMINS DE RÉUSSITE

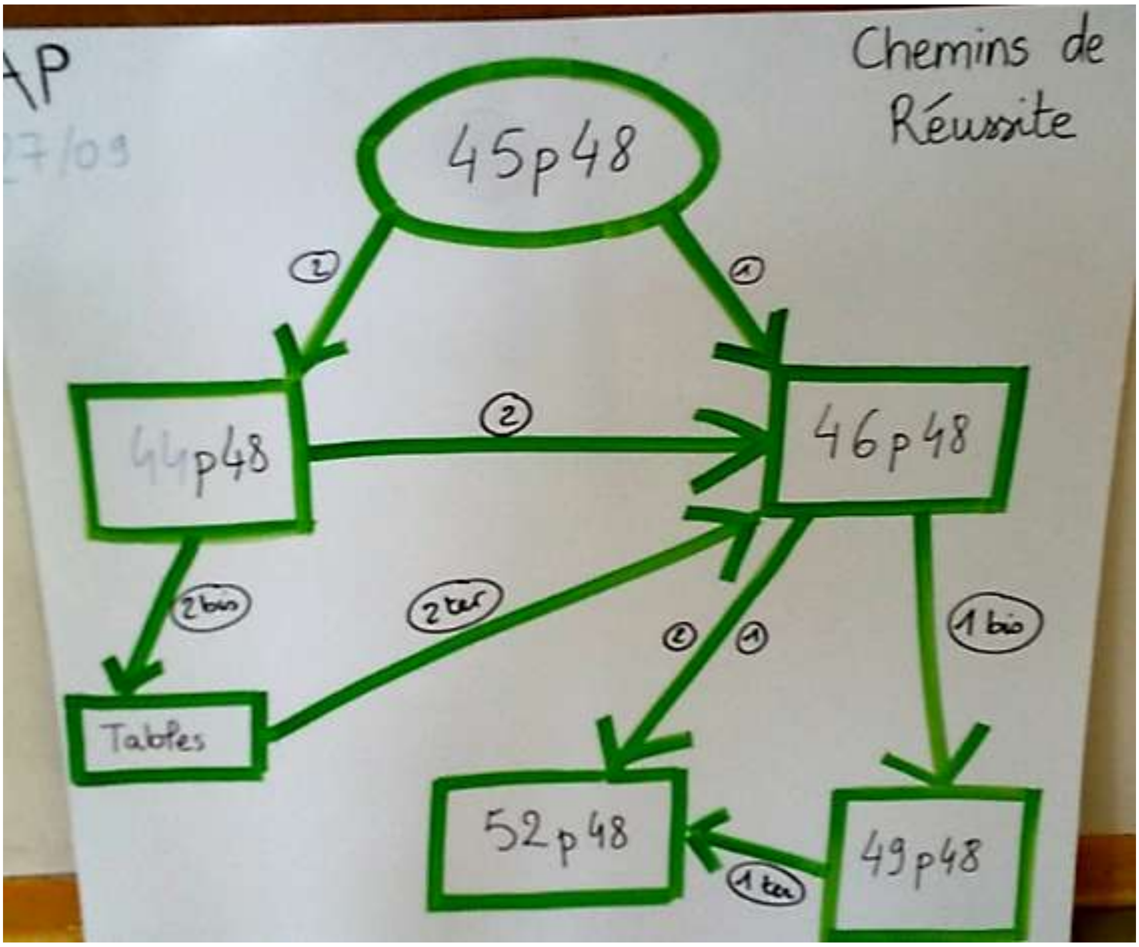
Christine CORNET
Collège Alfred Sisley, 77 Moret-Sur-Loing

Martine BRUNSTEIN
Collège Du Parc, 94 Sucy-En-Brie

Retour d'expérience : les chemins de réussite, un moyen de faire de l'aide personnalisée en classe entière.

Christine CORNET

Toute l'année et dans toutes mes classes à raison d'environ une fois tous les quinze jours, une séance est entièrement consacrée aux chemins de réussite.
J'ai un petit tableau amovible que je place sur le tableau blanc avant que les élèves ne rentrent dans la salle.



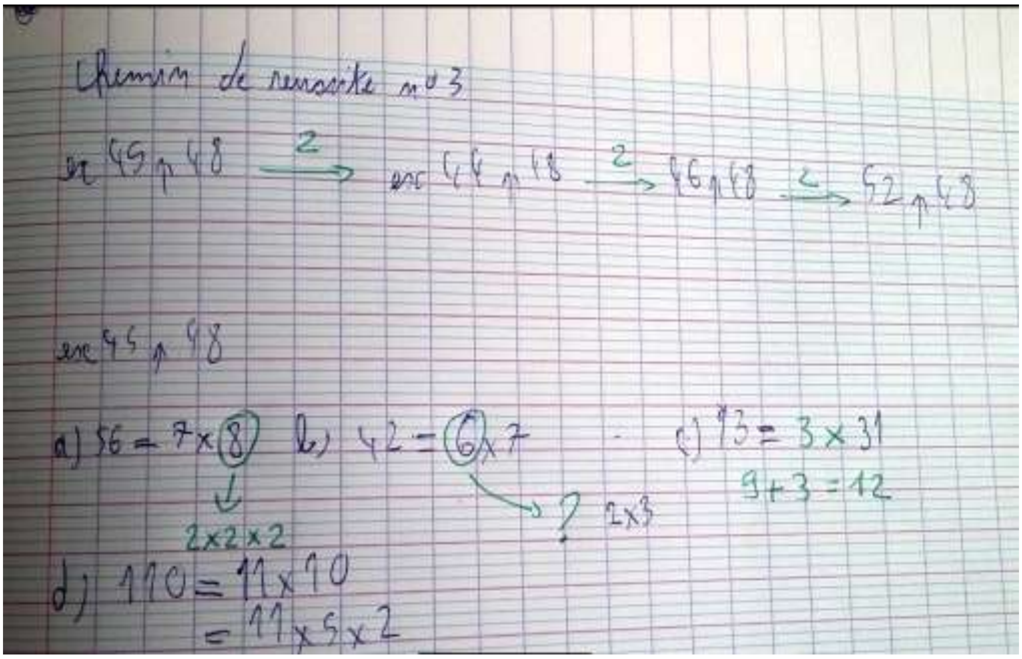
Quand ils voient ce tableau cela veut dire qu'ils vont avoir une séance personnalisée d'exercices.
Le rituel impose donc que l'on s'installe rapidement on sort son livre, son cahier d'exercices et on commence l'exercice qui est noté dans la première bulle.

En attendant la correction au tableau (pour tous) du premier exercice. Le professeur passe dans les îlots et guide l'élève vers le chemin 1 si l'exercice est compris, vers le chemin 2 sinon. Le chemin 2bis dirige l'élève qui a des difficultés vers un exercice plus « facile » (ici le chemin l'emmène vers la révision des tables de multiplication car il fallait décomposer en produit de facteurs premiers 45, 65, 34 et 48). Quand le professeur est passé voir tout le monde, il stoppe les travaux et on institutionnalise la façon de « bien rédiger » le premier exercice, ensuite les élèves reprennent…
Le chemin 1bis (voir image) emmène les élèves plus autonomes vers une tâche complexe (ici ex 49 p 48), je dis en plaisantant qu'ils se « garent » le long du chemin (de réussite) pour attendre les autres.
Dix minutes avant la fin de la séance, on fait tous ensemble l'exercice qui se trouve au bout des deux chemins (ici le 52 p 48), la correction peut se faire la séance d'après, dans ce cas l'exercice fait partie des devoirs à faire hors la classe.

Avantages

- Pas besoin de feuille d'exercices polycopiée, un choix pertinent dans le manuel suffit.
- Plus de séances d'exercices en classe entière où tout le monde fait le même exercice. Les élèves rapides ne s'ennuient plus, ceux qui sont plus en difficulté sont motivés pour emprunter le chemin « de droite ».
- Très bon moyen de voir tous les élèves un par un, et de leur apporter de l'aide personnalisée.
- Tous les élèves sont occupés, et travaillent en fonction de leur compétence et à leur propre vitesse.
- L'essentiel est que tous les élèves aient fait et compris le premier et le dernier exercice en passant par des chemins différents.
- Le professeur a une vue d'ensemble sur les capacités de ses élèves telles que l'autonomie, la prise d'initiative.
- Une dynamique de groupe est mise en place, on s'entraide, on s'attend, on se suit.

Cahier d'un élève : (en vert écriture du professeur)



Inconvénients

- Les élèves ont du mal à patienter quand ils ont fini leur exercice, le professeur doit alors expliquer que le bon déroulement de la séance dans le calme et l'apprentissage de la

patience est l'intérêt de tous. Les élèves ne veulent pas revenir à une séance d'exercices traditionnelle.
- Seuls deux exercices sont « correctement » rédigés dans le cahier mais c'est le choix de l'enseignant. Les autres exercices sont validés (ou annotés) lors du passage du professeur.
- Si la classe est organisée de façon traditionnelle et non en îlots, le passage du professeur est moins rapide. La disposition en îlots permet une vue d'ensemble sur quatre cahiers en même temps.

Des chemins de réussite en trigonométrie

Martine BRUNSTEIN

<u>Exercices proposés dans le Transmaths 2012 3ème</u> (manuel utilisé en classe)

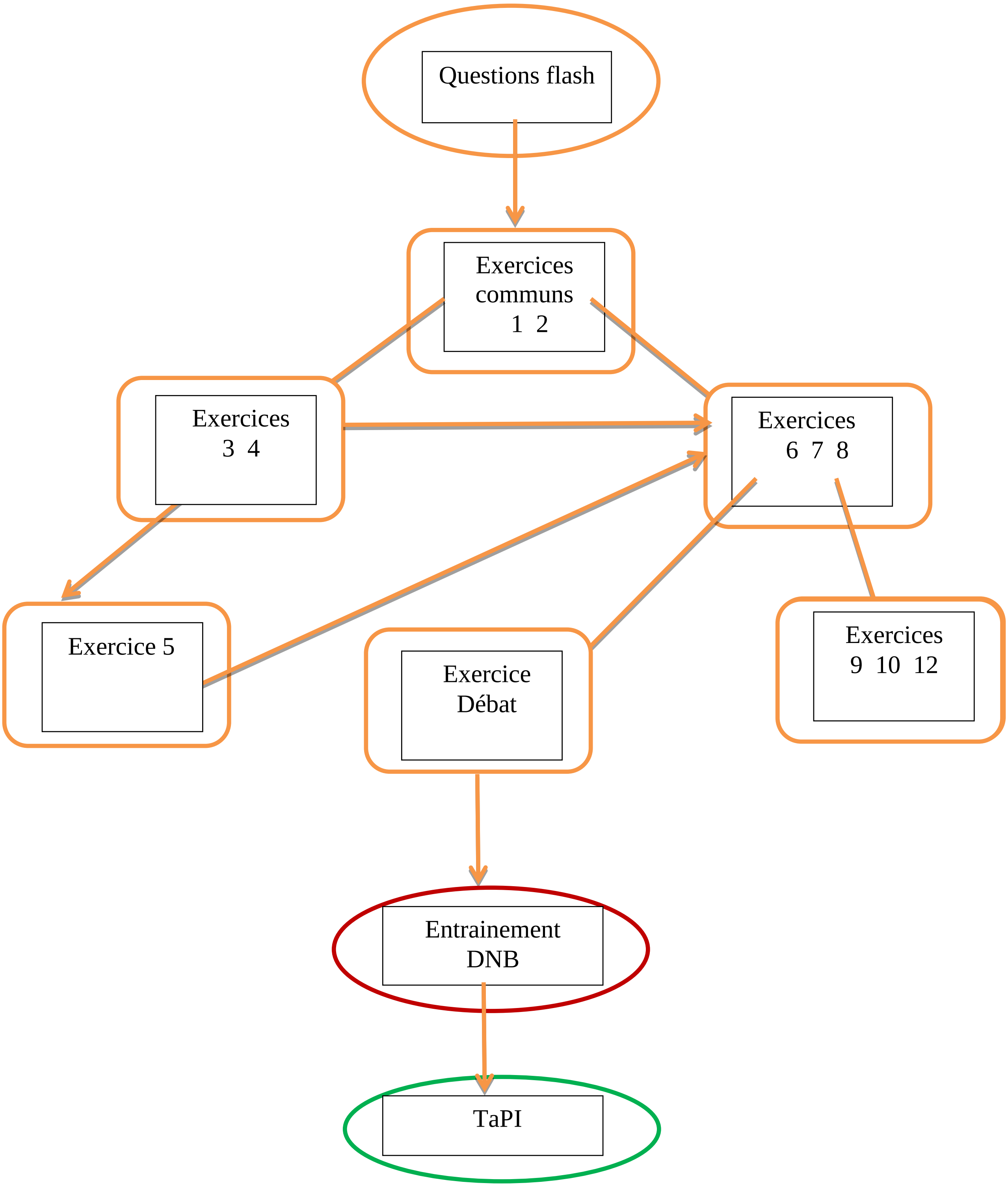
Dès le début de l'année, j'ai instauré un rituel : à l'entrée en classe, les élèves notent le travail demandé pour la séance suivante dans leur agenda puis ils sont mis tout de suite en activité avec un exercice très rapide permettant de réinvestir des notions ou de réactiver des mécanismes.
Dans le cas de cette séance, on anticipe les erreurs sur les quotients manipulés lors de l'utilisation des formules de trigonométrie. Ces mécanismes ont déjà été travaillés dans le chapitre du théorème de Thalès et sont travaillés régulièrement.

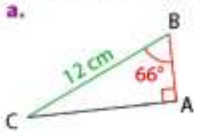
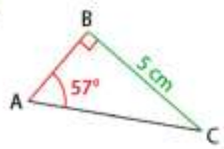
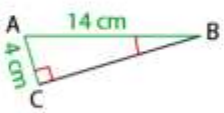
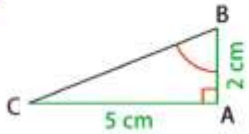
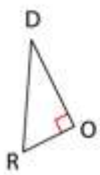
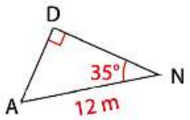
Questions flash

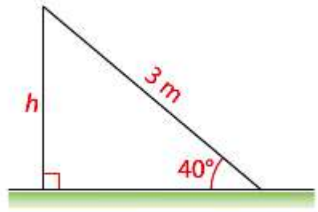
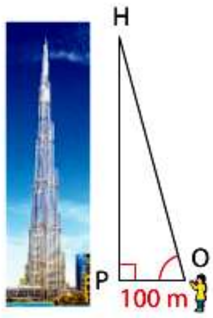
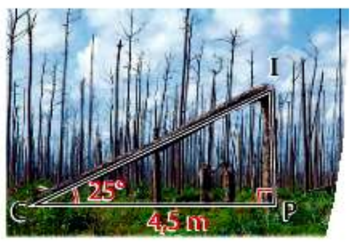
Trouver le nombre manquant dans ces égalités.
a) $8 = 6 / a$; b) $y / 3 = 0{,}5$.

Cette séance se déroule après avoir mis en place la leçon de trigonométrie et quelques exemples ont été rédigés de manière collégiale. Cette séance sera une séance d'exercices plus individualisés. Les élèves sont répartis comme à chaque heure de cours en îlots hétérogènes. Les chemins de travail sont affichés au tableau.
Des exercices, deux ou trois, sont proposés à tous. Pendant le temps de recherche individuelle, les élèves qui ne connaissent pas la leçon ou qui ont du mal à utiliser la bonne formule sont repérés. Il est conseillé de rechercher l'information dans son classeur, de trouver des exercices similaires, de consulter le livre mis à disposition.
Le professeur circule facilement entre les îlots, guide vers les exemples faits ensemble ou réexplique un point précis de la leçon et valide les résultats au fur et à mesure à la demande des élèves. Il est conseillé de ne pas attendre la validation pour se mettre à réfléchir à un autre exercice.
Les exercices sont alors indiqués au fur et à mesure individuellement aux élèves.
Le temps d'entraide étant mis aussi en place, la vérification des résultats et des formules peut être faite par les élèves entre eux au sein d'un même îlot. La correction de certains exercices peut être projetée après un laps de temps ne serait-ce que pour une mise en commun des compétences à mettre en valeur dans son travail.
Cette série d'exercices doit permettre aux élèves d'aborder un exercice d'entraînement au DNB.
Les connaissances et les compétences travaillées lors de cette série d'exercices peuvent permettre d'être confronté à une situation plus complexe tel que l'exercice sur l'accessibilité ou le saut à ski. Ces exercices ne sont pas nécessairement présentés en continuité du chapitre mais peuvent être proposés dans le temps en décalage pour réactiver cette leçon.

Le décalage entre les productions des élèves peut être très important mais il est toujours surprenant de constater que même les plus en difficulté vont se mettre à discuter de maths avec leurs voisins et que ceux-ci vont essayer de leur expliquer. Certains « tutorats » peuvent ainsi s'établir et perdurer dans d'autres activités.
Ces chemins de réussite ou chemins de travail permettent d'utiliser le manuel mais peuvent être créés sur des fiches d'exercices spécifiques. En voici un exemple sur la trigonométrie.



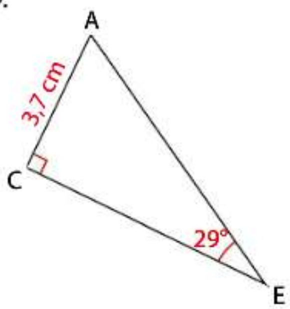
Exercices communs donnés à tous permettant un diagnostic.	**Exercice 1** Dans chaque cas, expliquer comment on peut calculer la longueur AB. **a.**  **b.**  **Exercice 2** Dans chaque cas, expliquer comment on peut déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. **a.**  **b.** 
Exercices pour aider au repérage des différents éléments de la leçon, qui permettent de s'approprier les formules.	**Exercice 3** TBI est le triangle rectangle ci-dessous. Recopier et compléter. • L'hypoténuse est … . • Le côté adjacent à l'angle $\widehat{TBI}$ est … . • Le côté opposé à l'angle $\widehat{TBI}$ est … . Donc $\cos\widehat{TBI} = \frac{\dots}{\dots}$, $\sin\widehat{TBI} = \frac{\dots}{\dots}$ et $\tan\widehat{TBI} = \frac{\dots}{\dots}$.  **Exercice 4** Recopier et compléter. Dans le triangle DOR rectangle en O : **a.** $\sin\widehat{RDO} = \frac{\dots}{\dots}$ **b.** $\cos\dots = \frac{OD}{DR}$ **c.** $\dots\ \widehat{DRO} = \frac{OD}{OR}$ **d.** $\dots\ \widehat{RDO} = \frac{\dots}{OD}$  **Exercice 5** ADN est le triangle rectangle ci-dessous.  **1. a.** Que représente le côté [AD] pour l'angle $\widehat{AND}$? **b.** Calculer la longueur DA et donner son arrondi au cm. **2. a.** Que représente le côté [ND] pour l'angle $\widehat{AND}$? **b.** Calculer la longueur ND, puis donner son arrondi au cm.

	Exercice 6 Pour battre le record du monde du plus long saut en rollers, Taïg Khris s'est élancé sur une rampe dont la partie plane mesurait 40 m de long pour une hauteur de 9 m. Déterminer la valeur approchée par défaut au degré près de la mesure de l'angle entre la rampe et l'horizontale. 
	Exercice 7 Une famille souhaite installer un toboggan dans son jardin. La descente a une longueur de 3 m et forme un angle de 40° avec le sol.  Quelle est la hauteur *h* de ce toboggan ? Donner l'arrondi au cm.
	Exercice 8 La tour Burj Khalifa, la plus haute du monde, a été inaugurée en 2010, à Dubaï (Émirats Arabes Unis). Une personne de 1,65 m, située à 100 m de la tour, mesure $\widehat{HOP} = 83{,}1°$ (O représente son œil). Calculer l'arrondi au mètre de la hauteur de cette tour. 
	Exercice 9 Un arbre a été cassé lors d'une tempête. Un forestier a pris des mesures : – distance entre le pied de l'arbre et sa cime : PC = 4,5 m ; – mesure de l'angle entre le sol et l'arbre : $\widehat{ICP} = 25°$.  Calculer l'arrondi au dm de la hauteur de l'arbre avant la tempête.

<table>
<tr>
<td>Prise d’initiative : faire un schéma (modéliser).</td>
<td>Exercice 10

Un funiculaire permet de monter au sommet de la butte Montmartre à Paris. D’une longueur de 108 m, la voie a un angle d’élévation de 19,5° par rapport à l’horizontale. Déterminer une valeur approchée au mètre près de la différence d’altitude entre la gare d’arrivée et la gare de départ.
</td>
</tr>
</table>

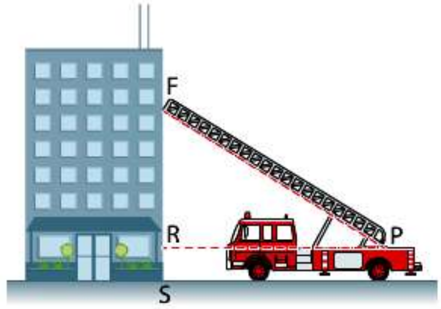
<table>
<tr>
<td>Exercice débat.

En groupe, de manière collégiale, à l’oral.</td>
<td>Exercice 11
Axel : « Le périmètre de ce triangle est strictement inférieur à 18 cm ».

Manon : « Tu as tort, son périmètre est strictement supérieur à 18 cm ».
Qu’en pensez-vous ?</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Exercice 12
En France, la pente maximale autorisée pour une route à une voie de circulation est de 15 %, soit un angle d’élévation maximum de 8,5° par rapport à l’horizontale.
Cette partie rectiligne d’une route est-elle conforme à la législation française ?
</td>
</tr>
</table>

Exercice donné à tous :
– en bilan ;
– en évaluation.

Exercice entrainement au DNB

Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre F située à 18 mètres au-dessus du sol en utilisant leur grande échelle [PF]. Ils doivent prévoir les réglages de l'échelle. Le pied P de l'échelle est situé sur le camion à 1,5 m du sol et à 10 m de l'immeuble.



RP = 10 m
RS = 1,5 m
FS = 18 m

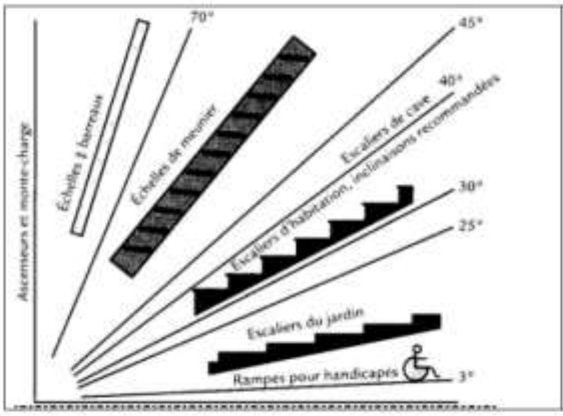
a. Déterminer la longueur RF.
b. Déterminer l'angle que fait l'échelle avec l'horizontale, c'est-à-dire $\widehat{FPR}$, arrondi à l'unité.
c. L'échelle a une longueur maximale de 25 mètres. Sera-t-elle assez longue pour atteindre la fenêtre F ?

DNB

TaPI (Tâche à Prise d'Initiative) 1

Donnée à tous (travail de groupe, DM qui peut-être débuté en classe, évaluation…).

Accessibilité pour tous :



http://www.dginox.com/medias/album/2011-02-10-17-00-01.jpg

A l'entrée d'un centre commercial, on a aménagé une rampe en béton pour faciliter l'accès aux personnes handicapées. Cette rampe fait 2,75 m de longueur et elle permet de franchir une marche de 12cm de hauteur.
Si vous faisiez partie de la commission d'homologation pour l'ouverture de centre commercial et en vous aidant du document fourni ci-dessus donneriez-vous votre accord ?

TaPI 2

Enoncé :

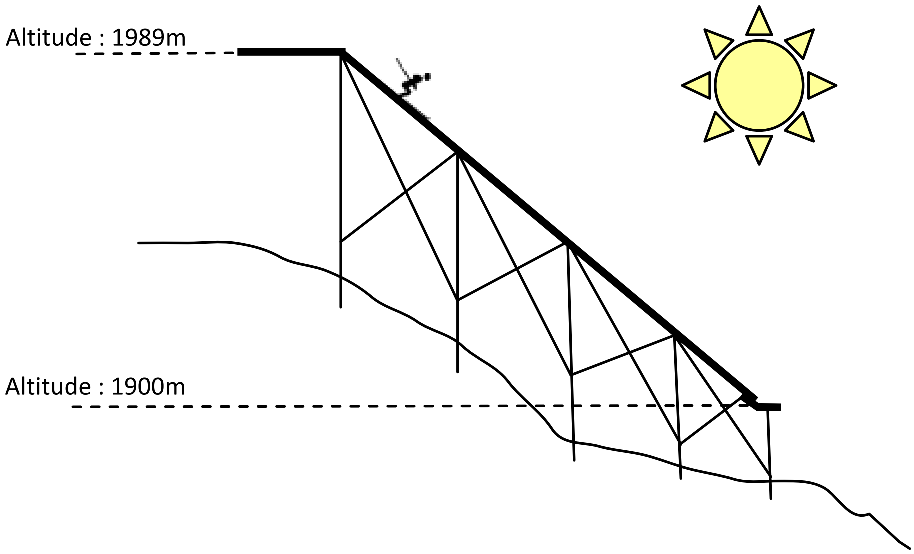
Lors d'une compétition de ski, un présentateur annonce au micro :

« Le skieur a dévalé la piste d'élan en 5 secondes.

Sa vitesse moyenne sur cette longueur est au moins de 70 km/h. »

Question :

Cette dernière affirmation du présentateur est-elle vraie sachant que l'inclinaison est de 45° ?



JOUER EN ACCOMPAGNEMENT PERSONNALISÉ AVEC MATH SPEED ET MATH'S UP

Loïc ASIUS
Collège Liberté, 93 Drancy

Nicolas LEMOINE
Collège Liberté, 93 Drancy

Cyril MICHAU
Collège International, 93 Noisy-le-Grand

Les jeux que nous présentons sont des adaptations disciplinaires de jeux existants. Il s'agit de *MathSpeed* et *Math's up* qui sont issus respectivement des jeux « Jungle Speed » et « Time's Up ».
Ce choix nous a semblé pertinent comme support car ce sont des jeux que l'on retrouve parfois en fin d'année et qui sont bien connus des élèves.
L'ensemble des documents présentés dans cet article sont proposés, enrichis et diffusés lors du stage « Comment augmenter l'attractivité des mathématiques » (MAT2303). Les précédents stagiaires ont pu prendre les rôles de joueurs et de créateurs de cartes, ainsi un travail de création et de mutualisation de ressources a pu être mené, travail qui a permis de très vite enrichir le jeu.

Présentation du cadre général

Jouer s'inscrit de façon pertinente dans le cadre de séances en AP.
Les élèves sont répartis en îlots et le professeur navigue d'îlot en îlot afin d'éclaircir les interrogations sur les notions rencontrées. Ce travail dans le cadre du jeu passe mieux auprès des élèves et permet de consolider et d'ancrer leurs connaissances sur des domaines mathématiques variés et abordés au cours de leur scolarité.
Il s'agit en effet de mener un travail de consolidation de connaissances avec la possibilité de différencier en faisant créer aux élèves d'autres cartes. Cet enrichissement du contenu des jeux permet aux élèves, même ceux en difficulté, de prendre part à une pratique mathématique différente mais bien réelle. En effet, les élèves doivent mener une réflexion sur ce qui leur fait penser à telle ou telle notion mathématique et ce travail d'association d'idées les aide à mémoriser les notions, à les ancrer pleinement dans un savoir mathématique plus vaste.
Une telle activité n'est certainement pas dénuée d'intérêt et les apports sont multiples pour tous les élèves.

COMPÉTENCES MOBILISÉES Communiquer Chercher/Raisonner: Aussi bien en temps que joueur que créateur
NIVEAU CONCERNÉ Tous les niveaux de cycle 4
MODALITÉS En classe entière en Accompagnement Personnalisé (AP) ou en demi-groupe.

Pourquoi ces jeux ?

Ces jeux sont complémentaires puisqu'ils ne font pas travailler les élèves avec les mathématiques de la même façon.
Le jeu *MathSpeed* permet de travailler la rapidité sur le principe des activités flash.
Les élèves travaillent principalement les compétences *Chercher* dans la mesure où ils doivent extraire des cartes les informations utiles pour gagner et *Calculer* puisque de nombreuses cartes sont liées aux écritures fractionnaires, nombres décimaux et au positionnement de ces nombres sur une droite graduée. Ce type d'activité a pour but de créer des automatismes par association d'idées : les élèves doivent associer des représentations différentes d'un même objet mathématique.
Le jeu *Math's up* quant à lui permet aux élèves de s'exprimer sur des notions mathématiques, de poser leurs propres mots afin de donner une description la plus fidèle possible de l'objet mathématique observé. Ce jeu fait également travailler la mémoire sur les définitions de chacune des notions mathématiques abordées dans les cartes.
Le professeur voit ainsi les représentations des élèves, leur appropriation des notions et peut éventuellement déconstruire avec eux ces dernières lorsqu'elles sont erronées. La compétence *Communiquer* est donc au cœur du jeu et cette activité ludique est un moyen efficace de co-construire les notions mathématiques en faisant mettre des « mots d'élèves » sur ces notions.

Les règles des jeux

Règles du jeu Math'S UP!

BUT DU JEU

Math'S UP! est un jeu qui se joue en classe de la 6ème à la 2nde. Il se joue en 3 manches avec 2 équipes ou plus.
Le but est de deviner des expressions mathématiques. L'équipe qui totalise le plus de points à l'issue de la partie à gagné.

CONTENU

69 cartes représentant 138 expressions liées aux mathématiques.
Une montre ou un chronomètre pour contrôler le temps.
Une feuille et un crayon pour noter les scores.
L'index des mots de vocabulaire pour effectuer une remédiation.

CONSTITUTION DES ÉQUIPES

Il faut tout d'abord constituer des équipes. Vous pouvez en faire 2 ou plus, à vous de choisir. Idéalement il faut que les équipes soient composées du même nombre de joueurs, mais il est accepté qu'il y ait un joueur d'écart.

MISE EN PLACE DU JEU

Prenez 30 cartes au hasard et distribuez-les entre les joueurs. Complétez pour que chaque joueur ait le même nombre de cartes. Distribuez ensuite deux cartes supplémentaires à chaque joueur.

Chaque carte comporte 2 couleurs (bleue ou jaune), choisissez une des couleurs : ce sera avec elle que vous jouerez toute la partie !
Chaque joueur regarde en secret ses cartes et retire 2 cartes de son choix qui sont ensuite rangées, elles ne serviront plus de la partie. Regroupez les cartes sélectionnées et mélangez-les. Ce paquet forme ainsi la pioche. Il faut ensuite désigner un joueur qui commence (selon le critère de choix que vous voulez !), il sera l'orateur pour ce début de partie.

DÉROULEMENT DE PARTIE
Une partie de joue en 3 manches. Chaque équipe joue à son tour, les autres joueurs sont spectateurs et doivent ne rien dire. Le joueur à la droite de l'orateur est responsable du temps. Il lance le chronomètre en disant : « C'est parti ! ». L'orateur a alors 40 secondes pour faire découvrir un maximum de cartes à son équipe.

Première manche
Lors de la première manche, l'orateur va tenter de faire deviner le plus de cartes possibles aux membres de son équipe. Pour cela il peut parler librement, les coéquipiers peuvent proposer autant de réponses qu'ils le souhaitent. Dès que la carte est devinée, l'orateur la pose face visible devant lui. L'orateur peut passer des cartes (autant qu'il le veut), pour cela il les pose face cachée à côté de la pioche.
Dès que le temps est écoulé, on dit « Math'S UP ! ». Le tour de l'équipe s'arrête. La carte en cours est remise sur le dessus de la pioche, toutes les cartes devinées sont conservées par l'équipe. Elles ne servent plus pour cette manche-ci.
Toutes les cartes face cachée sont rassemblées et ajoutées à la pioche qui est mélangée pour l'orateur suivant.
On passe à l'équipe suivante. L'orateur devient le responsable du temps et le joueur placé à sa gauche devient l'orateur.
On continue ainsi jusqu'à ce que la pioche soit épuisée. La manche est alors terminée. Chaque équipe compte le nombre de cartes qu'elle a devinées, ces points sont notés sur une feuille.
Ensuite chaque équipe lit à voix haute les expressions qu'elle a trouvées.

Deuxième manche
La deuxième manche est identique à la première, exception faite des changements suivants :
– l'orateur ne peut plus dire qu'un seul mot par carte ;
– l'équipe de l'orateur ne peut donner qu'une seule proposition par carte.
En cas de bonne proposition, l'orateur pose la carte face visible devant lui. En cas de mauvaise proposition, il la pose face cachée à côté de la pioche et retourne la carte suivante.
À la fin du tour, toutes les cartes face cachée sont rassemblées, ajoutées à la pioche pour l'orateur suivant.
Le calcul final est identique à celui de la première manche.
L'orateur suivant débute la troisième manche après une relecture des mots.

Troisième manche
La troisième manche est identique en tout point à la deuxième excepté que l'orateur n'a plus le droit de parler. Il peut simplement mimer, fredonner un chanson et effectuer des bruitages.
Nous vous conseillons de vous mettre debout lorsque vous êtes l'orateur.

Condition de victoire
À l'issue de trois manches, l'équipe qui totalise le plus de points remporte la partie.

Règles du jeu MathSpeed

BUT DU JEU

MathSpeed est un jeu qui se joue en classe de la 6ème à la 2nde, c'est un jeu d'observation et de rapidité.
Le but du jeu est de se débarrasser le plus vite possible de ses cartes.

CONTENU
Le jeu comprend des cartes mathématiques et plusieurs cartes « spéciales ». Mis à part ces dernières, chaque carte est unique. Il n'existe donc pas deux cartes du même symbole avec la même couleur.
Le jeu comprend également un totem (un tube de colle par exemple).

MISE EN PLACE DU JEU

Au début de la partie, les 80 cartes sont équitablement distribuées aux joueurs, faces cachées. Le totem est placé au milieu de la table.
Les joueurs ne jouent qu'avec une seule main pour retourner les cartes et attraper le totem, l'autre ne doit jamais intervenir.
Tour à tour, chaque joueur retourne une carte de sa main et la retourne sur la table, devant lui, formant un tas face visible. Les joueurs doivent être attentifs car il y a des pièges et doivent réagir rapidement dans les cas suivants :
- Lorsque 2 joueurs ont devant eux des cartes avec un symbole représentant la même grandeur mathématique, mais exprimée dans une représentation différente (exemple : la fraction un quart et l'écriture « un quart »), il y a duel. Le premier qui attrape le totem gagne le duel. Le perdant reprend en main les cartes jouées sur la table par l'adversaire ainsi que ses propres cartes puis il recommence à jouer.

Lorsque deux personnes attrapent le totem en même temps, le vainqueur est celui qui a le plus grand nombre de doigts en contact avec le totem. En cas d'égalité, le vainqueur est celui qui a la main en dessous.
- Les joueurs qui ne sont pas en duel ne peuvent pas attraper le totem. Si un joueur prend le totem par erreur ou s'il le fait tomber, il y a malédiction : il doit reprendre en main toutes les cartes jouées sur la table.

Cas particuliers :
Deux duels apparaissent en même temps : celui qui s'empare du totem remporte son duel et le deuxième est annulé.
Lorsque 3 personnes ou plus ont la même carte : les perdants de la manche se partagent les cartes du gagnant ou le gagnant décide de répartir comme il le souhaite ses cartes (et celles du pot) entre les

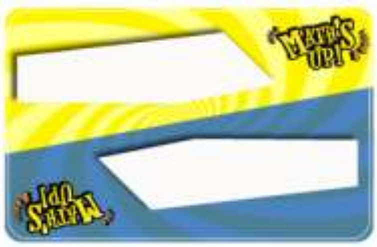
perdants du duel.
Une fois les cartes du perdant rangées, c'est à lui de reprendre le jeu.

- Avec la carte « Flèches vers l'intérieur », tous les joueurs doivent attraper le totem. Le premier qui l'a en main peut placer ses cartes jouées sous le totem. Elles seront offertes au prochain perdant d'un duel, ou à la prochaine victime d'une malédiction.
- Avec la carte « Flèches vers l'extérieur », tous les joueurs doivent retourner une carte simultanément. Si des duels apparaissent, ils se jouent comme précédemment.

Condition de victoire
Le gagnant de la partie est celui qui s'est débarrassé en premier de toutes ses cartes. Un joueur qui n'a plus de carte en main n'en retourne plus quand vient son tour, mais participe toujours aux duels.
Cas particuliers :
Si la dernière carte retournée par un joueur est la carte *Flèche vers l'Intérieur* et qu'il ne s'empare pas du totem, il ramasse toutes les cartes retournées en jeu et rejoue.
Si la dernière carte retournée par un joueur est la carte *Flèche vers l'Extérieur*, il a gagné. Il place ses cartes au « pot » et les autres peuvent continuer à jouer.

Les élèves passent de « joueurs » à « concepteurs »

Même s'il est vrai que les élèves construisent, consolident leurs savoirs mathématiques en jouant à ces jeux, cela l'est d'autant plus lorsqu'on demande aux élèves de devenir créateurs.
La création de cartes se rapportant aux jeux mentionnés précédemment incite les élèves à avoir une position différente de celle du joueur. Ils doivent prendre du recul sur le jeu, sur les notions mathématiques et parvenir à organiser leurs connaissances afin de créer. On peut assimiler ce type de tâche à des tâches à prise d'initiative ludique.



Dans le cadre du Math's UP, les élèves doivent dresser une liste de mots mathématiques, un lexique complet sur une notion du programme qu'ils ont choisie. A chacun des mots auxquels ils ont pensé, ils doivent associer une brève définition ou explication permettant d'identifier le plus clairement possible le mot en question. Bien entendu, les élèves peuvent faire appel au professeur afin d'être le plus rigoureux possible dans le vocabulaire employé. Là encore, le travail de groupe est un atout car il permet le débat autour des notions mathématiques et fait travailler l'oralisation des notions mathématiques. Le professeur est à l'écoute de tout ce qui peut se dire sur tel ou tel sujet et peut détricoter parfois des notions mal comprises chez les élèves : c'est aussi là un enjeu crucial de ce type d'activités. Elles permettent de « régler la mire » sur l'apprentissage, la consolidation des notions.
Une fois le lexique validé par le professeur, celui-ci distribue des cartes vierges sur lesquelles les élèves indiquent leurs mots de vocabulaire. Ensuite, chacun des groupes joue

avec les nouvelles cartes créées par les autres et là encore les retours entre élèves sont intéressants pour ancrer définitivement les notions mathématiques abordées dans le jeu.

JEU DE L'OIE

Romain FLOURET
Collège Lucie Aubrac, 94 Champigny-sur-Marne

Présentation

C'est un jeu très facile à mettre en place, nécessitant peu de matériel et qui permet de travailler le calcul d'une expression littérale pour une valeur donnée de manière ludique.

Matériel

Un jeu de plateau par groupe, un dé par groupe et un pion par élève (on peut remplacer les pions par un bout de papier avec le prénom de l'élève).

Durée d'une partie

De 15 minutes à 30 minutes (très variable suivant les élèves).

Nombre de joueurs

1 contre 1 ou 2 contre 2. Si l'on choisit de faire des équipes de 2, il est préférable de faire des équipes hétérogènes pour que l'élève qui a le plus de facilités puisse échanger avec son camarade de jeu.

Règles

Au départ, chaque pion est posé sur la case 1. A tour de rôle, les joueurs lancent le dé. En remplaçant x dans l'expression de la case où ils se trouvent par le nombre indiqué par le dé, ils obtiennent alors un nombre entier qui indique le sens et la longueur de leur déplacement.
Le premier qui franchit la ligne d'arrivée est le gagnant.
Tout joueur commettant une erreur de calcul détectée par ses adversaires doit alors reculer de quatre cases.

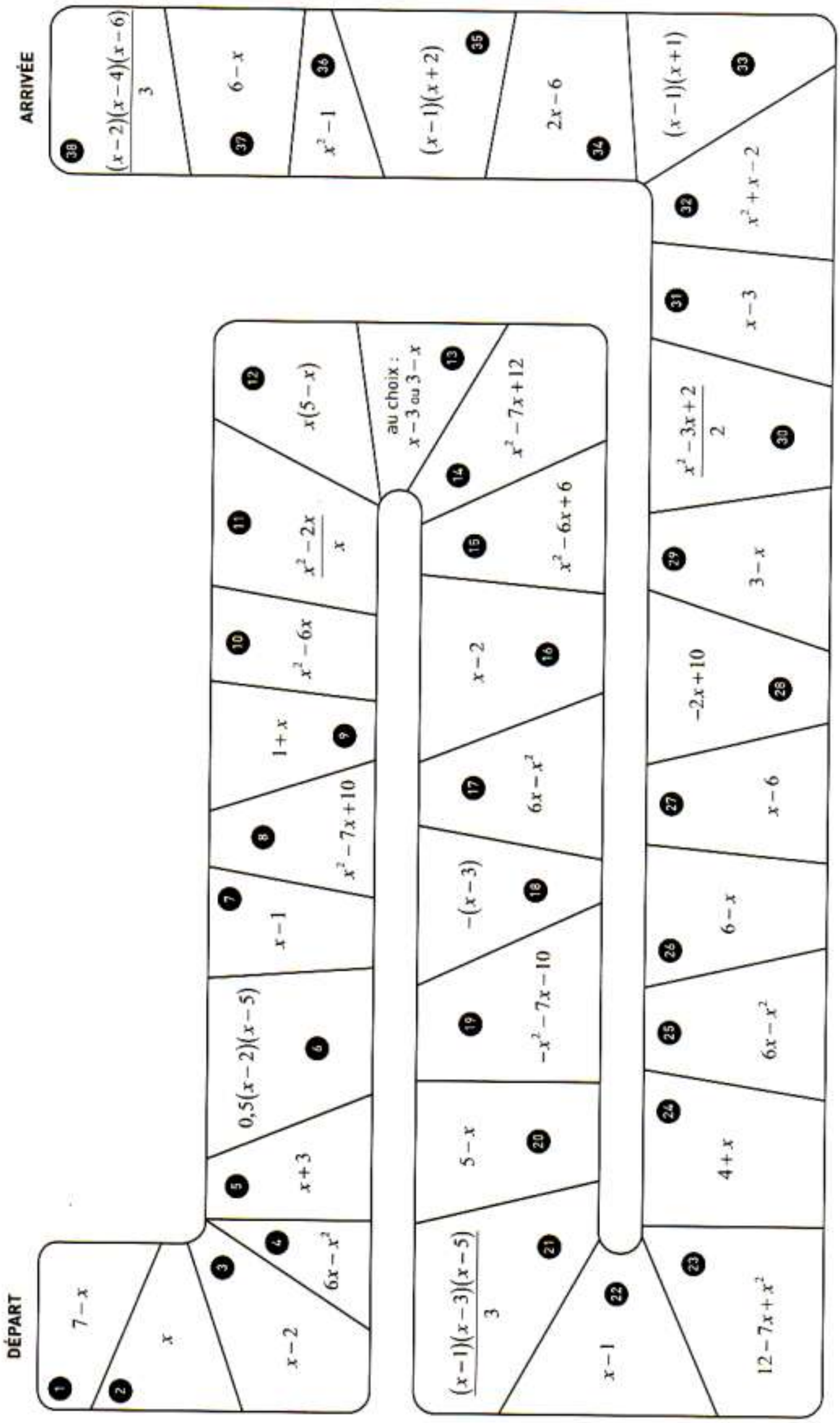
Place de l'enseignant

Se proposer pour arbitrer lorsque deux joueurs/équipes ne sont pas d'accord.
Observer les élèves, repérer les réussites et les difficultés rencontrées.
Jouer avec une équipe ou contre un élève.

Source : ce jeu est issu du livre « *Méthodes en pratique, Classe de quatrième* », Sceren.

Plateau de jeu

Voir page suivante.
Le plateau de jeu est téléchargeable sur le site académique : jeu_de_l_oie.jpg.


DÉPART
1 $7-x$
2 x
3 $x-2$
4 $6x-x^2$
5 $x+3$
6 $0{,}5(x-2)(x-5)$
7 $x-1$
8 $x^2-7x+10$
9 $1+x$
10 x^2-6x
11 $\frac{x^2-2x}{x}$
12 $x(5-x)$
13 au choix : $x-3$ ou $3-x$
14 $x^2-7x+12$
15 x^2-6x+6
16 $x-2$
17 $6x-x^2$
18 $-(x-3)$
19 $-x^2-7x-10$
20 $5-x$
21 $\frac{(x-1)(x-3)(x-5)}{3}$
22 $x-1$
23 $12-7x+x^2$
24 $4+x$
25 $6x-x^2$
26 $6-x$
27 $x-6$
28 $-2x+10$
29 $3-x$
30 $\frac{x^2-3x+2}{2}$
31 $x-3$
32 x^2+x-2
33 $(x-1)(x+1)$
34 $2x-6$
35 $(x-1)(x+2)$
36 x^2-1
37 $6-x$
38 $\frac{(x-2)(x-4)(x-6)}{3}$
ARRIVÉE

Compte-rendu de séance

Comme pour tout jeu, la partie la plus difficile est l’explication des règles aux élèves.
Les élèves se mettent assez facilement dans le jeu mais il est nécessaire de circuler dans les groupes pour s’assurer que les règles ont bien été comprises par tous.
Il est très intéressant de faire remarquer aux élèves que pour certaines cases, il est plus intéressant de faire un 1 plutôt qu’un 6.
Parfois malgré eux, les élèves travaillent le calcul littéral de manière ludique.

BATAILLE NAVALE

Romain FLOURET
Collège Lucie Aubrac, 94 Champigny-sur-Marne

Présentation

C'est un jeu très facile à mettre en place qui permet de travailler le repérage dans le plan de manière ludique.

Place dans la séquence

Ce jeu peut-être utilisé pour entretenir ou consolider la notion tout au long de l'année.

Matériel

Une grille par élève/binôme.

Durée d'une partie

Environ 5/10 minutes.

Nombre de joueurs

1 contre 1 ou 2 contre 2. Si l'on choisit de faire des équipes de 2, il est préférable de faire des équipes hétérogènes pour que l'élève qui a le plus de facilités puisse aider son camarade de jeu.

Règles

Chaque élève/binôme place trois bateaux (segment reliant 3 points consécutifs) sur des points d'intersection du quadrillage. Les deux élèves d'une même équipe ont leurs trois bateaux sur les mêmes points d'intersection. Chaque élève/binôme « tire » l'un après l'autre jusqu'à ce que l'un d'entre eux n'ait plus de bateaux en jeu.

Place de l'enseignant

Se proposer pour arbitrer lorsque deux joueurs/équipes ne sont pas d'accord.
Observer les élèves, repérer les réussites et les difficultés rencontrées.
Jouer avec une équipe ou contre un élève.

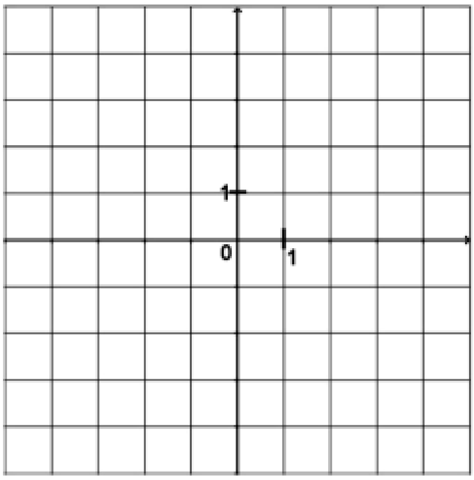
Remarque

Certains élèves peuvent être tentés de tricher pour ne pas que leur bateau coule. Pour éviter cela, un des joueurs peut écrire sur une feuille chaque tir qui a été effectué depuis le début du jeu. À la fin de la partie, les joueurs vérifient alors ensemble qu'il n'y a pas eu d'erreurs.

Variante

On peut varier le nombre de bateaux, la dimension des bateaux, agrandir la grille etc…
Une variante est proposée sur Eduscol afin d'utiliser ce jeu pour introduire le repérage dans le plan :
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Maths_par_le_jeu/93/6/05-RA16_C3_C4_MATH_bataille_navale_641936.pdf

Grille de jeu



Compte-rendu de séance

La partie la plus difficile de la mise en œuvre est l'explication des règles pour la toute première fois. Il faut s'assurer que tous les élèves les aient comprises.
Ce petit jeu est très apprécié des élèves. Je m'en sers tout au long de l'année pour consolider cette notion. Les élèves y jouent en fin d'heure.
Avec l'habitude, la mise en route devient un automatisme.

LES « ANTISÈCHES » EN TROISIÈME

Héla BEN SALAH
Collège Erick Satie 77 Mitry-Mory

Pendant 1h, en classe entière et en îlots on a fabriqué des « antisèches » portant sur trois chapitres :
- – théorème de Thalès (théorème, réciproque, conséquence) ;
- – trigonométrie ;
- – puissances de 10.

Format de l'antisèche : 5cm × 6cm (on a le droit d'écrire que sur le recto de l'antisèche).

Objectif de la séance

– Préparer son contrôle.
– Savoir extraire de son cahier d'exercices et de cours ce qu'il faut retenir pour réussir son contrôle.
– Combler certaines lacunes à l'aide d'un camarade, du professeur, de ses cahiers.
– Apprendre à synthétiser son cours.
– Gagner en autonomie dans les apprentissages.
– Mémoriser.
– Travailler ensemble.
– Apprendre à hiérarchiser.
– Développer l'entraide entre pairs.

Déroulement de la séance de fabrication d'antisèches

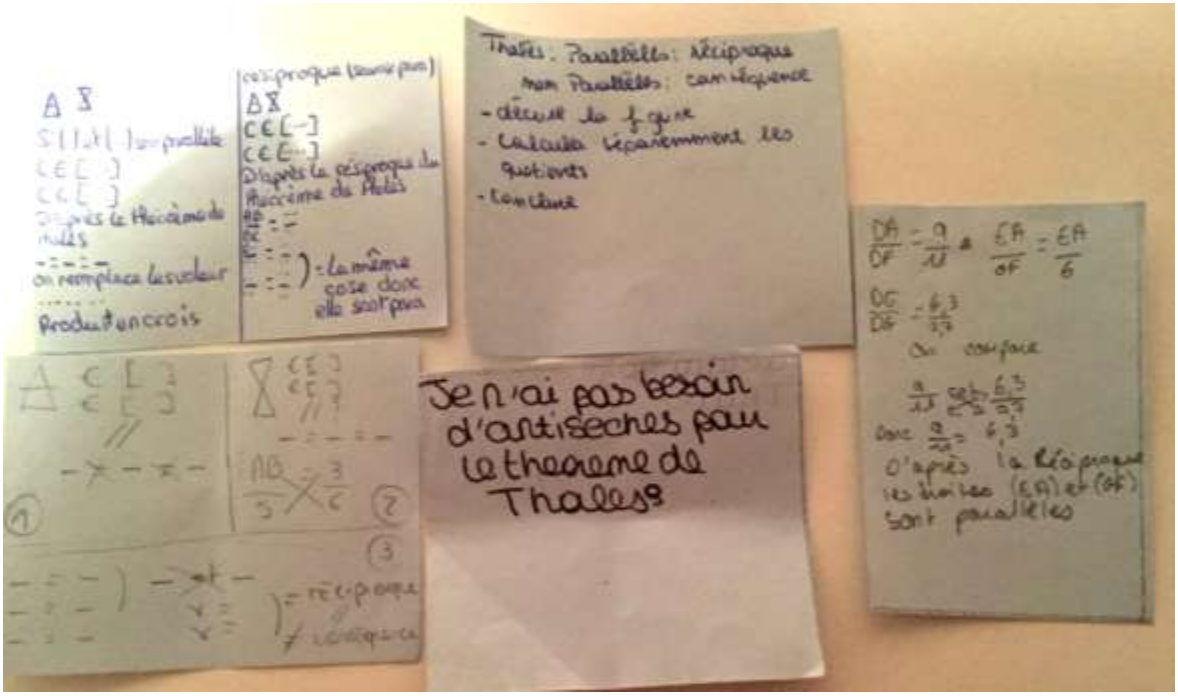
Les élèves ont sorti leurs cahiers, le livre, et ont commencé à les feuilleter pour savoir ce qu'ils devaient réviser pour leur contrôle et ce qu'ils allaient mettre dans leurs antisèches.
Certains ont pris conscience que lorsque le cahier est incomplet, il était difficile de réviser son contrôle et d'en extraire le plus important. Cela est une évidence, qu'on ne cesse de dire à nos élèves, mais là vu **qu'ils allaient avoir le droit d'utiliser leurs antisèches en contrôle**, ils voulaient absolument compléter leurs antisèches. Ils ont réellement pris conscience du problème qui se posait alors à eux.
La disposition de la classe en îlots a facilité le travail, vu qu'ils pouvaient s'échanger leurs cahiers, s'aider pour leurs révisions, s'expliquer mutuellement les notions non comprises, compléter ensemble leurs antisèches.
Très vite s'est posée la question « Que mettre dans son antisèche ? » :
- – Recopier son cours ? (pas assez de place !) une partie du cours ?
- – Recopier un exemple du cours en entier ? une partie ?
- – Recopier un exercice ? plusieurs ? lequel ? en entier ? une partie ?
- – Faire un schéma ?

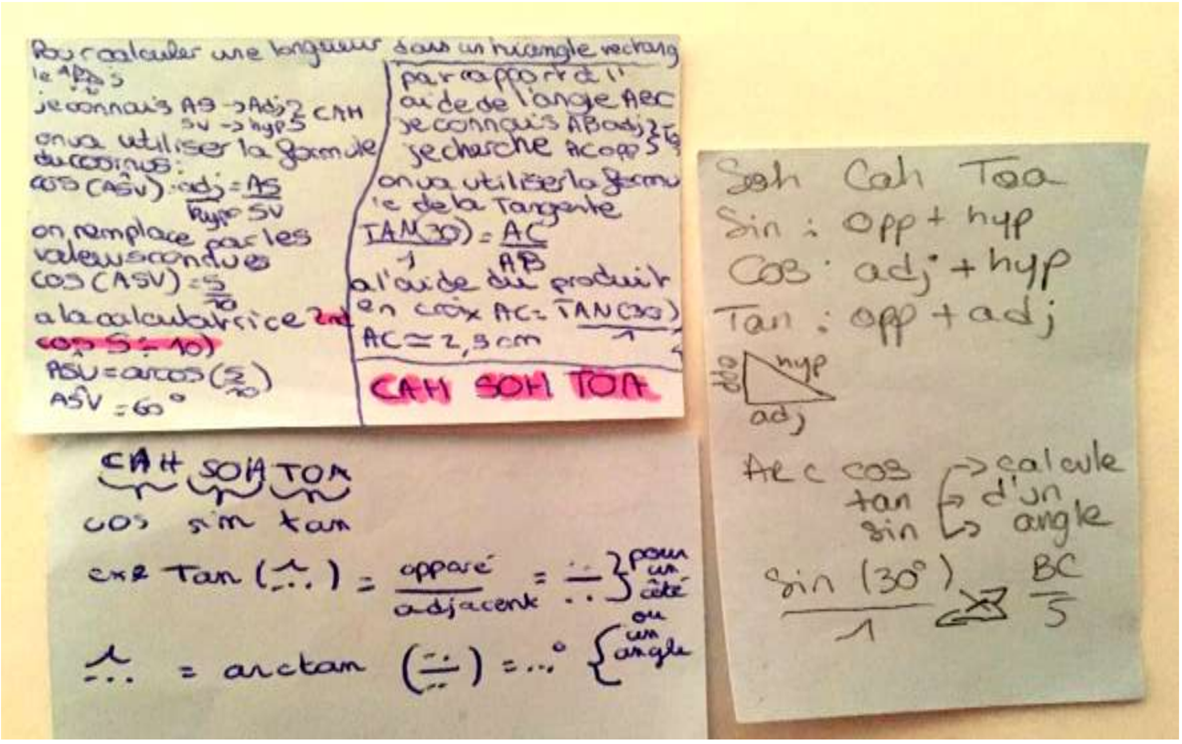
Avec ce questionnement, s'est mis en place tout un travail sur :
Comment réviser son contrôle ? Qu'est-ce qu'il est important à savoir pour réussir son contrôle ?
Chaque élève a essayé de synthétiser à sa matière son cours pour que son antisèche lui soit utile pendant le contrôle.

Ils m'ont évidemment énormément questionné sur le contenu du contrôle, je leur ai alors écrit au tableau ce qu'ils devaient savoir faire pour chaque chapitre, afin de les guider au mieux dans la rédaction de leurs antisèches.

Je n'ai pas donné « d'antisèche modèle » chacun a mis ce qu'il estime nécessaire pour le contrôle.

Des exemples de réalisation





Pour conclure

Pour les élèves

La création d'antisèche est un travail de synthèse qui n'est pas évident pour les élèves. Ils ont du mal à savoir ce qu'il faut écrire sur leur antisèche.
Les échanges entre les élèves sont très riches durant la séance.
Ils se rendent compte rapidement qu'une fois leurs antisèches faites, ils connaissent leurs cours !
Certains élèves se sont servis de leurs antisèches pour lever un doute. D'autre pour se souvenir d'une notion, ou pour se rassurer.
Des élèves ne l'ont pas utilisée car ils avaient une bonne maîtrise de la notion ou ils se souvenaient de ce qu'il y avait dessus.
D'autres se sont rendus compte que ce qu'ils avaient mis ne leur était pas utile pour leur contrôle : ceux qui ont recopié mot à mot le cahier de leçons.
L'antisèche est efficace que lorsque l'élève a réussi à reformuler la leçon dans son langage, à sa manière (voir les exemples ci-dessus).

Pour nous professeurs

On prend conscience de la difficulté face à laquelle sont confrontés nos élèves pour réviser un contrôle. L'appropriation d'une notion est un processus très difficile.
Cela permet alors d'y remédier et de leur apprendre à apprendre.
On cible davantage ce qui important pour l'antisèche pendant une séquence (on les guide).

ÉVALUATION DIFFÉRENCIÉE : « CONTRÔLES À LA CARTE »

Héla BEN SALAH
Collège Erick Satie 77 Mitry-Mory

Constats

– Des notes catastrophiques en contrôle pour les élèves en difficulté.
– Des copies blanches.
– Des élèves qui ne montrent plus d'intérêt pour les mathématiques.
– Des élèves qui travaillent mais qui ne réussissent pas les contrôles.
– Des élèves qui sont découragés en contrôle.
...

Objectifs:

– Redonner goût aux élèves d'apprendre et de comprendre les mathématiques.
– Pour les élèves en grande difficulté, leur donner la possibilité de commencer un contrôle et de valider un minimum de compétences.
– Valoriser les élèves en mathématiques.
– De meilleurs résultats.
– Ne plus avoir de copies blanches.
– Rendre accessible les contrôles à tous les élèves même ceux en grande difficulté.
…

Pour répondre aux différents problèmes rencontrés j'ai mis en place les « contrôles à la carte ».

Les « contrôles à la carte »

Le principe consiste à donner aux élèves différents degrés de difficultés pour un même exercice, qui ne vaudront pas le même nombre de points.
Je propose souvent 2 ou 3 types de sujets pour un même exercice : sujet A, sujet B, sujet C.
Si l'élève choisit le sujet A, qui est le plus facile des trois, il aura moins de points que s'il faisait le sujet C.
Le contrôle a par exemple cette forme (exemple de répartition de points) :

Exercice 1

Sujet A : 2 points	Sujet B : 4 points	Sujet C : 6 points

Exercice 2

Sujet A : 3 points	Sujet B : 5 points

Exercice3

Sujet A : 3 points	Sujet B : 5 points	Sujet C : 6 points

Exercice 4 commun à tous les élèves (3 points)

L'objectif étant que si un élève ne choisit que les sujets A de chaque exercice, il a au moins la moyenne. (Entre 10 et 12 le total des points).
Et s'il choisit que les sujets C, il pourra ainsi atteindre les 20 points.

L'élève est libre de choisir le sujet qu'il veut par exercice.
Exemple : Exo1 Sujet A ; Exo 2 Sujet B ; Exo 3 Sujet B ; Exo 4.
Cet élève aura donc au maximum 15 points avec l'exemple précédent.

Je donne aussi la possibilité aux élèves de traiter plusieurs sujets d'un même exercice, seulement après avoir traité un sujet par exercice. Cela sera alors compté comme bonus (la moitié du barème de l'exercice).

Se pose maintenant le problème du choix des exercices pour nous professeurs. On doit absolument s'assurer que le Sujet A soit un sujet accessible à toute la classe.
Il doit être détaillé : une application directe de la notion, d'une définition, d'une propriété... qu'on a éventuellement traité comme exemple dans le cahier de cours.
Un élève qui a des difficultés en mathématiques mais qui est un minimum attentif en classe doit être capable de le faire.
Lorsqu'on traite les exercices en classe, on doit avoir en tête cet exercice et s'assurer que tous les élèves de la classe sauront le faire le jour du contrôle.
Le sujet C de l'exercice ne doit pas être trop dur, ça doit être l'exercice qu'on aurait donné sur le thème dans un « contrôle habituel ».

Lorsqu'on commence ce type de contrôle, au départ le travail est important, mais après on a une banque d'exercices qui nous permet de concevoir rapidement le contrôle.

Les effets

– Tous les élèves travaillent en contrôle **même ceux en difficulté.**
– **Remotiver les élèves** : Ceux en difficulté savent qu'il y aura des exercices qui leur seront accessibles. Les élèves qui sont à l'aise dans la matière prennent plaisir à faire du bonus.
– Tous les élèves **ont le même contrôle** donc pas de sentiment d'injustice.
– On tire vers le haut les bons élèves qui ont la possibilité de traiter autant d'exercices qu'ils le désirent et cette démarche de leur part sera valorisée.

Contraintes

– Les sujets sont longs, cela peut faire beaucoup de lecture pour certains élèves, c'est pour cette raison que les exercices donnés doivent ressembler à ceux déjà faits en classe. Pour qu'ils y aient une reconnaissance visuelle dans un premier temps par les élèves.
Cette contrainte, on y est confronté au début mais les élèves s'habituent très vite au format de ce type de contrôle. De toute façon, les élèves en difficulté ne regardent que les sujets A qui sont simples et courts en termes d'énoncé.
– Des corrections plus longues pour nous professeurs (ça vaut le coup !).

Ce type de contrôle est apprécié car on différencie en donnant **le même sujet** de contrôle à toute la classe et du coup il n'y a pas le problème de donner « un sujet plus facile qu'un autre » qui vaut autant de points (pas de sentiment d'injustice entre les élèves).
Même si on ne note pas les contrôles et qu'on évalue en compétences ce format de contrôle reste toujours faisable. En effet un élève qui traite le sujet A aura un degré de maîtrise de la compétence moindre qu'un élève qui traite le sujet C.

ÉVALUATION ET SUIVI DES ACQUIS DES ÉLÈVES AU COLLÈGE ROGER MARTIN DU GARD

Geoffroy LABOUDIGUE
Florian PAULOU
Chloé POIRSON
Alberto AHUMADA

Collège Roger Martin Du Gard, 93 Epinay-Sur-Seine

Différentes lectures sur l’évaluation des élèves et les textes officiels liés à la refondation de l’école nous ont amené à nous interroger sur la pertinence de la seule notation chiffrée pour rendre compte aux élèves, à leur famille et à l’institution, de leur réussite et de leurs acquis.

La traditionnelle note sur 20 indiquée sur un contrôle de fin de séquence, sur une interrogation écrite formative ou sur un devoir maison, est en fait un agglomérat de points totalisés à partir de thèmes différents (calcul littéral, théorème de Thalès, probabilités…) et de types d’exercices où le niveau de mise en fonctionnement des connaissances varie de façon importante (tâche simple isolée, tâche intermédiaire, tâche à prise d’initiative).

Cette note globalisée focalise trop souvent à elle seule l’attention de l’élève et de sa famille en raison du caractère scientifique (mesure de la valeur d’une production) qu’ils lui accordent et de l’aspect émotionnel qui peut lui être attaché (note vécue comme une récompense ou une sanction). Et, même si elle est accompagnée de commentaires et d’annotations, elle ne renseigne l’élève ni sur ce qu’il doit précisément faire pour progresser, ni sur la nature de ses erreurs.

La moyenne, quant à elle, amalgame de nombreuses données différentes et gomme de ce fait des informations précises, puisqu’elle consiste en une addition de notes obtenues lors d’évaluations portant sur des savoirs différents, agrémentées de coefficients pour en augmenter le poids selon le mode de passation. Elle reste pourtant l’indicateur le plus décisif lors des conseils de classe.

La loi d’orientation et de programmation du 8 juillet 2013 nous invite à « faire évoluer les modalités d’évaluation et de notation des élèves » en privilégiant « une évaluation positive, simple et lisible, valorisant les progrès, encourageant les initiatives et compréhensible pour les familles ».

Conscients des insuffisances de la seule note chiffrée, nos précédents essais d’évaluation par compétence se sont pourtant souvent soldés par des échecs : double correction chronophage des évaluations, tableau bien trop détaillé associant capacités et compétences, critères de réussite finalement peu parlants pour les élèves et encore moins pour les familles. Forte des failles constatées lors de ces précédentes tentatives, et guidée par les niveaux de maîtrise utilisés pour l’évaluation du socle commun, l’équipe de mathématiques du collège Roger Martin du Gard a conçu et mis en place un nouveau dispositif d’évaluation et de suivi des acquis des élèves. Après un an de mise en œuvre, les observations des enseignants et les retours des élèves montrent que ce dispositif permet aux élèves de mieux cibler leurs points de réussite et leurs points de progrès par une clarification des critères d'évaluation. Le temps de correction des évaluations par les enseignants est perçu comme étant plus efficace et plus pertinent car centré sur les erreurs des élèves et les conseils à leur donner pour progresser.

La note, un indicateur diffus des réussites

La note attribuée à un exercice comme seul indicateur de réussite peut masquer la réalisation, ou non, de processus parfois très largement différents. En effet, de nombreux exercices associent restitution de connaissances (tâche simple isolée) et situations mettant en jeu des compétences (tâche intermédiaire ou à prise d'initiative).
Prenons l'exemple de cet exercice donné lors de notre premier brevet blanc :

Exercice 1 Voici deux programmes de calcul.

Programme A
- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2.
- Multiplier le résultat par le nombre de départ.

Programme B
- Choisir un nombre.
- Calculer le carré du nombre de départ.
- Ajouter le double du nombre de départ.

Calcul numérique

1) On choisit 5 comme nombre de départ.
a) Calculer le résultat obtenu avec le programme A.
b) Calculer le résultat obtenu avec le programme B.

2) On choisit – 4 comme nombre de départ.
Quel est le résultat obtenu avec chacun des deux programmes ?

3) On choisit $\frac{1}{3}$ comme nombre de départ.
Calculer le résultat obtenu avec chacun des deux programmes.

4) A partir des questions précédentes, que remarque-t-on ? Etablir une conjecture.

5) Prouver que les deux programmes donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi au départ.

Calcul littéral

Les questions 1) à 3) traitent de calculs numériques. Les élèves sont évalués sur leur capacité à calculer avec différents types de nombres (nombres relatifs, fractions) mais aussi leur utilisation du signe d'égalité.
La question 5) permet de tester l'élève sur sa compétence à raisonner en utilisant le calcul littéral et la propriété de distributivité pour prouver un résultat.
On part du principe que cet exercice est noté sur 7 points à raison de 4 points pour les questions 1) à 3) et que la question 5) rapporte 3 points à elle seule car sa résolution fait appel à un raisonnement plus élaboré. Si un élève obtient 4 points au total, plusieurs profils peuvent correspondre à ce score : un élève ayant une très bonne maîtrise du raisonnement sur la question 5) et une maîtrise insuffisante du calcul numérique, ou bien le profil strictement inverse.

Cet exemple illustre trois limites de la notation chiffrée.
Une même note peut recouvrir des réalités très différentes. Ces différences de profil sont en général peu explicitées même si les commentaires sur les copies peuvent jouer ce rôle.
La note seule ne permet pas de conserver la mémoire des points forts et des faiblesses des élèves.

Il est difficile de donner à l'échelle de la classe des conseils explicites qui permettent d'obtenir une note supérieure sur un exercice donné.

Un nouveau regard sur les exercices

Pour élaborer notre dispositif d'évaluation, nous avons décidé de considérer chaque exercice non plus comme une suite de questions aboutissant à un total de points mais, comme un élément permettant d'évaluer les élèves sur un ou deux thèmes mathématiques travaillés, ce qui s'avère très parlant lorsqu'il s'agit de garder la mémoire des acquis des élèves. Ces thèmes sont les entrées du programme : calcul numérique, calcul littéral, probabilités, statistiques, Pythagore, Thalès, proportionnalité, fonctions, …

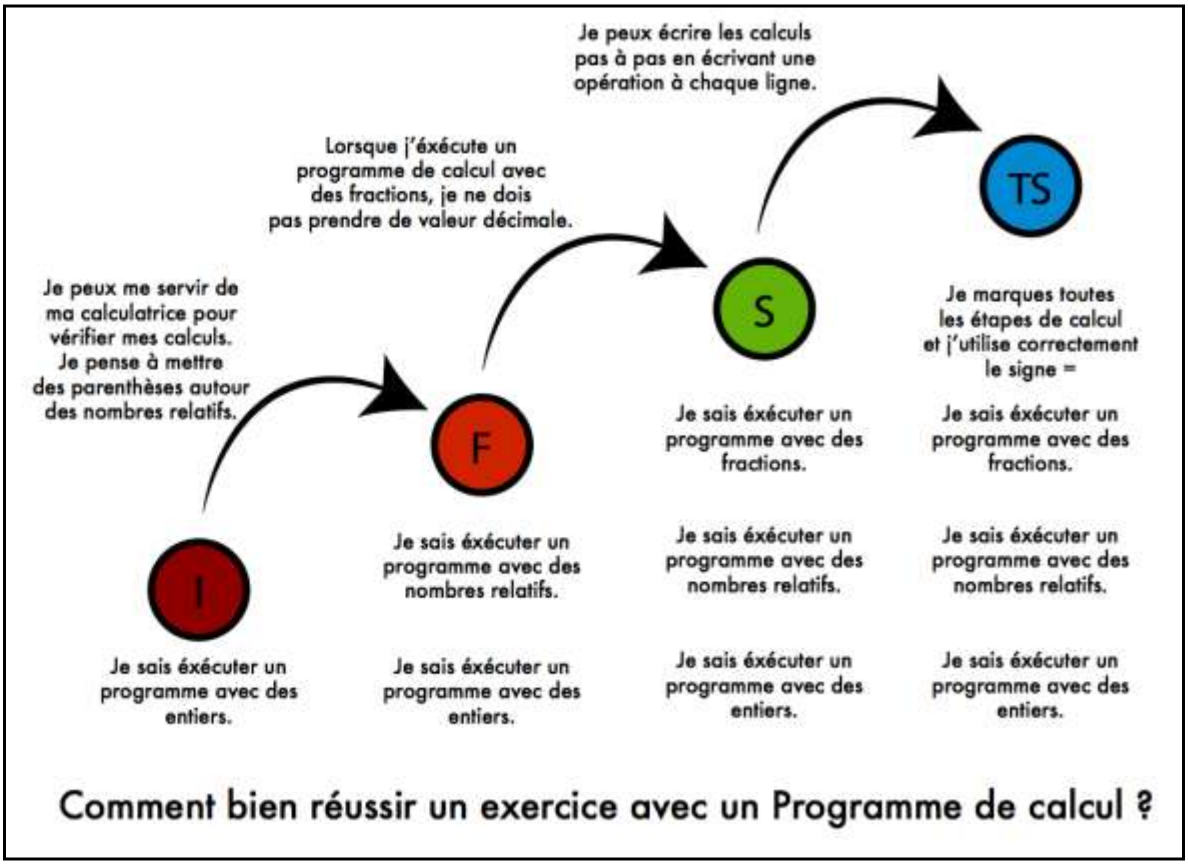
Dans un deuxième temps, nous avons catégorisé les exercices donnés aux élèves selon le niveau de mise en fonctionnement des connaissances, en nous appuyant sur les documents ressources du programme de cycle 4. Le codage des exercices, qui découle de cette classification, a été communiqué aux élèves.

Codage de l'exercice	A	B	C
Niveau de mise en fonctionnement de la connaissance	Tâche simple isolée.	Tâche intermédiaire.	Tâche à prise d'initiative.
Description	Question flash Exercice d'application.	Exercice contextualisé, nécessitant une modélisation (ou l'exploitation d'une modélisation), et guidé par des questions intermédiaires.	Exercice contextualisé, nécessitant une modélisation, et dont la résolution non guidée fait appel à des procédures personnelles ou expertes.

Des niveaux de maîtrise explicites

Pour évaluer les élèves, nous nous sommes appuyés sur les quatre niveaux de maîtrise utilisés dans le cadre de l'évaluation du socle commun (**I**nsuffisant, **F**ragile, **S**atisfaisant, **T**rès **S**atisfaisant), ces mots étant compréhensibles par les élèves et leur famille. En préparant l'évaluation, au lieu de travailler sur un barème de points, nous établissons des descripteurs de ces niveaux de maîtrise selon le thème abordé par une question ou un groupe de questions.

Voici un exemple de ces descripteurs pour les questions 1) à 3) de l'exercice 1 proposé au brevet blanc :



Ces indicateurs de réussite s'appuient sur une analyse de la tâche proposée aux élèves et sur les erreurs habituellement observées sur ce type de tâche. Ils décrivent explicitement ce que l'élève sait faire ou ce qu'il ne sait pas encore faire.
Le retour fait à chaque élève prend une toute autre forme qu'un score. En voici un exemple.

Thème	Exercice	Question de l'exercice	Niveau de maîtrise
Calcul numérique	Exercice 1	Questions 1, 2, 3	**S**atisfaisant
Calcul littéral	Exercice 1	Question 5	**F**ragile

Ce tableau constitue pour l'élève une trace précise et lisible de ses points faibles et de ses points forts. Les descripteurs explicites des niveaux de maîtrise sont communiqués aux élèves ce qui leur permet de mieux cibler les axes de progrès et d'améliorer leur niveau de maîtrise.

Une correction active pour les élèves

Cette nouvelle manière d'évaluer les élèves et de communiquer sur leurs acquis a permis de repenser les temps de correction d'évaluation en classe et hors la classe afin d'impliquer plus efficacement les élèves. La copie de contrôle ou de devoir devient un outil de travail vivant et pas une feuille qu'on range dans le cahier.
Il peut être intéressant de proposer un travail sur les erreurs pour rendre encore plus concrets les critères des niveaux de maîtrise. A l'issue d'une évaluation, l'enseignant peut

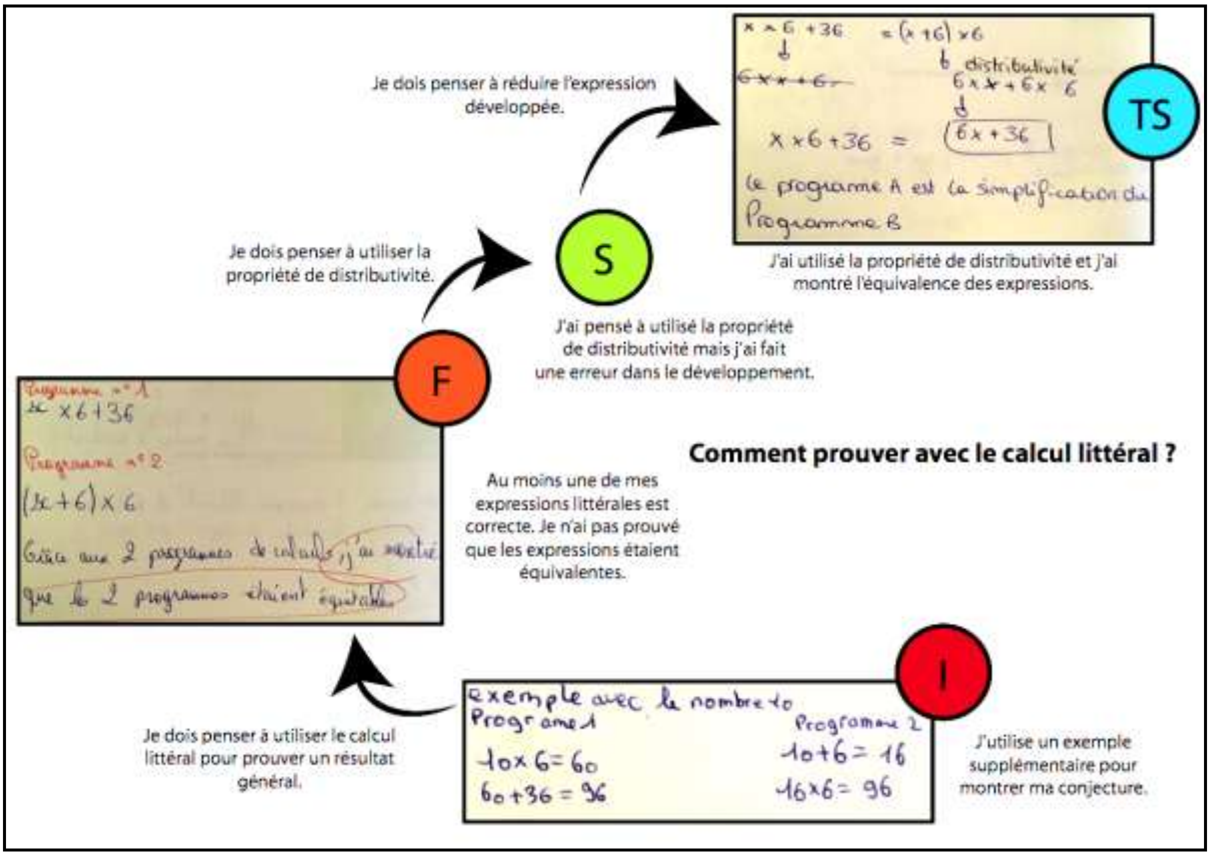
proposer des extraits de copies d'élèves et demander aux élèves de classer ces extraits du niveau Insuffisant au niveau Très Satisfaisant en justifiant leur choix en explicitant des critères.

Établir les critères des niveaux de maîtrise à l'issue d'une évaluation sur le calcul littéral.
Retour d'expérience de Geoffroy Laboudigue.

A l'issue d'une évaluation j'ai pris l'habitude de choisir un exercice et de projeter aux élèves des extraits de copie qui reprennent les 4 niveaux de maîtrise. Je peux alors lancer un débat avec ces questions :
- « Pourquoi le niveau de maîtrise de cet élève sur ce thème est-il fragile ? » ;
- « Que doit-il faire pour obtenir un niveau satisfaisant ? ».

Les premières réponses des élèves reprennent essentiellement les commentaires qu'ils ont pu habituellement lire sur leurs copies : « Il faut qu'il montre que c'est la même chose. », « Il faut qu'il détaille plus ». Après ces conseils trop vagues, les élèves sont parvenus à formuler des indications plus proches d'une action explicite : « Il doit utiliser la propriété de distributivité ».

A l'issue de ce travail, un document comme celui présenté ci-dessous peut être affiché en classe. Les descripteurs des niveaux de maîtrise font alors sens pour l'ensemble de l'année.



Une fois ces conseils établis, les élèves peuvent reprendre en classe ou hors la classe le ou les exercices pour lesquels le niveau de maîtrise est Fragile ou Insuffisant. On peut alors, par exemple, proposer un moment de consolidation des niveaux de maîtrise dans le cadre de l'AP où chaque élève travaille sur l'exercice de son choix grâce aux descripteurs des niveaux de maîtrise.

Penser une correction du Brevet blanc plus dynamique avec les critères des niveaux de maîtrise. Retour d'expérience de Chloé Poirson.

Avant de rendre leurs copies à mes élèves, j'ai pris 5 minutes pour leur expliquer comment ils avaient été évalués. En leur signifiant qu'un barème par compétences selon des thèmes précis avait été mis en place par l'ensemble des correcteurs. Il semble qu'ils aient apprécié ce point. D'une part cela justifiait une certaine homogénéité de la correction et d'autre part, savoir où ils se situaient en fonction des thèmes semblait leur parler. Je les ai également averti que cette évaluation formative avait été transformé en note sur 68, cela n'a pas semblé particulièrement les déranger.
Je leur ai ensuite laissé 5 minutes où ils ont pris le temps de consulter leur copies avec leur barème personnel. Je suis restée disponible pour répondre à leur questions. Naturellement leurs interrogations portaient sur la compréhension de ce barème, ce que signifiait le TS, S, F, I ou encore R ou NE. Et pourquoi ils n'avaient pas le même nombre de points pour un exercice pourtant indiqué S par exemple. J'ai alors pris le temps de répondre.

Je leur ai ensuite expliqué que j'attendais une correction de ce brevet blanc de leur part. (Lors d'une évaluation classique, je propose aux élèves de me rendre une correction : les élèves ayant moins de 10 sur 20 ont la possibilité de récupérer quelques points bonus (sans dépasser le seuil de 10). Pour les autres élèves, je prends le temps de les corriger de nouveau. Généralement, 4 à 5 élèves se prêtent au jeu.)

Pour ce brevet blanc, j'ai souhaité que tous les élèves me rendent une correction de deux exercices qu'ils n'avaient pas fait, ou moins réussi (niveau I ou F), en leur signifiant que cela donnerait lieu à une note sur 10. L'objectif étant qu'ils parviennent par leur correction à atteindre le niveau TS à ces deux exercices. Je leur ai alors distribués la grille d'évaluation par compétences où était explicité chaque niveau.

Ils ont eu à faire cette correction chez eux, un peu plus de la moitié des élèves a joué le jeu. Ces derniers sont parvenus à atteindre des niveaux S ou TS pour une grande majorité. Il était intéressant de constater que généralement, les deux exercices choisis avaient des thèmes différents (Thalès et calcul littéral ou Pythagore et probabilités).

Intégrer les élèves à la construction des critères d'évaluation. Retour d'expérience d'Alberto Ahumada.

Après une évaluation en classe de 4ème sur les thèmes Pythagore (reconnaissance d'un triangle rectangle) et calculs numériques (addition et soustraction de fractions), j'ai proposé aux élèves une séance leur permettant de porter un regard différent sur leurs copies et sur l'évaluation en général.

En amont de cette séance, les élèves ont depuis le début de l'année été évalués à l'aide de critères de réussite : Insuffisant, Fragile, Satisfaisant, Très Satisfaisant. Les élèves se sont peu à peu habitués à ce système, mais ils ont eu du mal à accepter ce changement car ils étaient très attachés à leur traditionnelle note sur 20. Pour chaque évaluation, une grille récapitulant les critères correspondant à chaque indicateur est publiée sur le blog, leur permettant de comprendre ce qu'il leur a éventuellement manqué pour atteindre un niveau supérieur. Ils trouvent également sur le blog des indications pour corriger leurs erreurs et doivent rendre à nouveau ce travail à l'enseignant.

Pour cette séance spécifique, j'ai rendu aux élèves leurs copies sans les avoir évalués, c'est-à-dire qu'elles ne comportaient que des remarques et des commentaires sur leurs productions. Les élèves ont alors dû se prononcer eux-mêmes sur leur travail en s'attribuant un niveau de maîtrise et en expliquant selon eux pourquoi ils avaient atteint ce niveau. Il a été alors intéressant de constater différents comportements chez les élèves : certains se sont attribués un niveau de maîtrise très élevé sans prendre conscience des éventuels manques dans leurs productions (détails des calculs, éléments de rédaction, etc.) ; certains se sont au contraire dévalorisés en s'attribuant un niveau de maîtrise faible, sans voir les points forts de leur travail. D'autres ont par eux-mêmes cherché à reprendre leurs erreurs et en proposer une correction.

En synthèse de cette séance, les élèves ont donc défini eux-mêmes (avec validation de l'enseignant) des critères de réussite pour cette évaluation. Il en ressort un travail extrêmement riche pour les élèves, car ils ont été pleinement intégré à l'évaluation de leur contrôle sans « subir » les critères imposés par l'enseignant.

Par ailleurs, ce moment de synthèse a été également source de nombreux échanges, frôlant la négociation, sur un point particulier de la rédaction : je leur proposais par exemple d'attribuer un niveau Satisfaisant pour un élève qui aurait conclu que le triangle était rectangle sans forcément préciser en quel sommet. Les élèves m'ont alors répondu que ce point avait été peu travaillé pendant la séance et qu'ils n'étaient pas encore en mesure de l'appliquer lors de cette évaluation. Je leur ai donc concédé ce point, en leur précisant que lors de la prochaine évaluation ce serait un attendu pour atteindre le niveau Très Satisfaisant. Cela laisse également la possibilité de définir des critères qui peuvent évoluer au fur et à mesure de l'année en augmentant le niveau d'exigence sur la communication en fonction de la fréquentation des thèmes.

Blog d'Alberto Ahumada : http://mathahumada.blogspot.fr/

En fin de trimestre : un regard plus précis sur les acquis des élèves

Pour assurer le suivi des acquis des élèves, nous avons développé un outil numérique grâce à un tableur comme le montre la copie d'écran ci-dessous.

B	C	D	E	F	G
			Elève 1	Elève 2	Elève 3
Type de tâche	Thème	Niveau Tâche	Exécution	Exécution	Exécution
Produire une formule	Calcul littéral	A	S	NE	S
		DM1			
Interpréter un document	Statistiques	C	TS	NE	TS
Calculer une longueur	Pythagore	B	S	NE	TS
		DM2			
Programme de calcul	Calculs numériques	A	S	TS	TS
Produire une formule	Calcul littéral	A	TS	F	TS
Prouver équivalence	Calcul littéral	B	TS	I	TS
Calculer une longueur	Pythagore	A	S	S	TS
Calculer une longueur	Pythagore	B	TS	S	TS
Calculer une longueur	Pythagore	B	TS	I	TS
		DS1			
Montrer qu'un triangle est rectangle	Pythagore	B	S	S	TS
Montrer qu'un triangle est rectangle	Pythagore	B	TS	NE	S
		DM3			
Calculer un pourcentage	Calculs numériques	A	TS	NR	TS
Calculer une moyenne	Statistiques	A	TS	NR	TS
Construire un graphique	Statistiques	B	F	NR	F
		DM4			
Manipuler le vocabulaire	Probabilités	A	TS	TS	TS
Manipuler le vocabulaire	Probabilités	A	TS	S	TS
Modéliser une expérience aléatoire	Probabilités	C	I	I	I

Les élèves sont renseignés en colonne. En ligne, on retrouve, pour chaque évaluation, la déclinaison des thèmes travaillés et le codage A, B, C du niveau de mise en fonctionnement. Nous indiquons ensuite le niveau de maîtrise pour chaque élève et pour chaque thème en utilisant les initiales (**I** : **I**nsuffisant / **F** : **F**ragile / **S** : **S**atisfaisant / **TS** : **T**rès **S**atisfaisant). Le type de tâche est précisé dans la première colonne : cela permet de s'assurer qu'on a bien embrassé l'intégralité des tâches afférentes à un thème et de préciser, pour un thème donné, les points de réussites et les difficultés d'un élève.

Les fonctions de filtre automatique du tableur permettent dans un premier temps d'effectuer un tri selon le thème. On peut alors cibler thématiquement les points forts et les points à travailler pour chaque élève. Il est également intéressant de filtrer les données selon le niveau de mise en fonctionnement quel que soit le thème. On peut alors repérer des régularités comme des réussites sur des exercices A proposant des tâches isolées et des difficultés sur les exercices B et C où la contextualisation et la modélisation ont un rôle important.

En fin de trimestre, après plusieurs évaluations, on peut arriver au niveau de lecture suivant pour un thème donné.

B	C	D	E
			Elève 1
Type de tâche	Thème	Niveau Tâche	Exécution
Manipuler le vocabulaire	Probabilités	A	TS
Manipuler le vocabulaire	Probabilités	A	TS
Modéliser une expérience aléatoire	Probabilités	C	I

Ainsi, sur le thème Probabilités, cet élève est très à l'aise sur des tâches simples (restitution de connaissance, application directe) mais n'a pas réussi à mobiliser ses connaissances pour résoudre une tâche à prise d'initiative. Ainsi, pour le thème Probabilités, les situations contextualisées, impliquant un transfert et la compétence Modéliser, sont à retravailler.

Le renseignement des types de tâches permet également de préciser dans l'appréciation les points forts et points faibles de l'élève au sein d'un thème.

B	C	I
		Elève 5
Type de tâche	Thème	
Calculer une longueur	Pythagore	S
Calculer une longueur	Pythagore	S
Calculer une longueur	Pythagore	TS
Calculer une longueur	Pythagore	TS
Montrer qu'un triangle est rectangle	Pythagore	F
Montrer qu'un triangle est rectangle	Pythagore	F

Cette élève utilise de façon très satisfaisante le théorème de Pythagore pour calculer une longueur même dans les exercices B où une modélisation est souvent nécessaire. Elle rencontre toutefois des difficultés pour montrer qu'un triangle est rectangle ou non lorsque l'exercice est contextualisé. Cette analyse est utile pour l'élève et pour l'enseignant dans la perspective du travail qu'il reste à accomplir.

Un dispositif compatible avec les notes

Notre dispositif d'évaluation est compatible avec la présence d'une note. Nous avons seulement redéfini ce qu'elle mettait en valeur. Nous avons décidé d'attribuer davantage de points aux tâches B et C et nous avons mis en place la répartition suivante.

Codage de la tâche	A	B	C
Nombre de points à gagner au maximum	4 points (1 point par niveau de maîtrise atteint).	8 points (2 points par niveau de maîtrise atteint).	12 points (3 points par niveau de maîtrise atteint).

En fin de trimestre, nous faisons la somme des points acquis pour chacun des thèmes rencontrés lors des évaluations et nous rendons compte d'une note sur 20 pour chaque thème travaillé. Cette note sur 20 n'est pas le score obtenu à une évaluation portant sur plusieurs thèmes différents, mais un indicateur de performance sur un thème donné. Elle ne précise cependant pas les points forts et les points faibles à l'intérieur du thème.

L'appréciation de fin de trimestre vient alors jouer un rôle prépondérant. L'outil de suivi des acquis est un appui essentiel pour rédiger des conseils précis à destination de l'élève.

Un dispositif qui aide au positionnement des élèves sur les domaines du socle en fin de cycle

Un enjeu majeur de cette année 2016/2017 est le positionnement des élèves sur les 8 composantes des 5 domaines du socle en fin de 3eme (Cycle 4) et en fin de 6eme (Cycle 3).

Nous nous sommes rendu compte que la plupart de nos thèmes travaillés durant l'année coïncidaient avec la colonne 2 (les « éléments signifiants ») du document d'accompagnement pour l'évaluation des acquis du socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Les éléments de la colonne 3 pouvaient s'apparenter à nos types de tâches.

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques (composante 3 du domaine 1)

DISCIPLINE(S) ENSEIGNÉE(S) CONTRIBUANT À L'ÉVALUATION DES ACQUIS	ÉLÉMENTS SIGNIFIANTS	EN FIN DE CYCLE 4, L'ÉLÈVE QUI A UNE MAÎTRISE SATISFAISANTE (NIVEAU 3) PARVIENT NOTAMMENT À :	CONTEXTES ET / OU SITUATIONS POSSIBLES D'ÉVALUATION
Mathématiques Physique - Chimie Sciences de la vie et de la Terre Technologie	Utiliser les nombres	• Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombre premier. • Effectuer (mentalement, à la main, à la calculatrice, à l'aide d'un tableur) des calculs engageant les quatre opérations et des comparaisons sur des nombres rationnels positifs ou négatifs. • Effectuer des calculs numériques impliquant des puissances. • Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (écritures décimale et fractionnaire, notation scientifique, pourcentages). • Comprendre et utiliser la notion de racine carrée. • Repérer un nombre sur une droite graduée. • Reconnaître et résoudre une situation de proportionnalité.	La bonne compréhension et la bonne utilisation du langage des nombres peuvent être évaluées à travers des situations et dans des contextes variés : • des séries de questions brèves relevant du calcul mental proposées de manière régulière et fréquente ; • des exercices relevant du calcul écrit (posé ou effectué en ligne) sans recours à la calculatrice ; concernant le calcul fractionnaire, la mise au même dénominateur, lorsqu'elle est nécessaire, doit alors pouvoir se faire mentalement ; • la résolution d'un problème simple interne aux mathématiques ou issu d'une autre discipline mettant en jeu des nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire. La résolution d'un tel problème peut faire appel à l'usage d'une calculatrice ou d'un tableur. L'évaluation de la production prend en compte la justesse des calculs, mais aussi toute mise en œuvre d'idées pertinentes, ainsi que les essais et démarches engagées, même non abouties.
Mathématiques Physique - Chimie Sciences de la vie et de la Terre Technologie	Utiliser le calcul littéral	• Développer et factoriser des expressions littérales dans des cas très simples. • Citer et utiliser une expression littérale, notamment pour exprimer une grandeur en fonction d'autres grandeurs. • Produire une expression littérale. • Dans une expression littérale, substituer une lettre par une valeur numérique, en utilisant si nécessaire les unités adaptées. • Mettre un problème simple en équation. • Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré.	La maîtrise des règles de calcul et de simplification d'expressions littérales simples peut être évaluée à travers des séries de questions brèves relevant du calcul mental. Dans la mesure du possible, ces séries de questions sont proposées de manière régulière et fréquente. L'utilisation d'expressions littérales peut être évaluée à travers l'exploitation et la production de formules ou la traduction de programmes de calcul. Les situations peuvent relever des différents thèmes du programme de mathématiques (arithmétique, géométrie) ou d'autres disciplines.

Ainsi il a été aisé de connecter nos thèmes avec les composantes du socle commun.

Domaine 1 - Composante 3	Domaine 2	Domaine 4
Calcul numérique, Calcul littéral, Statistiques, Probabilités, Transformations, Solides, Algorithmique	Évalué dans le cadre du travail en question flash et du suivi du travail hors la classe.	Calcul numérique, Calcul littéral, Thalès et Pythagore dans le cadre de résolution de problème.

Néanmoins, la multiplicité des évaluations et des relevés d’acquis a mis en lumière la difficulté d’attribuer un niveau de maîtrise pour la fin de cycle.

Une solution consiste à se restreindre aux seules évaluations communes (brevets blancs, devoirs communs) pour procéder au positionnement de l’élève en fin de cycle. Cela nous paraît être une mesure d’équité, puisque les critères de niveaux de maîtrise sont communs à tous les enseignants et créés dans un cadre collectif.

Ce choix d’accorder un poids prépondérant et solennel aux épreuves communes nous amènent à percevoir les autres moments d’évaluation de manière différente.

Les questions flash / travaux de groupes / devoirs maison : ils ont valeur d’évaluation formative. Ce sont des temps de préparation aux devoirs communs qui renseignent les élèves sur leurs acquis et les points qui restent à travailler. Cela permet de les responsabiliser et les encourage à travailler individuellement.
Les contrôles de fin de séquence : ils peuvent être utilisés comme étant des variables d’ajustement au positionnement des élèves en fin de cycle.

Conclusion

À l’issue de cette première année d’expérimentation, notre système nous semble être efficace car il répond à bon nombre de problématiques enseignantes : offrir des renseignements plus fins sur les acquis et les progrès des élèves, permettre un suivi non chronophage, évaluer le socle.
Cependant il nous semble essentiel de préciser que le véritable intérêt se situe du côté des élèves et du travail en classe. Parfois vécu chez certains comme un changement brutal, mais néanmoins rassurant grâce à la présence de scores thématiques, cette nouvelle modalité de travail leur a permis de redonner du sens aux évaluations. Ils nous l’ont montré grâce à l’investissement dont ils ont fait preuve en s’emparant de nos outils et par la qualité des échanges lors des phases de construction ou d’explicitations des critères. De manière plus large, cela nous a permis de leur faire réaliser que chaque évaluation n’était plus un acte isolé servant à leur attribuer une note mais un point d’étape, source de progrès, au service des évaluations futures. Indubitablement ce changement de regard a eu un impact sur le climat des classes et sur le rapport aux évaluations, qui ne sont plus considérées comme des moments douloureux par les élèves.