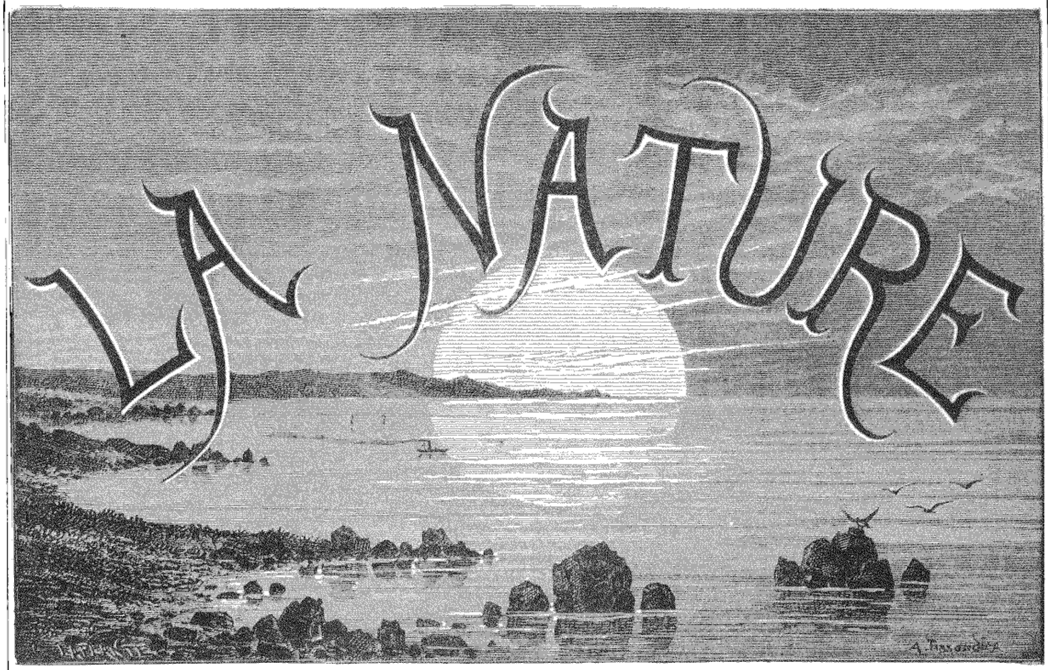
ÉDOUARD LUCAS

Publications Scientifiques

Tome X

Revue : La Nature

1884 – 1890



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

DOUZIÈME ANNÉE

1884

PREMIER SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES

LA TOUR D'HANOÏ ET LA QUESTION DU TONKIN

La poste nous a remis récemment une petite boîte en carton peint, sur laquelle on lit : *la Tour d'Hanoï*, véritable casse-tête annamite, rapporté du Tonkin par le professeur N. Claus (de Siam), mandarin du collège Li-Sou-Stian. Un vrai casse-tête, en effet, mais intéressant. Nous ne saurions mieux remercier le mandarin de son aimable intention à l'égard d'un profane qu'en signalant *la Tour d'Hanoï* aux personnes patientes possédées par le démon du jeu.

On raconte que, dans le grand temple de Bénarès, au-dessous du dôme qui marque le centre du monde, on voit, plantées dans une dalle d'airain, trois aiguilles de diamant, hautes d'une coudée et grosses comme le corps d'une abeille. Sur une de ces aiguilles Dieu enfila, au commencement des

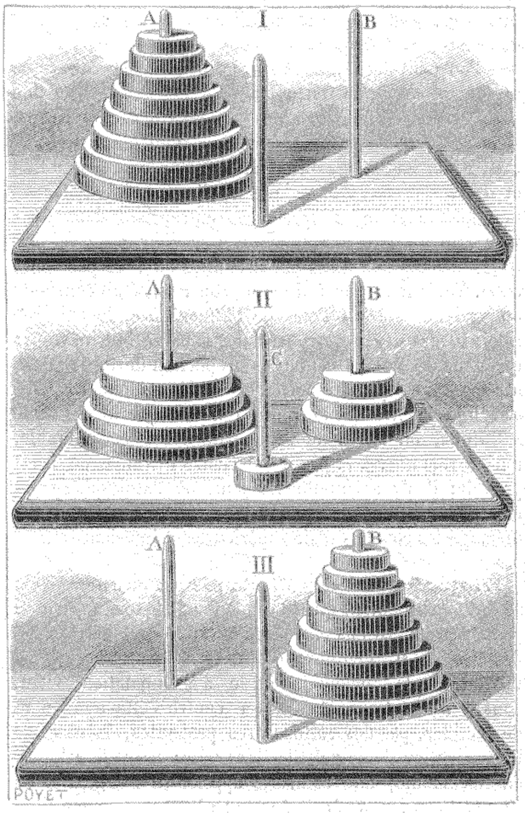


Fig. 1. — Jeu de la Tour d'Hanoï.

I. Commencement de la partie; la tour est construite en A. — II. Partie en voie d'exécution; les disques sont placés successivement sur les tiges A, B, C, par ordre décroissant. — III. Fin de la partie; la tour est reconstruite en B.

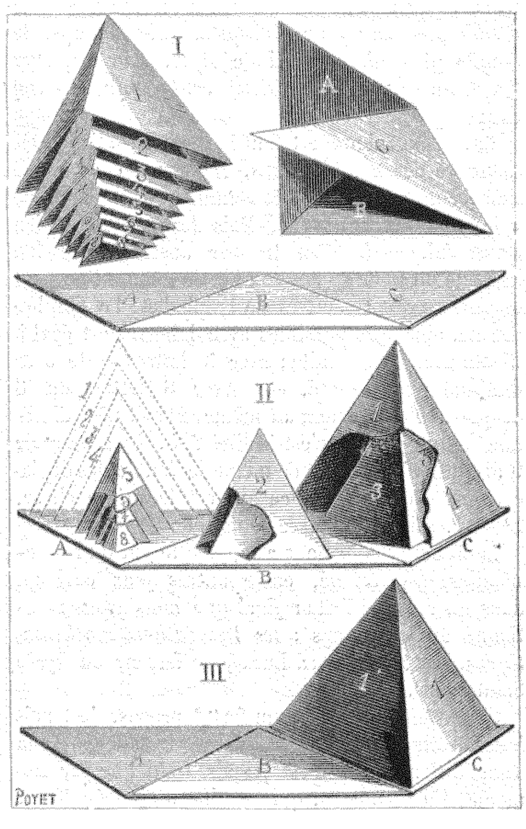


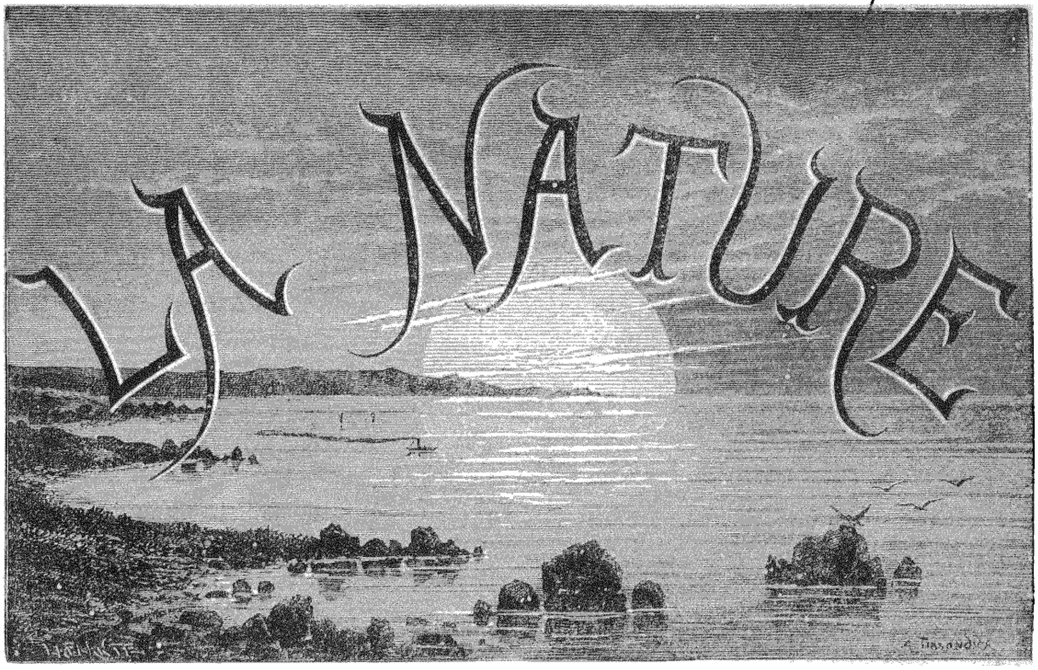
Fig. 2. — Jeu de la Question du Tonkin.

I. Pyramides de cartons, décroissantes 1 à 8, avec leur support ABC. — II. Partie en voie d'exécution: figure montrant la superposition des pyramides que l'on doit faire passer de A en B et en C. — III. Fin de la partie; les pyramides sont reconstruites en C.

siècles, soixante-quatre disques d'or pur, le plus large reposant sur l'airain, et les autres, de plus en plus étroits, superposés jusqu'au sommet. C'est la tour de Brahma. Nuit et jour, les prêtres se succèdent, occupés à transporter la tour de la première aiguille de diamant sur la troisième, sans s'écarter des règles fixes et immuables imposées par Brahma. Le prêtre ne peut déplacer qu'un seul disque à la fois ; il ne peut poser ce disque que sur une aiguille libre ou au-dessus d'un disque plus grand. Lorsqu'en suivant strictement ces recommandations les 64 disques auront été transportés de l'aiguille où Dieu les a placés sur la troisième, la tour et les brahmes tomberont en poussière et ce sera la fin du monde.

C'est évidemment cette légende qui a inspiré le mandarin du collège Li-Sou-Stian. La Tour d'Hanoï, c'est la tour de Brahma ; seulement les aiguilles de diamant sont remplacées par des clous et les disques d'or par des rondelles de bois (fig. 1). C'était plus prudent puisqu'il s'agit du Tonkin.

Les rondelles de taille décroissante sont au nombre de 8 seulement, et c'est bien assez. En opérant comme le font les brahmes, si la Tour avait



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

QUATORZIÈME ANNÉE

1886

PREMIER SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

existier entre chaque rangée de boutons. Elles reçoivent leur mouvement au moyen d'un rochet H, monté sur l'arbre des poulies D D, qui agit à intervalles réguliers aussitôt que la traverse C commence à se relever. Lorsqu'un carton est rempli, une disposition spéciale fait agir le rochet de plusieurs dents à la fois pour faire arriver immédiatement le carton suivant sous les rainures qui amènent les boutons.

Une ouvrière est chargée de verser les boutons en A, et au fur et à mesure de l'avancement des bandes de cuivre, de placer à la partie postérieure de la table les cartons vides et d'enlever à la partie antérieure les cartons pleins.

Cette machine est très curieuse à voir fonctionner; elle est construite par M. Olagnier à la manufacture de boutons de MM. Rosenwald. Les nombreux visiteurs de la dernière Exposition du travail au Palais de l'Industrie ont été à même d'en voir un modèle réduit qui était actionné par un petit moteur à gaz du système Forest; ce constructeur avait également installé un peu plus loin un autre moteur de son système qui actionnait la dynamo destinée à fournir le courant nécessaire à l'électro-aimant de la machine. Dans la pratique c'est le même moteur, bien entendu, qui fait tout fonctionner. G. Mareschal.

L'ARITHMÉTIQUE EN BOULES

Cet article a pour but l'exposition de quelques principes sur le calcul, et même sur l'arithmétique supérieure par des procédés de démonstration qui ne supposent au lecteur d'autres connaissances mathématiques que les quatre premières règles et les définitions de la géométrie élémentaire. C'est encore un essai de restauration des méthodes dont se servaient peut-être les ancêtres de la science, dans la Chine et dans l'Inde, pour arriver à la découverte des propriétés et des lois du nombre et de l'étendue. Nous n'ignorons pas que les savants qui s'occupent des origines de l'arithmétique et de la géométrie sont divisés sur la question de savoir si les solutions des problèmes relatifs à la mesure des surfaces et des volumes ont ou n'ont pas précédé celles des problèmes de même ordre dans le calcul des nombres polygonaux et des nombres figurés que nous définissons plus loin; mais nous devons dire que cet article et le suivant viennent apporter un nouvel appoint à ceux qui prétendent que l'étude de l'arithmétique a précédé celle de la géométrie; mais nous n'y reviendrons que plus tard, pour demeurer fidèle à notre méthode d'enseignement et de vulgarisation qui consiste toujours à passer du simple au composé; nous commencerons par les questions les plus élémentaires.

Avec des boules, des billes, des noix, ou mieux encore avec les pions d'un ou de plusieurs jeux de dames, nous pouvons successivement représenter les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5,..., ainsi que nous indiquons ci-dessous (fig. 1).

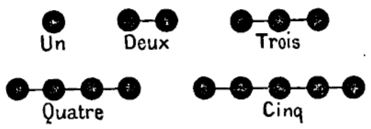


Fig. 1. — Les cinq premiers nombres.

L'arithmétique et par suite toutes les mathématiques reposent sur cet axiome, que le nombre est toujours égal à la somme de ses unités, quelle que soit la manière de les assembler ou de les grouper. Ainsi, en partageant le nombre 6 en deux parties on peut obtenir les dispositions représentées ci-contre (fig. 2).

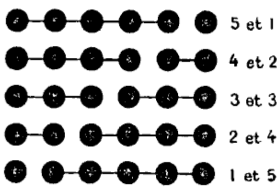


Fig. 2. — L'addition.

Donc le nombre 6 est la somme de 5 et de 1, par définition, mais aussi de 4 et 2, de 3 et 3, de 2 et 4, et enfin de 1 et 5. Par suite la somme de deux nombres ne change pas lorsque l'on intervertit l'ordre des nombres ajoutés; il en est de même pour la somme d'autant de nombres que l'on voudra.

La multiplication de 4 par 6 est l'addition de six nombres égaux à 4; nous l'avons représenté (fig. 3);

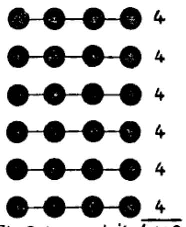


Fig 3. Le produit $\overline{4 \times 6}$

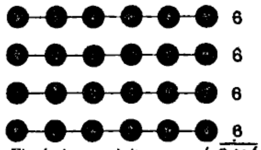


Fig 4. Le produit renversé $\overline{6 \times 4}$

le résultat s'appelle le *produit* de la multiplication ou le nombre *rectangulaire* de côtés 4 et 6. Si l'on fait tourner la figure d'un quart de tour, le nombre des unités ne change pas; on obtient alors le rectangle (fig. 4) provenant de la multiplication de 6 par 4.

La comparaison des figures 3 et 4 démontre cette proposition, que le produit de deux nombres ne change pas lorsque l'on intervertit l'ordre des facteurs, ainsi qu'on peut le constater sur la table de multiplication. Cette démonstration est classique.

LES NOMBRES TRIANGULAIRES.

Supposons toujours les nombres représentés par des boules juxtaposées en ligne droite et plaçons successivement (fig. 5) le premier nombre sur le second, les deux premiers sur le troisième, les trois premiers sur le quatrième, et les quatre premiers sur le cinquième, et ainsi de suite. Nous formons ainsi successivement ce que l'on appelle les *nombres triangulaires*.

Si l'on veut construire la table des nombres triangulaires, et la calculer aussi loin qu'on voudra, on écrit sur une première ligne les unités 1, 1, 1,... ; sur une seconde ligne les nombres successifs 1, 2, 3,...

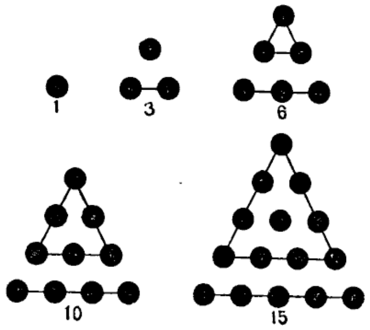


Fig. 5. — Les triangulaires.

de telle sorte que chaque nombre de cette ligne soit la somme de celui qui le précède dans la ligne et de l'unité 1 qui est au-dessus de lui ; c'est la loi même de formation des nombres entiers.

Unités	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Entiers. . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Triangulaires.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Sur une troisième ligne on forme la suite des nombres triangulaires en ajoutant au dernier nombre obtenu, celui qui se trouve au-dessus dans la colonne suivante ; ainsi, par exemple $28 = 21 + 7$, et de même pour tous les autres. Pour avoir les cent premiers triangulaires, on a donc à faire cent additions successives de deux nombres.

LA PILE D'OBUS.

Mais il vient se placer ici tout naturellement une question importante. Comment peut-on déterminer directement le centième triangulaire, ou plus généralement, comment peut-on calculer un triangulaire de rang donné ?

On sait que dans les arsenaux les projectiles emmagasinés sont de deux espèces : les uns sont des boulets destinés aux pièces lisses ; les autres, qui servent à la charge des pièces rayées, ont une forme cylindro-conique. Nous ne nous occuperons pour l'instant que de ces derniers. Une première tranche verticale représente un nombre triangulaire dont le profil est représenté (fig. 6). Pour donner plus de solidité à la pile, on place plusieurs rangées verticales semblables ; et le nombre total des obus est le produit du nombre des tranches par le triangulaire correspondant qu'il s'agit donc de calculer.

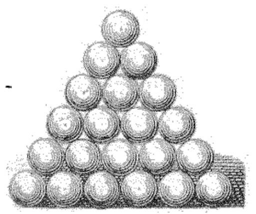


Fig. 6. — La pile d'obus.

Pour cela, considérons, par exemple, le cinquième triangulaire et plaçons à côté, en sens inverse (fig. 7) le même triangulaire représenté par des boules blanches ; nous formons ainsi un parallélogramme ; chaque ligne contient $(5+1)$ boules et puisqu'il y a 5 lignes, le nombre total des boules qui représente le double du 5e triangulaire est le produit de 5 par $5+1$ ou 6 ; ainsi le 5e triangulaire est la moitié du produit de 5 par 6.

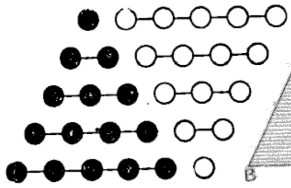


Fig. 7.

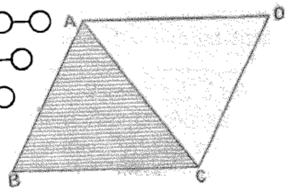


Fig. 8.

Par cette démonstration absolument pareille à celle qui démontre (fig. 8) que l'aire du triangle est la moitié de l'aire du parallélogramme de même base et de même hauteur, on voit donc que : *Le double d'un nombre triangulaire de rang quelconque est le produit du nombre qui indique son rang par le nombre suivant.*

Le rang est d'ailleurs égal au nombre de boules sur le côté, et nous considérons ces deux expressions comme équivalentes.

Ainsi en résumé, on peut calculer les nombres triangulaires soit par additions successives de manière à les obtenir tous ; mais aussi on peut les calculer isolément par une seule multiplication, ainsi que nous venons de le voir. Le second procédé sert de vérification au premier en calculant directement les triangulaires de dix en dix.

Le tableau précédent peut être allongé indéfiniment dans le sens de la longueur, en ajoutant autant de colonnes que l'on veut ; mais on peut aussi l'allonger dans le sens de la largeur en ajoutant des lignes. Il existe deux procédés d'extension absolument différents : le premier donne la théorie des *nombres polygonaux ;* c'est, pour ainsi dire, l'*arithmétique de Diophante ;* nous l'exposerons dans ce chapitre. Le second procédé donne la théorie des *nombres figurés ;* c'est plus spécialement l'*arithmétique de Fermat* ; nous l'exposerons dans un travail postérieur intitulé : l'*arithmétique en bâtons*.

— A suivre. — EDOUARD LUCAS.

LE SCARABÉE ÉLÉPHANT

Le nom de Scarabée a été d'abord donné à tous les Coléoptères de forte taille et n'a pris une signification précise qu'après que Latreille eut établi sa famille des Lamellicornes (cornes ou antennes à lamelles ou petites feuilles). Ces Coléoptères offrent des antennes insérées dans une fossette profonde, sous les bords latéraux de la tête, toujours courtes, de neuf ou dix articles, terminées en une massue composée des derniers, disposés le plus souvent en

Evidemment, le Coryphodon est l'animal fossile qui, par ses membres et sa dentition, se rapproche le plus des Dinocératidés; mais notre éminent confrère, M. Hébert, auquel on doit une étude sur le Coryphodon, jugera sans doute que cet animal est encore bien éloigné des Dinocératidés. Malgré leur taille énorme et certaines dispositions de leurs membres, les grandes bêtes cornues des Western-Territories ne peuvent être rapprochées des Proboscidiens, car elles n'avaient ni trompe, ni incisives supérieures et, bien que leurs pattes présentent de la ressemblance avec celles des Eléphants, elles diffèrent en ce que leur cuboïde supporte l'astragale, et non le naviculaire. En réalité, les Dinocératidés sont des créatures qui, après avoir contribué à donner une physionomie propre au monde éocène, ont disparu sans laisser de postérité.

On éprouve quelque étonnement en voyant apparaître, dès l'époque du tertiaire inférieur, des bêtes si puissantes, car les recherches qui ont été faites dernièrement en Amérique, comme celles qui ont eu lieu en Europe, n'ont jusqu'à présent fourni que des Mammifères secondaires assez chétifs.

Outre son grand volume sur les Dinocératidés, M. Marsh a déjà fait paraître un volume sur les oiseaux fossiles qui ont eu des dents, et il va bientôt en donner un troisième sur les Dinosauriens, ces gigantesques et étranges reptiles qui ont joué sur les continents de l'époque secondaire le rôle que les Mammifères ont joué sur les continents de l'époque tertiaire.

Avant les vastes travaux de M. Marsh sur les Vertébrés fossiles des Western-Territories, il y a eu ceux de M. Leidy, qui ont été aussi très importants. M. Cope, qui a fait de grandes publications sur les mêmes animaux, vient, cette année, de consacrer un gros volume à leur étude. M. Osborn commence à suivre les exemples de MM. Leidy, Marsh et Cope. L'ensemble des découvertes de ces naturalistes a singulièrement enrichi le domaine de la paléontologie. Les savants de notre vieille Europe ne peuvent manquer de suivre avec un intérêt sympathique les courageuses et fécondes explorations des savants de la jeune Amérique[1].

ALBERT GAUDRY,
de l'Institut.

[1] Note présentée à l'Académie des sciences.

L'ARITHMÉTIQUE EN BOULES

(Suite. Voy. p. 54)

LES NOMBRES CARRÉS.

Plaçons des boules aux sommets de carrés égaux distribués comme ceux des cases d'un échiquier. Nous avons représenté dans la figure 1 le carré de 5; ce carré est un nombre rectangulaire dont les côtés sont égaux; par conséquent, le nombre des unités qu'il renferme est 5×5 ou 25. Nous savons donc calculer, par multiplications successives, tous les carrés; ainsi le nombre des cases de l'échiquier de 8 cases de côté est 64; le nombre des cases du damier de 10 cases de côté est 100; mais pour le nombre des sommets de toutes les cases, on doit augmenter le côté d'une unité. Ainsi, dans la figure 9, il y a 16 cases et 25 sommets; de même, le nombre des sommets de l'échiquier est 81 et le nombre des sommets du damier est 121.

Contrairement à ce que nous avons fait pour les nombres triangulaires, nous trouvons ici tout d'abord le procédé de calcul pour chaque carré pris isolément; nous allons chercher le procédé par lequel on peut les obtenir par additions successives. Dans ce but, nous déterminerons ce qu'il faut ajouter à un carré pour obtenir le carré suivant; nous avons représenté par des boules blanches, dans la figure 2, le nombre qu'il faut ajouter à chacun des carrés pour obtenir le carré suivant. Ce nombre que l'on appelle *accroissement*, *excès* ou *différence*, est formé d'une ligne brisée à angle droit et renferme successivement 3, 5, 7, 9 unités, c'est-à-dire continuellement 2 en plus; il en sera toujours de même, comme il est facile de s'en convaincre. Ainsi les accroissements des carrés sont représentés par les

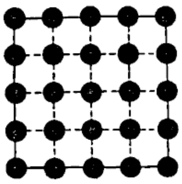


Fig. 1.
Le carré de cinq.

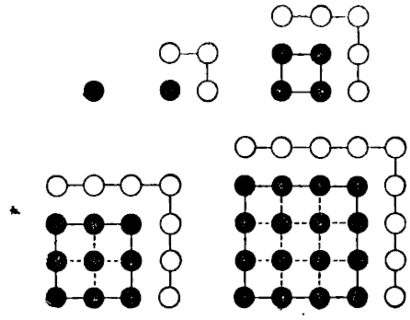


Fig. 2. — Les accroissements des carrés.

nombres impairs et l'on voit alors d'une manière évidente que le second carré est la somme des deux premiers impairs 1 et 3; que le troisième carré est la somme des trois premiers impairs; que le quatrième carré est la somme des quatre premiers impairs, et ainsi de suite. On a donc cette proposition : *La somme des premiers impairs à partir de 1 est égale au carré de leur nombre* On la trouve dans l'arithmétique de *Nicomaque*, de Gérase, qui vivait vers la fin du premier siècle de l'ère chrétienne.

LA TABLE DES CARRÉS.

		2	2	2	2	2	2	2	2	2
Impairs . . .	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Carrés . . .	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Nous profiterons du théorème précédent pour construire rapidement la table des carrés. Sur une première ligne on écrit constamment le nombre 2; sur une deuxième ligne on forme successivement les impairs en ajoutant 2 au dernier impair obtenu; sur une troisième ligne, on forme les carrés en ajoutant au dernier carré obtenu le nombre placé au-dessus de la colonne suivante; ainsi, par exemple, $49 = 36 + 13$. On vérifie d'ailleurs le calcul en plaçant à l'avance les carrés des nombres terminés par des zéros, et on doit les retrouver dans le courant de l'opération.

La table des carrés est d'une extrême importance pour l'arithmétique théorique et pratique, et nous pensons que son emploi est beaucoup plus utile et plus étendu que celui de la table des logarithmes. Nous y reviendrons plus d'une fois dans le courant de cet ouvrage. Nous supposerons donc que l'on possède une telle table, que l'on peut rapidement construire soi-même d'après les indications précédentes. Il n'est pas douteux que c'est par son secours que Fermat a obtenu et démontré la plupart de ses inventions arithmétiques.

Nous nous servirons de cette table pour résoudre diverses questions. On reconnaîtra tout d'abord si un nombre est carré en le cherchant dans la table, puisque les carrés sont rangés par ordre de grandeur, et nous supposerons d'ailleurs que ce nombre

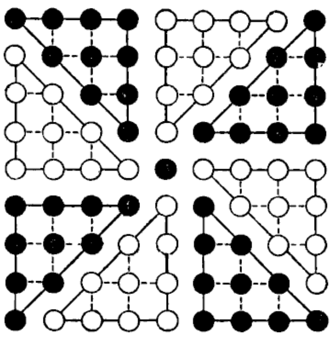


Fig. 3 — Théorème de Diophante.

ne dépasse pas les limites de cette table, et par exemple cent millions, si l'on a calculé la table des dix mille premiers carrés. Comment reconnaître maintenant avec la table des carrés si un nombre donné est triangulaire; on se servira pour cela du théorème suivant que l'on trouve dans l'arithmétique de *Diophante :*

L'octuple d'un triangulaire augmenté de l'unité est toujours un carré. La démonstration de ce théorème résulte immédiatement de la vue de la figure 3 ci-dessus.

Inversement, *tout carré impair diminué de l'unité est l'octuple d'un triangulaire.*

Par conséquent pour savoir si 55 est un triangulaire, on le multiplie par 8 et l'on ajoute 1, ce qui fait 441 ou le carré de 21; donc 55 est un triangulaire; pour avoir son côté, on prend la moitié du côté du carré diminué préalablement de 1 et l'on trouve 10. Ainsi 55 est le dixième triangulaire.

LES RESTES DES CARRÉS.

A la seule inspection de la table des carrés, on reconnaît immédiatement que ceux-ci sont terminés par l'un des chiffres 0, 5, 1, 4, 6, 9 et ne sont jamais terminés par l'un des quatre chiffres 2, 3, 7, 8; cela résulte de ce que le dernier chiffre d'un produit est le même que celui du produit de ses deux derniers chiffres. On peut donc affirmer que si un nombre est terminé par 2, 3, 7, 8, il ne peut être un carré parfait. On dit que les nombres 0, 5, 1, 4, 6, 9 sont les restes des carrés par 10, et que les autres sont des non-restes ou des non-résidus.

De même les triangulaires ne sont jamais terminés par l'un des chiffres 2, 4, 9, 7, parce que leur octuple augmenté de l'unité donnerait pour dernier chiffre un non-reste de carré; ces observations permettent de simplifier dans beaucoup de cas les recherches pour savoir si un nombre est triangulaire ou carré.

LES DÉCOMPOSITIONS D'UN CARRÉ.

Si nous plaçons au-dessous du tableau des triangulaires la ligne des carrés, nous obtenons ainsi la nouvelle table :

Unités	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Entiers. . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Triangulaires.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Carrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

On reconnaît immédiatement que *tout carré est la somme du triangulaire de même rang et du triangulaire précédent.* Cette propriété est visible sur la

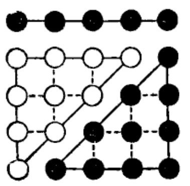


Fig. 4.

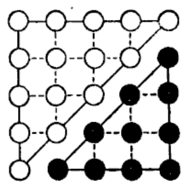


Fig. 5.

figure 4; de même la figure 5 nous montre que *tout nombre carré est égal à son côté augmenté de deux fois le triangulaire de rang précédent.*

— A suivre. — ÉDOUARD LUCAS.

L'AFFAISSEMENT DU PONT-NEUF

A PARIS

Lors des fortes crues de la Seine qui ont eu lieu vers le milieu du mois de décembre 1885, une des piles, du côté amont du Pont-Neuf, à Paris, s'est affaissée, probablement par suite d'un affouillement du sol déterminé par les eaux. Cette pile est une de celles qui se trouvent au milieu du pont, dans sa partie qui traverse le petit bras de la Seine et unit le quai des Orfèvres au quai des Augustins. L'accident a produit un grand émoi à Paris, car s'il est dans le monde des ponts plus importants que le Pont-Neuf, dis que la gerbe n° 4 doit être attribuée à une torpille chargée de fulmi-coton : cette matière étant beaucoup plus brisante que la poudre, l'effet se localise davantage, mais par contre la force de projection est beaucoup plus considérable, et la gerbe affecte une forme pointue.

Tous ces dessins mettent en lumière une particularité intéressante : c'est qu'en dehors d'une zone profondément troublée par l'explosion et nettement limitée, la surface de la mer reste parfaitement plane. On le voit surtout dans le n° 2 où la chaloupe porte-torpille a conservé après l'explosion sa flottaison normale. L'effet de la torpille est donc tout à fait local et les objets placés en dehors de son cercle d'action n'en ressentent aucune atteinte, c'est ce qui explique comment un bateau-torpilleur peut détruire un navire sans éprouver lui-même la moindre avarie; mais il faut évidemment que la charge de la torpille, et surtout son immersion, soient en rapport avec la longueur de l'espar auquel elle est fixée, sans quoi le bateau porte-torpille se trouverait lui-même engagé dans la zone dangereuse. En France, la hampe des torpilleurs a $8^m,50$ environ de longueur; la torpille est immergée de $2^m,50$ et sa charge est de 16 kilogrammes de fulmi-coton.

Quant aux effets destructeurs des torpilles, ils sont dus au phénomène connu sous le nom de bélier hydraulique : la pression énorme qui résulte de la production d'une grande masse de gaz sous l'eau, se transmet instantanément par le liquide incompressible aux corps placés au-dessus, et le liquide lui-même, agissant comme un véritable projectile, démolit par son choc les murailles des navires les plus solides; la puissance du jet qui accompagne l'explosion en mer libre, permet de se rendre compte de la violence du choc que doit subir un navire placé juste au-dessus d'une torpille. D'autre part on comprend aisément que les effets de l'explosion soient limités à un cône assez étroit, car c'est dans la direction où la résistance est la moindre que les gaz doivent tendre à se dégager; il se produit dans la masse liquide une action analogue à celle du poinçon qui sert dans les chantiers à percer les trous de rivets dans les tôles : on sait que le trou produit par cet outil est légèrement conique, et que sur les bords de ce cône il ne se produit pas de déchirure sensible; de même le trou que fait la torpille au sein de la masse liquide est nettement limité et les parties voisines n'en portent aucune trace, comme on peut le voir par les dessins de la page 165[1].

L'ARITHMÉTIQUE EN BOULES

(Suite. Voy. p. 54)

LES NOMBRES PENTAGONAUX.

La figure 1 représente le cinquième *nombre pentagonal;* on formerait le sixième nombre pentagonal en ajoutant des boules au delà du contour EPQR. Ainsi les nombres pentagonaux sont formés par des boules placées sur des enceintes ou contours successifs d'un pentagone régulier; le premier pentagonal est représenté par la boule A; le second pentagonal par cette boule et les quatre boules blanches aux sommets du pentagone régulier de côté AB; le troisième pentagonal par les boules précédentes et celles qui se trouvent sur le pentagone de côté AC et ainsi de suite.

Puisque le contour extérieur EPQR a trois côtés, EP, PQ, QR, on voit que, d'un contour au suivant, le nombre des boules augmente de *trois* unités. Par suite, le tableau des pentagonaux se fait comme celui des carrés, mais en remplaçant la première ligne des nombres tous égaux à 2, par des nombres tous égaux à 3.

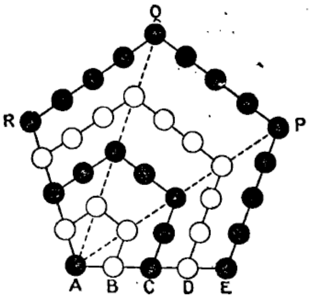


Fig. 1. — Le cinquième pentagonal.

LA TABLE DES PENTAGONAUX.

		3	3	3	3	3	3	3	3	3
Triples moins 2	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
Pentagonaux. .	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145

Ainsi, en continuant le tableau précédent, on peut calculer tous les pentagonaux par additions successives; mais si l'on veut calculer isolément un pentagonal de rang donné, il suffit de consulter la figure 2, qui nous montre immédiatement l'exactitude de cette proposition :

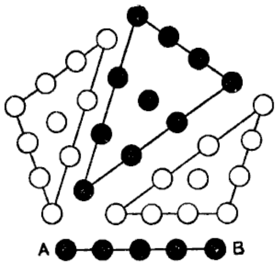


Fig. 2.

Tout pentagonal est égal à son côté AB *augmenté de trois fois le triangulaire de rang précédent.*

Cette proposition correspond à celle qui résulte, pour le carré, de la vue de la figure 3; mais si l'on ajoute le côté AB de la figure 2 au triangle placé au-dessus et formé de boules blanches, on en déduit la propriété correspondante à celle de la figure 4 pour le carré, et que l'on énonce ainsi : *Tout pentagonal est la somme du triangulaire de même rang et du double du triangulaire précédent.*

Il nous reste maintenant à résoudre la question suivante : Comment reconnaître qu'un nombre donné est pentagonal? Mais il résulte immédiatement de l'étude de la figure 3 que : *Le triple de tout nombre pentagonal est un nombre triangu-*

[1] D'après le *Journal de la marine* et la *Revue maritime et coloniale.*

laire dont le rang est le triple moins un du rang du pentagonal. Inversement, tout triangulaire dont le rang est un triple moins un, est le triple d'un pentagonal. Par conséquent, un nombre étant donné, pour savoir si ce nombre est un pentagonal, on le

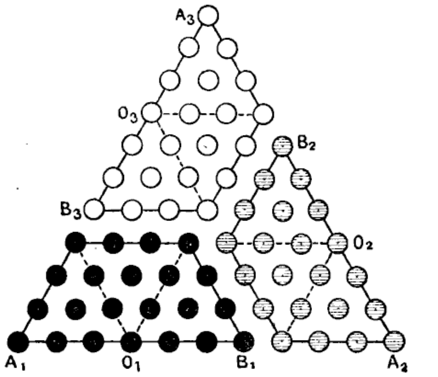


Fig. 3. — Le triple pentagonal.

multiplie par 3, et le produit doit être un nombre triangulaire. Par conséquent, en appliquant le théorème de Diophante : *Le produit par* 24 *d'un nombre pentagonal étant augmenté de l'unité donne un carré dont le côté est le sextuple moins un du côté du pentagonal.* Inversement, tout triangulaire dont le rang est un sextuple moins un est le produit plus un d'un nombre pentagonal par 24.

On reconnaît encore facilement qu'un nombre pentagonal ne peut être terminé par l'un des chiffres 4, 8, 3, 9; parce que, s'il en était ainsi, le triple de ce nombre serait terminé par 2, 4, 9, 7 et que l'un de ces chiffres ne peut être le dernier chiffre d'un nombre triangulaire.

LES NOMBRES HEXAGONAUX.

La figure 4 représente le 5e *nombre hexagonal;* il est formé en plaçant des boules à égale distance

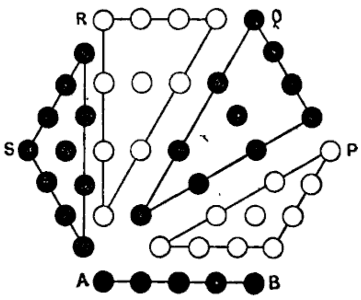


Fig. 4. — Le cinquième hexagonal.

sur les contours successifs d'hexagones réguliers ayant pour sommets communs le sommet A, et dont les côtés sont respectivement 1, 2, 3, 4; on pourrait construire la table des nombres hexagonaux en remplaçant dans la première ligne de la table des carrés ou des pentagonaux les nombres 2 ou les nombres 3 par le nombre 4; on peut aussi calculer directement un nombre hexagonal de rang quelconque en observant (fig. 4) que : *Tout nombre hexagonal est égal à son côté* AB *augmenté de quatre fois le triangulaire de rang précédent.*

Si l'on réunit les boules blanches du triangle P à celles du côté AB, on a encore cette proposition : *Tout hexagonal est la somme du triangulaire de même rang et du triple du triangulaire précédent.*

Mais le calcul de la table des nombres hexagonaux est inutile, et les résultats se déduisent de la table des triangulaires, car il résulte de la proposition précédente et de la vue de la figure 5 que : *Tout hexagonal est un triangulaire de côté impair et réciproquement.* ÉDOUARD LUCAS.

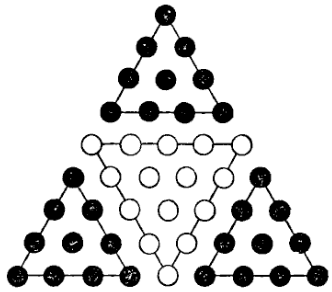


Fig. 5.

— A suivre. —

LES ÉLÉPHANTS SAVANTS

« L'éléphant est un gros animal qui mange avec sa queue, » d'après la définition qu'attribuait M. Charles Monselet à son jeune fils. En effet, l'éléphant est un animal paradoxal sous bien des rapports; non seulement il « mange avec sa queue », mais encore cette grosse masse renferme une intelligence extrêmement développée; de plus, quoique son espèce vive à l'état sauvage, il possède une aptitude à la domestication qui ne se rencontre, à un pareil degré, chez aucun autre genre d'animaux; malgré sa force et ses moyens de défense, il obéit aux ordres de l'homme; enfin, on ne se douterait pas, en voyant l'extérieur de l'animal, qu'il est doué de véritables dispositions acrobatiques.

Sous le rapport du développement de l'intelligence comme sous celui de l'aptitude à exécuter des tours de force, d'agilité ou d'adresse, l'éléphant est prédisposé à devenir animal savant.

Il y a lieu toutefois de distinguer entre les individus des deux grandes races d'éléphants, la race d'Afrique et celle d'Asie; les animaux de l'une et de l'autre diffèrent entre eux par des caractères bien tranchés. Une visite au Muséum d'histoire naturelle permet, du reste, de les comparer facilement; l'une et l'autre y sont en effet représentées.

La race d'Afrique l'est par un jeune animal qui n'a atteint encore qu'une taille moyenne; l'autre, la race d'Asie, par un superbe éléphant adulte.

L'éléphant d'Afrique (le petit) se distingue par la forme de sa tête, qui est plus ronde, il a le front bombé au lieu d'être presque droit; de plus ses cuit sur ces 17 lampes, elles éclairent à leur puissance normale si le potentiel est normal; elles sont un peu faibles si le potentiel est trop faible, et un peu poussées si le potentiel est trop élevé. C'est un galvanoscope très sensible dont le seul inconvénient, sans importance dans le cas particulier, est de dépenser plus d'un cheval électrique pour la mesure pendant tout le temps que le courant est fermé sur les lampes.

On maintient le potentiel constant aux bornes de la machine, quelle que soit à chaque instant la dépense dans la canalisation, en agissant sur l'excitation de l'excitatrice à l'aide de résistances variables introduites dans son circuit. Actuellement ce réglage se fait à la main. Lorsque le potentiel dans la canalisation de transport sera porté à 1250 volts, ce réglage s'effectuera automatiquement à l'aide d'un appareil représenté à gauche de la figure 1. Ce régulateur se compose d'un fléau de balance aux extrémités duquel sont suspendus deux cylindres en fer; l'un de ces cylindres est placé au milieu d'un solénoïde à fil fin branché sur les barres de la machine; l'autre plonge dans une cavité renfermant du mercure. L'attraction plus ou moins grande du solénoïde incline plus ou moins le fléau, et fait plonger plus ou moins l'autre cylindre dans le mercure. Il se produit ainsi une dénivellation de ce mercure qu'on met à profit pour introduire une résistance variable dans le circuit d'excitation. La sensibilité de l'appareil se règle en déplaçant un contrepoids mobile sur une tige verticale fixée sur le fléau. On limite ainsi les variations de potentiel aux bornes de la machine, et on le maintient pratiquement constant.

Tels sont les caractères principaux de l'installation de Tours. Il y aurait encore bien des détails à donner sur la manière de compter l'éclairage aux abonnés, sur les compteurs d'électricité à l'étude, sur des transformateurs auxiliaires qui retransforment le courant de 50 volts et le portent à 100 volts pour alimenter deux lampes à arc en tension, etc. (L'un de ces petits transformateurs est dessiné à droite de la figure 1.)

Ce que nous venons de dire suffit à montrer quelles ressources on a su tirer des appareils de transformation de M. Gaulard dans leur application à une distribution d'éclairage électrique.

Une expérience un peu prolongée fera connaître les avantages et les inconvénients de ce système; mais il y a là, dans tous les cas, une heureuse et intelligente initiative que nous nous plaisons à signaler. E. Hospitalier.

Tours, le 20 février 1886.

L'ARITHMÉTIQUE EN BOULES

(Suite et fin. — Voy. p. 166.)

LES NOMBRES POLYGONAUX.

En continuant le mode de construction des nombres pentagonaux et hexagonaux, on apprend à construire tous les nombres polygonaux. Pour cela, on figure un polygone régulier d'un nombre quelconque de côtés en plaçant une boule à tous les sommets. Si l'on joint un sommet déterminé à tous les autres et si l'on place des boules à une distance double, triple, quadruple de ce sommet, on obtient des sommets de polygones de côtés doubles, triples, quadruples. Puis l'on place sur les côtés de ces polygones des boules dont la distance est toujours égale au côté du polygone primitif. On a les deux propositions suivantes analogues à celles qui ont été indiquées plus haut :

Tout polygonal est égal à son rang augmenté d'autant de fois le triangulaire précédent qu'il y a d'unités dans son rang diminué de deux.

Tout polygonal est égal au triangulaire de même rang augmenté d'autant de fois le triangulaire précédent qu'il y a d'unités dans son rang diminué de trois.

D'ailleurs, pour construire tous les polygonaux dont le nombre des côtés est donné, il suffit de remplacer dans la table des carrés ou des pentagonaux la première ligne contenant les nombres 2 ou les nombres 3, par des nombres tous égaux au nombre des côtés diminué de deux unités.

Les nombres *octogonaux* donnent lieu à la proposition suivante : *Le triple plus un d'un octogonal est un carré dont le côté est le triple moins un du côté de l'octogonal.*

Mais, pour démontrer ce théorème, nous remarquerons d'abord que tout octogonal est égal au pentagonal de même rang augmenté du triple du triangulaire de rang précédent; cette propriété résulte de la décomposition d'un pentagonal par une diagonale menée du sommet qui correspond à l'unité. Cela posé, la figure 1 nous montre que : *Le nonuple plus un*

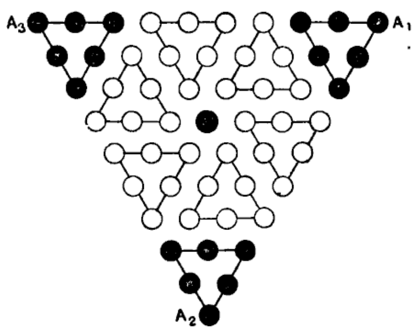


Fig. 1. — Le nonuple triangulaire.

d'un triangulaire est un triangulaire dont le côté est le triple plus un du côté du premier. Si l'on superpose le côté A_2A_3 de cette figure sur le côté A_2A_3 de la figure 3 (page 167), en tenant compte de la décomposition de l'octogonal en un pentagonal et trois triangles du rang précédent, on démontre l'avant-dernière proposition, car on forme ainsi un losange dont le nombre des boules est un carré.

Par suite, un octogonal ne peut être terminé par l'un des chiffres 7, 4, 2, 9; car s'il en était autrement, son triple plus un ou le carré serait terminé

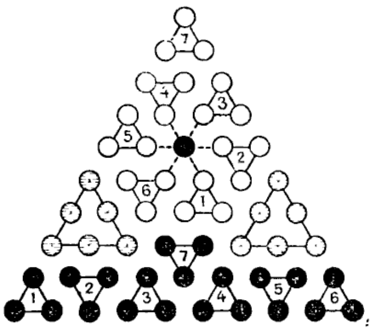


Fig. 2. — Le double décagonal.

par 2, 3, 7, 8; ce que nous avons reconnu impossible.

Les nombres *décagonaux* donnent lieu à la propriété suivante : *Le double plus un d'un décagonal est un triangulaire dont le rang est le quadruple moins deux de celui du décagonal.*

En effet, tout décagonal vaut un triangle de même rang augmenté de *sept* triangles de rang précédent; or (fig. 2), en ajoutant l'un des triangulaires ombrés aux *sept* triangulaires en boules blanches ou noires, on forme le décagonal. — Il résulte de cette proposition qu'un décagonal ne saurait être terminé par l'un des chiffres 3, 4, 8, 9.

DEUX PROBLÈMES DE FERMAT.

La théorie des nombres polygonaux se trouve dans l'*Arithmétique de Diophante*, et les formules qui servent à les calculer sont reproduites dans la *Géométrie de Boèce*, et dans un recueil encyclopédique du quinzième siècle, ayant pour titre : *Margarita philosophica*. Cette théorie semble avoir été abandonnée à cause de son peu d'application pratique; mais elle a occupé les plus grands géomètres, et en particulier, Fermat. Nous indiquerons, d'après des manuscrits originaux et inédits, la solution

TABLE DES NOMBRES POLYGONAUX.

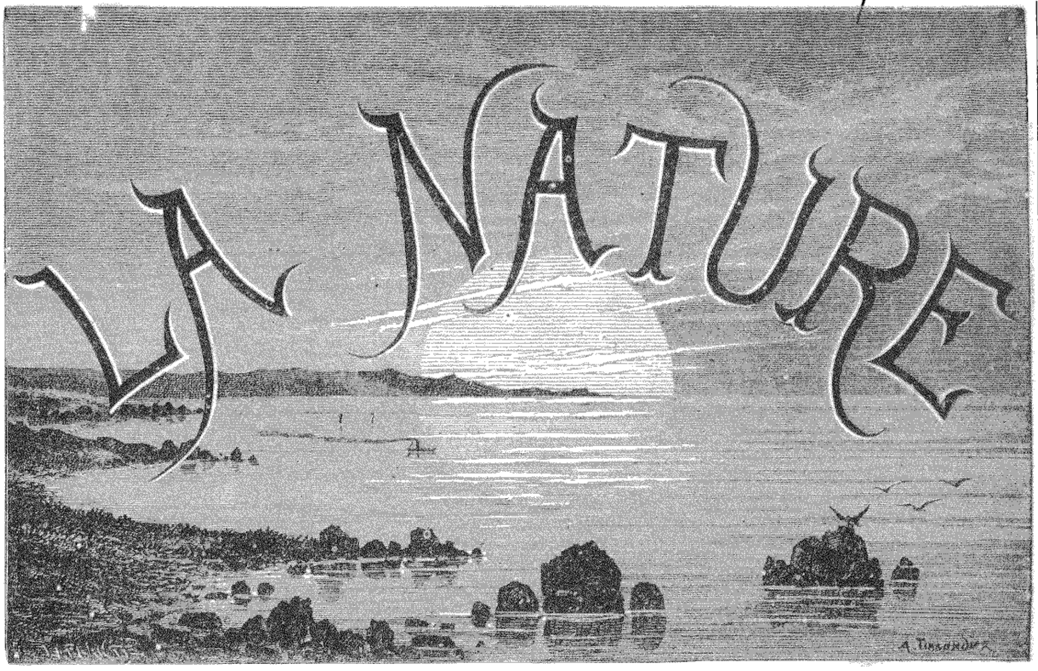
NOMBRE	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e	9e	10e
Triangulaire.	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Carré.	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Pentagonal	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Hexagonal	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Heptagonal.	7	18	34	55	81	112	148	189	235
Octogonal.	8	21	40	65	96	133	176	225	280
Nonagonal	9	24	46	75	111	154	204	261	325
Décagonal.	10	27	52	85	126	175	232	297	370

de deux problèmes fondamentaux; cette solution est beaucoup plus simple que toutes celles qui ont paru jusqu'ici dans les essais de restauration d'un passage obscur du Diophante. Ces deux problèmes sont les suivants : 1° *Étant donné un nombre, trouver de combien de manières ce nombre peut être polygonal*; 2° *Trouver un nombre qui soit polygonal autant de fois qu'on voudra et trouver le plus petit de ceux qui satisfont à la question.*

Pour résoudre ces deux problèmes, nous commencerons par construire la table des nombres polygonaux jusqu'au décagonal, d'après les méthodes de calcul que nous avons exposées. Ces nombres sont renfermés dans le tableau ci-dessus que l'on consulte comme la table de Pythagore.

A l'inspection de cette table, on reconnaît facilement qu'il est plus simple de la calculer par colonnes, car en passant dans chacune d'elles d'une ligne à la suivante tous les nombres augmentent d'une même quantité, à savoir le triangulaire de la colonne précédente. Par suite, pour savoir de combien de manières un nombre donné est polygonal, il suffit de le diviser par les triangulaires successifs en ne conservant que les divisions dans lesquelles le reste représente le triangulaire qui précède le diviseur. Le second problème se ramène de même à déterminer un nombre qui, divisé par des nombres donnés, donne des restes donnés; la solution en est connue.

ÉDOUARD LUCAS.



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

QUATORZIÈME ANNÉE

1886

DEUXIÈME SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, EDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

« LA GASCOGNE »

NOUVEAU TRANSATLANTIQUE

La *Gascogne*, qui complète la série des cinq paquebots à grande vitesse de notre ligne postale de New-York, est partie le 18 septembre pour effectuer son premier voyage. Elle a fait ses essais de machine, de Marseille au Havre, dans des conditions exceptionnelles. M. le Ministre des postes et télégraphes ayant exprimé le désir de suivre ces essais, M. Eugène Pereire, président de la Compagnie, avait donné les ordres nécessaires pour que la *Gascogne* reçût à son bord M. Granet, et qu'une excursion eût lieu dans la Méditerranée, qui permît au Ministre d'apprécier dans leurs détails les conditions d'un voyage complet.

C'est le 29 août que M. Granet s'est embarqué sur la *Gascogne*, ayant avec lui Mme Granet et ses deux enfants, et M. V. Granet, préfet de la Nièvre.

La *Gascogne* qui a pris la mer le 29 août, a fait cinq escales : Alger, Oran, Gibraltar, Tanger et Lisbonne. Dans chacun de ces ports, elle a reçu de nombreuses visites et a été l'objet de la curiosité et de l'admiration générales. A Alger, à Oran, les principales autorités civiles et militaires, venues au-devant de M. le Ministre des postes, ont été reçues par le commandant, M. Santelli, par l'ingénieur en chef de la Compagnie, M. Daymar, et par M. Chabrier, administrateur. A Gibraltar, le gouverneur, M. le général Eddy, accompagné de ses deux filles et de sa maison militaire, a accepté un punch à bord. A Tanger, M. Féraud, ministre de France, avec tout le personnel de la légation, s'est mis à la disposition des passagers de la *Gascogne*, et le paquebot a été visité par deux délégués du pacha-gouverneur, ce dernier ayant exprimé le regret de ne pouvoir se rendre à bord, sa journée étant consacrée au palais à des cérémonies religieuses. Toute la population de Tanger, qui connait le pavillon de la Compagnie générale transatlantique, a été vivement frappée par le stationnement de la *Gascogne*.

La *Gascogne*, après avoir gagné Lisbonne, s'est rendue au Havre, et c'est durant cette traversée, opérée en 51 heures, que la commission de réception présidée par M. le capitaine de vaisseau Boulineau, a rédigé son procès-verbal de réception.

L'excursion de la *Gascogne* dans la Méditerranée laissera de longs souvenirs. Les populations algériennes désiraient vivement connaître le type des magnifiques paquebots que la Compagnie transatlantique a mis en ligne pour lutter sur l'Atlantique contre le pavillon britannique.

L'ARITHMÉTIQUE EN BATONS

DANS L'INDE, AU TEMPS DE CLOVIS

« Ayant rendu hommage à Brahma, à la Terre, à la Lune, à Mercure, à Vénus, au Soleil, à Mars, à Jupiter, à Saturne, et aux Constellations, Aryabhata, en la *Cité des fleurs*, expose la science très vénérable : »

Les lignes qui précèdent sont, d'après M. Léon Rodet[1], ingénieur à la Manufacture des tabacs, la traduction du premier distique des *Leçons de calcul* d'Aryabhata, mathématicien né en l'année 475 ou 476 de notre ère, qui enseignait l'arithmétique et l'astronomie de 500 à 550, à Pâtaliputra, l'antique capitale des premiers monarques historiques de l'Inde. Ces leçons se composent de diverses règles de calcul condensées dans trente-trois distiques qui forment pour ainsi dire le programme de son cours. En particulier, les distiques XXI et XXII contiennent les règles que l'on démontre actuellement dans les cours de mathématiques pour la préparation à nos écoles du gouvernement et dont on se sert couramment dans les arsenaux pour calculer le nombre des boulets d'une pile à base triangulaire ou à base carrée. De plus le second vers du distique XXII est traduit ainsi :

« Le carré de la pile des nombres simples est le volume de la pile des cubes. » Mais l'ouvrage en question ne contient aucune méthode, aucune démonstration, aucun indice permettant de faire une restauration; mais nous devons dire que l'on trouve deux démonstrations de cette dernière proposition dans un ouvrage de la fin du dixième siècle.

Il est intitulé : *Al Fakhrî*, traité d'algèbre composé par Aboû Beqr Mohammed ben Alhaçan, surnommé Alkarkhî, *le calculateur;* il est dédié à Aboû Ghâlib Mohammed ben Khalaf, surnommé Fakhr Almoulq, *la gloire du gouvernement*, vizir de Behâ Aldaoulah, qui mourut le 3 septembre 1016 de notre ère. Le manuscrit qui contient le Fakhrî, et coté 952 du supplément arabe de la Bibliothèque nationale, a été traduit par Wœpcke; il se termine ainsi : « J'ai exclu de mon présent ouvrage ce qui ne s'y rapporte pas. J'avais désiré y ajouter quelque chose en fait des particularités des figures, du cercle et des testaments. Mais je ne l'ai pas fait pour deux raisons dont l'une est mon aversion pour la prolixité; la seconde est que j'ai déjà composé sur chacun de ces sujets un ouvrage étendu embrassant leurs théories exactes, et la solution des problèmes les plus subtils avec leur méthode. Louanges sans bornes et sans fin à Celui qui donne l'intelligence et qui nous délivre de l'erreur! Que sa bénédiction soit sur notre seigneur, Mohammed, le prophète, son élu parmi ses créatures, et sur sa famille et ses compagnons les purs, les saints! »

« Ceci fut écrit et achevé par Sâliq le pauvre. Fin. »

L'étude de la figure renfermée dans ce manuscrit nous a permis de perfectionner la démonstration et de retrouver des procédés probablement fort analogues à ceux dont se sont servis les anciens pour obtenir les règles du calcul concernant le volume des pyramides.

LES NOMBRES EN BAGUETTES.

Prenons des règles d'écolier, de même grosseur, et supposons pour fixer les idées que la largeur et l'épaisseur aient un centimètre; portons successivement sur une règle des longueurs égales à 1, 2, 3, 4, 5, ... centimètres et par quelques traits de scie,

[1] *Leçons de calcul d'Aryabhata*, par M. Léon Rodet. — Extrait du *Journal Asiatique*. — Paris, Imprimerie nationale, 1879.

coupons cette règle en petits morceaux ; nous figurons ainsi les premiers nombres par ce que l'on appelle des *parallélépipèdes rectangles* (fig. 1); l'addition de plusieurs nombres se fait en les plaçant bout à bout, et l'on peut ainsi expliquer aux enfants les diverses propriétés de l'addition.

Prenons maintenant deux règles de même longueur, plaçons-les à côté l'une de l'autre et avec de la colle forte réunissons-les, comme ferait un ébéniste, de manière à former une règle plate dont la

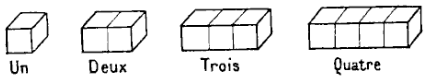


Fig. 1. — Les nombres simples.

largeur est double de la hauteur; portons encore sur cette règle des longueurs égales à 1, 2, 3, 4, ... centimètres, et par quelques traits de scie coupons cette règle en petits morceaux; nous figurons ainsi les *nombres doubles* 2, 4. 6, 8... (fig. 2).

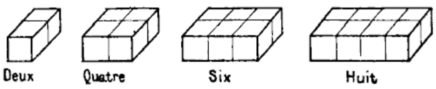


Fig. 2. — Les nombres doubles.

Avec trois règles accolées et découpées comme nous l'avons fait précédemment, nous représentons les *nombres triples* 3, 6, 9, 12... (fig. 3).

Et en accolant 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 règles et découpant comme précédemment nous représenterons les nombres *quadruples, quintuples, sextuples, septuples, octuples, nonuples* et *décuples* (fig. 4).

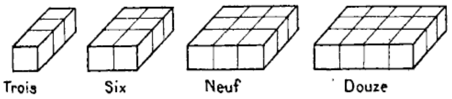


Fig. 3. — Les nombres triples.

Par conséquent, nous représentons ainsi les produits des nombres 1, 2, 3, 4, 5, ... respectivement par 1, 2, 3, 4, 5, ... c'est-à-dire que nous formons la

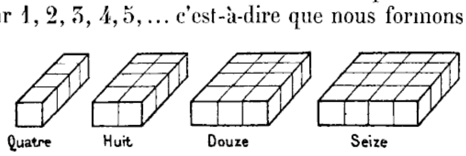


Fig. 4. — Les nombres quadruples

table de Pythagore. En effet réunissons bout à bout les nombres simples; plaçons à côté les nombres doubles, et ainsi de suite, nous obtenons pour les cinq premiers nombres la figure 4; c'est la table de Pythagore rendue matérielle; mais, nous pouvons aussi la disséquer, et pour ainsi dire en disloquer tous les éléments. Par suite en combinant et en assemblant tous les morceaux de diverses manières, nous pouvons obtenir les démonstrations d'un très grand nombre de théorèmes d'arithmétique élémentaire.

Au lieu de se servir de règles d'écolier, on peut découper une planchette dont l'épaisseur est égale au côté du petit carré A (fig. 5), par des traits de

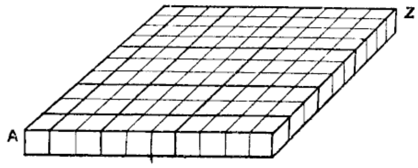


Fig. 5. — La table de Pythagore en briquettes.

scie représentés par les lignes de l'intérieur du carré. Cette figure est, avec quelques différences peu notables, la reproduction de celle dont nous avons parlé plus haut et que l'on trouve dans le Fakhrî d'Alkarkhî (fig. 6). M. le colonel Laussedat a fait construire sur nos indications une table de cette nature, pour les démonstrations des cours publics et que l'on trouvera dans les galeries du Conservatoire des Arts et Métiers.

5	10	15	20	25
4	8	12	16	20
3	6	9	12	15
2	4	6	8	10
1	2	3	4	5

Fig. 6. — Tirée du Fakhrî.

L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL.

Ce qui suit est un extrait du discours que j'ai prononcé à la distribution des prix du lycée Saint-Louis, le 4 août 1883. Passons à l'enseignement du calcul. Messieurs les papas, et vous, mesdames, bonnes et douces mamans, qui bercez vos fils sur vos genoux en soulevant pour eux les voiles de l'avenir; vous qui les voyez déjà revêtus du sérieux et brillant unifome de l'École polytechnique, l'épée au côté, le claque posé crânement sur l'oreille, l'air vainqueur! voulez-vous me permettre de donner un conseil dicté par une expérience déjà mûre; développez chez l'enfant le goût du dessin et de l'arithmétique. Il faut que, tout petit, l'enfant sache compter au moins jusqu'à vingt et joue avec les dominos, les lotos, les cailloux et les billes, ou mieux encore avec de petits cubes égaux de bois ou de pierre; car ce qu'il importe de développer avant tout, en même temps que la lecture et l'écriture, c'est le calcul mental. Mais il ne faut dans aucun cas que l'écolier apprenne du fait de mémoire les tables d'addition ou de multiplication, ou des résultats quelconques sans les avoir obtenus directement; l'enfant doit les trouver lui-même, car son esprit est une force latente à laquelle il suffit d'imprimer et de diriger le mouvement.

Pour apprendre à notre écolier la multiplication, gardons-nous bien de lui faire réciter sur un ton dolent et monotone, deux fois deux font quatre, deux fois trois font six, deux fois quatre font huit, et de lui faire défiler ainsi toute la table de Pythagore; ce serait donner à ses facultés arithmétiques un enterrement de première classe. L'enfant doit construire la table lui-même et voici comment je l'enseignais à mon fils dès l'âge le plus tendre. Il savait déjà compter de deux en deux par les numéros des maisons de la rue. Le côté des numéros pairs, c'est la deuxième colonne de la table, n'est-ce pas? Pour les autres colonnes, je lui faisais disposer dans l'ordre les 90 boules du jeu de loto. En les retirant de trois en trois, de quatre en quatre, et ainsi de suite, il obtenait les autres colonnes qu'il inscrivait au fur et à mesure sur un grand damier. Quelques jours après le bambin me ménageait une surprise; il avait construit tout seul une table jusqu'à trente fois trente; ce n'était pas une merveille de calligraphie; il y avait bien quelques gros pâtés; mais il n'y avait pas d'erreurs. Un matin, à son réveil, il me demandait le produit de deux nombres de deux chiffres qu'il venait de calculer de tête; il voulait s'assurer s'il était aussi bon calculateur que papa! Il apprenait à calculer, mais trop vite; alors j'interrompis les leçons, car je ne désire pas qu'il devienne comme Henri Mondeux, le fameux pâtre de la Touraine, comme Mangiamelli le berger de Sicile, ou comme Inaudi une machine arithmétique à grosse tête; mais il m'aura bientôt dépassé et saura calculer d'instinct, comme les hommes respirent, comme les poissons nagent, comme les oiseaux planent dans les airs.

LES NOMBRES PYRAMIDAUX A BASE TRIANGULAIRE.

Avec les nombres simples de la première ligne de la table de multiplication, on peut représenter un nombre triangulaire; ainsi la figure 7 représente le sixième triangulaire; on peut démontrer encore que le double d'un triangulaire (fig. 8) est égal à son rang multiplié par le nombre suivant. Mais l'emploi de nos briquettes nous permet d'obtenir des démonstrations nouvelles qu'il serait plus difficile de figurer avec des boules. Nous commencerons par établir la formule qui permet de calculer la somme des triangulaires à partir de l'unité; c'est aussi le nombre des boulets d'une pile triangulaire. En effet, une telle pile est formée, à la base, de boulets tangents entre eux et dont les centres sont aux sommets de triangles équilatéraux tous égaux; par suite, le nombre des boulets de cette base est représenté par le triangulaire dont le rang est égal au nombre des boulets sur chaque côté.

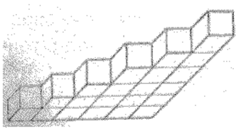


Fig 7. — Le sixième triangulaire.

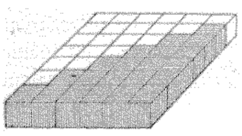


Fig. 8. — Le double triangulaire.

Le second étage est formé de boulets placés dans les interstices des boulets de la base inférieure et forme le triangulaire précédent, et ainsi de suite, de telle sorte que l'étage supérieur est formé par un seul boulet représentant le premier triangulaire.

On appelle *nombre pyramidal* triangulaire le nombre égal à la somme des unités contenues dans tous les triangulaires à partir du premier, qui vaut un, et le rang du pyramidal est égal au rang du dernier des triangulaires dont on a fait la somme. Par suite, il est facile de construire la table des pyramidaux successifs.

Table des pyramidaux triangulaires.

Unités	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1...
Entiers	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
Triangulaires	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55...
Pyramidaux	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220...

La ligne qui correspond aux pyramidaux se calcule par additions successives en ajoutant chaque pyramidal au triangulaire placé au-dessus et à droite dans la colonne suivante; ainsi, par exemple, $165 = 120 + 45$. On peut donc, par ce moyen, continuer cette table aussi loin qu'on le voudra.

Mais comment déterminer directement, sans calculer tous les précédents, un pyramidal triangulaire dont le rang est donné? Pour cela nous commencerons par doubler tous les triangulaires, en les remplaçant par des rectangulaires (fig. 8); plaçons-les par étages successifs, ainsi que nous l'avons fait (fig. 9), nous obtenons le double pyramidal qui se trouve ainsi adossé sur deux des faces OZAY et OZBX d'un parallélépipède (fig. 11). Construisons à côté et dans une même orientation un second double pyramidal égal au précédent; faisons-le tourner d'un quart de tour autour d'une verticale, dans le sens XCY, puis faisons-le basculer d'un quart de tour autour d'une droite parallèle à CX, nous l'amènerons sur le premier. La figure 10 représente l'accolement de ces doubles-pyramidaux; on voit tout de suite que le vide ZAYC du parallélépipède rectangle peut être rempli par un troisième double-pyramidal identique.

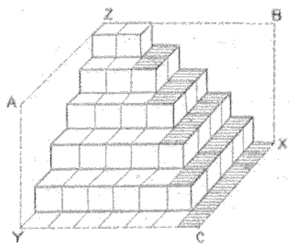


Fig. 9. — Le cinquième pyramidal.

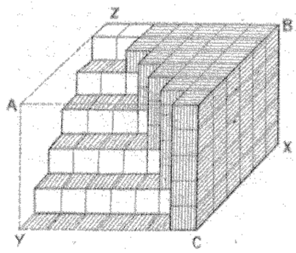


Fig. 10. — Le sextuple pyramidal.

On forme donc ainsi une sorte de tas de pavés, dont il est facile de déterminer le nombre des pavés; la hauteur AY est égale au rang du pyramidal; la largeur CX est égale à ce rang augmenté de l'unité et la longueur ZB est égale à ce rang plus deux; on a donc cette propriété :

Le sextuple d'un pyramidal triangulaire est le produit de trois nombres entiers consécutifs et croissants dont le premier est le rang du pyramidal.

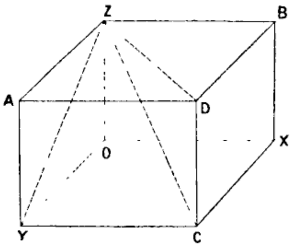


Fig. 11. — Le parallélépipède.

Veut-on, par exemple, obtenir le nombre des boulets d'une pile triangulaire dont la base contient 100 boulets sur le côté, il suffit de prendre le sixième de $100 \times 101 \times 102$, ce qui fait 171 700 boulets.

La méthode géométrique pour trouver le volume de la pyramide résulte (fig. 11) de l'équivalence des trois pyramides ayant pour sommet commun le point Z et pour bases respectives les trois rectangles ayant pour sommet commun le point C, à savoir CXOY, CXBD, CDAY.

LES PYRAMIDAUX QUADRANGULAIRES.

Une pile de boulets à base carrée est formée, à la base, de boulets tangents entre eux dont les centres sont aux sommets de carrés égaux; par suite, le nombre des boulets de cette base est le carré du côté, le second étage est formé de boulets placés dans les interstices des boulets de la base inférieure et forme le carré précédent, et ainsi de suite, de telle sorte que l'étage supérieur est formé par un seul boulet représentant le premier carré.

On peut former la table des pyramidaux quadrangulaires comme celle des pyramidaux triangulaires, en ajoutant une ligne à la table des carrés de l'article précédent; mais si l'on veut calculer directement le pyramidal quadrangulaire de rang donné, il suffit de se rappeler que tout carré est égal au triangulaire de même rang augmenté du triangulaire précédent; par suite on aura cette proposition : *Le pyramidal quadrangulaire est égal au pyramidal triangulaire du même rang augmenté du pyramidal triangulaire de rang précédent.*

En multipliant par 6 et en se rappelant la formule du triangulaire, et en observant que les parallélépipèdes qui représentent deux sextuples-pyramidaux triangulaires consécutifs ont deux dimensions communes qui permettent de les placer bout à bout, on a cette nouvelle proposition :

Le sextuple d'un pyramidal quadrangulaire est le produit de son rang, par le nombre suivant, puis par le double de son rang plus un.

Il est facile d'obtenir des résultats analogues pour les pyramides polygonales obtenues en étageant successivement les polygonaux d'un même nombre de côtés.

LES PILES DE BOULETS.

Dans les arsenaux, les boulets sont rangés suivant trois sortes de piles. Les *piles triangulaires* ne sont employées que rarement, et seulement pour un petit nombre de projectiles, à cause de l'espace qu'elles exigent; les *piles carrées* ou *quadrangulaires* sont aussi peu usitées, et le plus souvent on emploie les *piles rectangulaires*. Dans ces dernières la base est un rectangle allongé; l'étage au-dessus est formé de boulets en rectangle dont les côtés sont plus petits d'une unité que les côtés du rectangle de base, et ainsi de suite, de telle sorte que l'étage supérieur est formé d'une seule file de boulets.

Pour déterminer le nombre des boulets de cette pile, on la décompose facilement en deux autres, une pile à base carrée, et un prisme dont les boulets sont disposés comme dans la pile d'obus.

Il est facile de retenir les diverses formules qui servent à calculer les boulets des quatre piles que nous avons considérées, en les condensant dans une formule simple qui s'applique à toutes :

Le nombre des projectiles d'une pile d'obus, d'une pile triangulaire, d'une pile quadrangulaire ou d'une pile rectangulaire, est égal au nombre triangulaire qui représente le nombre des boulets d'une face triangulaire par le tiers du nombre des projectiles contenus dans l'ensemble de trois files parallèles partant des sommets de la face considérée.

En géométrie, on retrouve le théorème correspondant pour le volume du prisme triangulaire, de la pyramide à base triangulaire ou carrée, et du prisme tronqué. C'est encore un exemple de l'analogie des formules concernant simultanément la science des nombres et la science de l'étendue.

LA PILE DES CUBES.

Nous démontrerons maintenant le théorème d'Aryabhata dont il est parlé dans l'introduction de ce chapitre, sur la pile des cubes. Reprenons la table de Pythagore (fig. 5) et rangeons les briquettes par

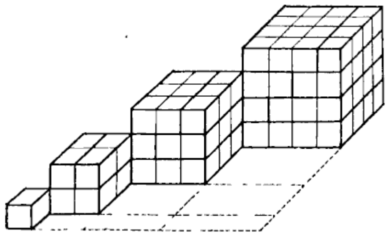


Fig. 12. — La pile des cubes.

étages successifs, sur les nombres carrés de la table qui sont placés sur la diagonale AZ. En prenant pour chaque carré de base les briquettes placées à la gauche dans la même rangée, et au-dessous dans la même colonne, on reconnaît facilement que l'on forme ainsi les cubes successifs de 1, 2, 3, 4, ... de côté (fig. 12); mais d'autre part, le côté de la table renferme un nombre d'unités égal au triangulaire; par suite, et en conservant la forme de l'énoncé d'Aryabhata, la pile des cubes est le carré de la pile des nombres. EDOUARD LUCAS.

CHRONIQUE

L'huile de maïs. — L'extraction de l'huile contenue dans le maïs est une industrie qui a été créée récemment à Saint-Louis (États-Unis) et dont le produit menace de faire une concurrence efficace aux meilleures huiles végétales. Un hectolitre de grain de maïs donne $12^{lit},5$ d'une huile claire et de belle couleur d'ambre; les tourteaux constituent une excellente nourriture pour le bétail. Cette nouvelle industrie assure donc à l'immense production de maïs du pays une utilisation très lucrative, sans que le grain perde ses qualités nutritives. Cette industrie n'est pas représentée en France, où la production du maïs est, du reste, assez restreinte; mais on y extrait déjà l'huile du maïs après distillation.

ACADÉMIE DES SCIENCES

Séance du 27 septembre 1886.— *Présidence de* M. BLANCHARD

Carte des Pyrénées. — En offrant à l'Académie une nouvelle feuille de sa magnifique carte des Pyrénées au 1/800 000ᵉ, M. Franz Schrader signale des faits nouveaux concernant la structure de cette grande chaîne montagneuse. L'un des plus intéressants concerne l'alignement des formations géologiques successives suivant une direction oblique à celle du soulèvement. Par exemple, le granit et le terrain crétacé que l'auteur a seuls marqués dans ce premier travail dessinent une série de ressauts en baïonnettes extrêmement remarquables.

La pointe Charles Durier. — La magnifique montagne qui termine si majestueusement l'horizon au fond du lac de Genève, et qu'on appelle la Dent du Midi, comprend plusieurs points parfaitement distincts. Entre deux de ces pointes dites la Haute-Cime et la Dent-Jaune s'en présente une de 3200 mètres qui avait constamment résisté aux efforts des ascensionnistes à cause de la nature pourrie de la roche qui la compose. Deux intrépides alpinistes, MM. Beaumont et Wagnon, accompagnés de trois guides, sont parvenus à vaincre tous les obstacles et au milieu des plus grands périls ils ont pris possession du sommet au nom du club Alpin français; suivant l'usage ils ont tiré trois coups de revolver et ont baptisé leur conquête : c'est dorénavant la pointe Durier, du nom du célèbre vice-président du Club, l'éloquent auteur du *Mont-Blanc*.

L'or en Andalousie. — Un savant ingénieur qui, plus d'une fois a collaboré à *La Nature*, M. A. F. Noguès, a étudié d'une manière très complète les gisements aurifères du sud de l'Espagne et spécialement dans la sierra de Peñaflor. Dans cette région, l'or, qui est remarquablement abondant, est venu au jour à la suite de l'éruption de roches à la fois pyroxéniques et amphiboliques. On le trouve dans la masse de ces roches elles-mêmes; dans des amas métallifères de remplissage ou de contact en relation avec les diorites et les amphibolites; dans les roches primaires sédimentaires, métamorphisées en contact avec les mêmes roches d'épanchement; dans des conglomérats, grès et calcaires tertiaires marins en relation avec l'éruption des diorites et les émanations hydrominérales; dans des terres rouges ferro-alumineuses qui forment la majeure partie du sol végétal de la partie montagneuse; enfin, dans les alluvions de la plaine formées par les débris des roches et des minéraux.

Au point de vue pratique, M. Noguès estime que les véritables minerais d'or à exploiter sont les terres rouges de la sierra et les alluvions de la plaine; les amas de remplissage, dit-il, sont des accidents dont l'exploitant profitera sans fonder aucune espérance sur eux. Les terres aurifères rouges et les alluvions ont en effet une teneur moyenne en or de 5 à 6 grammes au mètre cube; parfois la teneur s'élève exceptionnellement à 10 ou 15 grammes. L'or combiné qui ne saurait être négligé dans l'exploitation, se trouve en quantité au moins égale à celle de l'or natif. En rapprochant toutes les conditions offertes par le pays pour le lavage, l'amalgamation, etc., M. Noguès pense qu'une exploitation qui traiterait seulement 100 mètres cubes de terres aurifères par jour, soit 30 000 mètres cubes par an, pourrait réaliser un bénéfice annuel évalué à 328 000 francs.

Le phosphate de chaux de Mons. — Tous ceux qui ont étudié la constitution des environs de Mons savent que M. Cornet, l'un des plus savants géologues de la Belgique, y a découvert une association avec les couches les plus récentes de la craie d'énormes accumulations de nodules de phosphate. Le poudingue de la Malogne, par exemple, et la craie brune de Ciply sont actuellement exploités pour les besoins de l'agriculture. Dans un travail tout rempli d'intérêt, M. Cornet cherche de quelle source provient la chaux phosphatée dont il s'agit. Suivant ses observations, la grande proportion d'azote renfermée dans la matière montre qu'elle dérive d'une origine animale; — elle a été déposée dans une mer qui nourrissait une faune malacologique nombreuse et dans laquelle existaient de volumineux sauriens; son dépôt s'est fait tranquillement comme le prouve la grande régularité des lits et la conservation des coquilles qui sont très souvent bivalves. A l'appui de sa théorie, M. Cornet rappelle qu'à l'époque actuelle une accumulation de substance analogue a lieu en certain pays. En octobre et en novembre, sous l'effet de la mousson, le côté sud de l'Arabie reçoit en certains points une prodigieuse quantité de poissons morts dont la substance renferme précisément en abondance le même phosphate tribasique de chaux qu'on exploite à Mons : que le dépôt actuel se fossilise, et il sera identique avec le sédiment géologique.

Dessèchement spontané de l'Asie centrale. — Il résulte des cartes publiées par M. Venukoff que tous les lacs de l'Asie centrale se dessèchent avec une rapidité extrême : il suffit de comparer leur surface actuelle à celle qu'ils avaient il y a seulement vingt ans pour reconnaître le phénomène. On a vainement cherché à lui opposer le reboisement; les ouragans ont abattu sans tarder toutes les plantations et 60 000 Boukhariens renonçant à vivre dans ce désert qui se constitue à vue d'œil viennent encore d'aller demander un refuge au territoire de la Russie. D'après l'auteur, ce qu'il faudrait serait d'ouvrir aux eaux de la mer Noire un accès dans la mer Caspienne et en attendant de dériver dans le Volga le plus possible des cours d'eau qui actuellement font partie du bassin du Don.

Le vol des oiseaux. — En poursuivant ses belles études photographiques de physiologie des mouvements, M. Marey est parvenu à diminuer considérablement les temps de pose : 0″,002 lui suffisent maintenant pour avoir l'image d'un oiseau se mouvant sur un fond d'un noir absolu, non seulement à l'état de silhouette, mais avec se précipitent avec une vitesse extraordinaire. La masse d'eau qui passe ainsi sous vos yeux vous offre un spectacle inouï, presque effrayant (fig. 3). Elle développe une force dont rien ne peut donner idée. C'est dans cet endroit que le célèbre nageur Webb a voulu tenter la traversée des rapides. J'ai peine à comprendre qu'il y ait eu des gens capables d'assister à un pareil spectacle. Ils ont vu froidement un homme se suicider, de la façon la plus certaine, sans que personne n'ait cherché à l'empêcher d'accomplir sa triste résolution, dont le but était de gagner quelques milliers de francs. A peine Webb s'était-il jeté dans le torrent que déjà il était perdu; il a plongé, puis a reparu une seconde; les vagues l'ont aussitôt entraîné. Le 24 juillet 1883 cette folle tentative a eu lieu; le 28 juillet on retrouvait le corps du malheureux non loin du lac Ontario, près de Lewiston.

Si l'été, les chutes du Niagara et ses abords offrent au touriste un aspect qu'on ne peut oublier, l'hiver, leur spectacle est peut-être plus étrange encore.

La *Cave of the winds*, côté américain, est devenue inaccessible à cause de l'amoncellement des neiges. Nous ne pouvions donc y aller, mes amis et moi. Les rochers sur lesquels je pouvais passer au mois d'août 1885 étaient couverts, en mars 1886, d'une couche épaisse de glace produite par la congélation des vapeurs des cataractes. Elles s'amoncellent peu à peu, semblables à d'immenses stalagmites s'élevant à près de 40 mètres de hauteur. La neige recouvre les rochers; les arbres accablés sous son poids sont pliés de mille manières et leurs menues branches sont garnies de minces stalactites de glace. La masse des eaux s'écoule, cependant, brisant tout dans sa chute, entraînant avec elle de véritables icebergs provenant du lac Erié.

Sur les rives canadiennes, près du *Fer à cheval*, on peut descendre en toute saison au pied de la cataracte. Il faut se vêtir, comme en été, des mêmes vêtements de toile huilée et descendre par un petit escalier de bois une quarantaine de mètres environ. On est enfin sous les rochers, les pieds dans une neige épaisse et la tête arrosée par les nombreuses gouttes glacées des eaux du Niagara. Ces petits inconvénients ne sauraient compter, car la grandeur merveilleuse du tableau qu'il vous est donné de contempler est telle qu'on éprouve une émotion sans pareille. De gigantesques stalactites glacées, de 50 mètres de hauteur, toutes brillantes au soleil, semblent prêtes à vous écraser par leur masse formidable (fig. 4). Les chutes d'eau étincelantes, aux couleurs d'émeraude, qui se précipitent du Fer à cheval, accompagnées des vapeurs d'eau s'élevant dans le ciel, la neige éblouissante des premiers plans, forment des scènes si extraordinaires, qu'elles dépassent véritablement ce que l'homme peut rêver, et pendant les quelques instants de contemplation, l'imagination en reste presque troublée.

ALBERT TISSANDIER.

GLACIERS DES ALPES

Le professeur Heim vient de publier une intéressante statistique des glaciers des Alpes : il en compte 1155, dont 249 ont une longueur qui dépasse 7500 mètres. La région française en contient 144, l'Italie 78, la Suisse 471 et l'Autriche 462. La surface des glaciers suisses est évaluée à 1839 kilomètres. D'après les données officielles, celle des autres réunis est comprise entre 1200 et 2200 kilomètres carrés. Le plus long de tous est celui de l'Aletsch, qui a 24 kilomètres de longueur. Quant à leur profondeur, on ne connaît rien de positif encore : rappelons seulement qu'Agassiz, dans une série de recherches et de mesures exécutées il y a plus de quarante ans sur les glaciers de l'Aar, avait fait pratiquer une excavation de 260 mètres de profondeur sans arriver au sol. Il estimait à 460 mètres l'épaisseur du glacier de l'Aar.

RÉCRÉATIONS SCIENTIFIQUES

LES REINES DE L'ÉCHIQUIER

Le problème des huit reines consiste à déterminer toutes les manières de *placer huit reines* (ou huit pions) *sur les cases de l'échiquier ordinaire de telle sorte qu'aucune des reines ne puisse être prise par une autre;* en d'autres termes sur huit des cases de l'échiquier il s'agit de placer huit reines, de telle façon que deux quelconques d'entre elles ne soient jamais situées sur deux cases appartenant à une même rangée horizontale, verticale ou diagonale.

Ce problème a été posé vers la fin du siècle dernier par Nauck à l'illustre mathématicien Gauss, que les Allemands ont surnommé *Princeps mathematicorum*, et fut l'objet d'une correspondance entre Gauss et l'astronome Schumacher. Gauss a d'abord cru qu'il y avait 76 positions pour l'ensemble des huit reines, puis 72; enfin, il s'est arrêté au nombre de 92 qui a été reconnu définitivement pour le nombre exact. Cependant la solution de Gauss restait ignorée, même en Allemagne, et la *Schachzeitung*, journal d'échecs de Berlin, pour les années 1849 et 1854, ne donnait que 40 positions découvertes par différents amateurs.

Cette même question a été publiée complètement pour la première fois, au mois de mars 1861 par Bellavitis, professeur à l'Université de Padoue et sénateur du royaume d'Italie, décédé en 1880 à l'âge de quatre-vingt-quatre ans. Ce fut un savant très distingué auquel on doit l'intéressante méthode dite des *Equipollences*, pour la résolution des problèmes de géométrie et de mécanique. Ses principaux travaux ont été vulgarisés et publiés en France par M. Laisant, député de la Seine, qui en prépare une nouvelle édition. En 1877, sentant sa mort prochaine, il avait fait imprimer les lettres de faire part annonçant son décès et avait écrit de sa main les adresses de ses amis et de ses correspondants. Mais alors la mort ne vint pas, les lettres furent rangées et ne furent envoyées que trois ans ans plus tard; nous avons conservé précieusement le curieux autographe qui nous était adressé.

Voici d'ailleurs le texte de la lettre de faire part :

Jeri cessava di vivere
IL PROF. GIUSTO CONTE BELLAVITIS
SENATORE DEL REGNO
La Moglie ed il Figlio dolentissimi
ne danno il triste annunzio

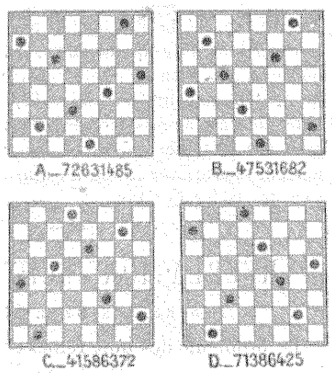


Fig. 1. — Les quarts de tour.

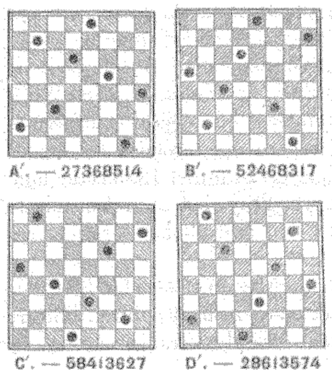


Fig. 2. — Les images.

Pour l'exécution de notre problème, on se sert des huit pions noirs du jeu des échecs, en leur supposant une couleur différente et une valeur égale à celle de la reine, ou encore de huit pions noirs d'un jeu de dames. La figure 1 donne en A, B, C, D quatre solutions de la question ; on observera que les solutions B, C, D se déduisent de la solution A en faisant tourner l'échiquier d'un, de deux, de trois quarts de tour autour de son centre, dans le sens opposé à celui du mouvement des aiguilles d'une montre. On représente la solution A par le nombre de huit chiffres 7, 2, 6, 3, 1, 4, 8, 5 ; le premier chiffre 7 indique la hauteur de la reine dans la première colonne à gauche de l'échiquier ; le second chiffre 2 indique la hauteur de la reine dans la seconde colonne et ainsi de suite. On retient d'ailleurs cette première position au moyen de la formule mnémotechnique suivante imaginée par M. le général Parmentier :

C'est d*ifficile* *si* *t*u *v*eux *q*ue *huit* cadrent ;
Sept *d*eux *six* *t*rois *un* *q*uatre *huit* *c*inq ;
7 2 6 3 1 4 8 5

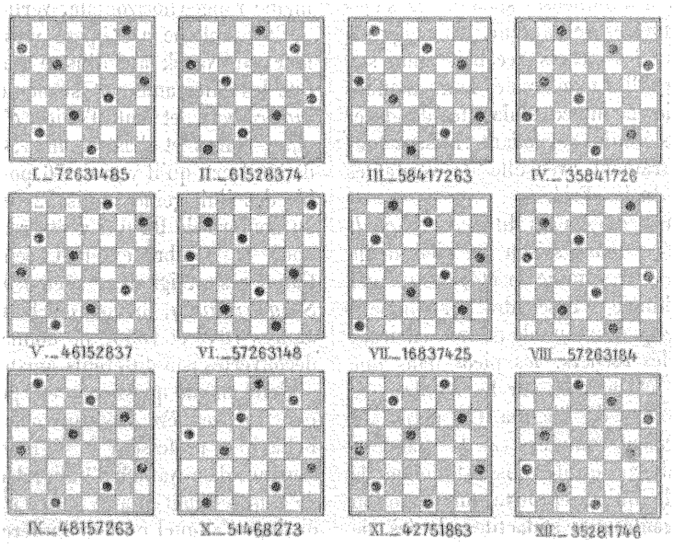


Fig. 3. — Les solutions primordiales.

La figure 2 donne en A', B', C', D', quatre autres positions ; ces solutions se déduisent encore les unes des autres par la rotation de l'échiquier ; mais elles se déduisent encore des quatre premières en regardant les images de celles-ci dans un miroir placé sur le bord supérieur des échiquiers A, B, C, D. Ainsi, en général, la connaissance d'une solution quelconque conduit immédiatement à sept autres solutions ; nous ne conserverons dans un groupe de huit positions que l'une d'entre elles que nous appellerons *solution primordiale*.

Le problème des huit reines comporte 12 solutions primordiales représentées dans la figure 3 ; en multipliant par 8, on aurait ainsi 96 solutions ; mais on observera que la solution 12 n'en fournit que quatre, attendu qu'elle coïncide avec elle-même par rotation d'un demi-tour ; la solution est symétrique par rapport au centre. Il y a donc 92 solutions, ni plus ni moins.

On trouve encore la solution complète du problème des huit reines dans le premier volume du *Traité de l'application de l'analyse mathématique au jeu des échecs*, par C. F. de Jaenisch (Saint-Pétersbourg, 1862). Malheureusement les notations trop compliquées de l'auteur ont éloigné de son livre fort ingénieux non seulement les joueurs d'échecs, mais aussi les mathématiciens. On trouve dans cet ouvrage la remarque suivante : « Dans toutes les positions des huit reines quatre d'entre elles sont toujours situées sur des cases noires et les quatre autres sur des cases blanches. » Il est facile de constater cette propriété sur les diverses solutions primordiales, et par suite, pour toutes les solutions.

Nous donnerons prochainement la solution d'un second problème sur le même sujet. Edouard Lucas.

qualité au point de vue de la meunerie. C'est là ce que l'avenir seul pourra nous apprendre.

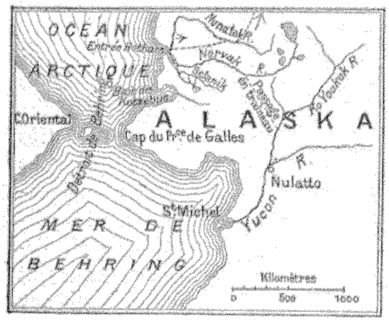
En résumé, nous n'hésitons pas à attribuer la meilleure part dans les forts rendements obtenus, au choix d'une variété susceptible de supporter de très fortes fumures sans verser et de largement utiliser les engrais qu'on lui prodigue.

L'activité de la correspondance que nous entretenons, M. Porion et moi, avec nombre de cultivateurs qui ont eu connaissance de nos résultats de l'an dernier, nous permet d'espérer que le blé à épi carré se répandra rapidement et que son emploi augmentera dans une large mesure les faibles bénéfices que les praticiens tirent aujourd'hui de la culture du blé.

P.-P. DEHÉRAIN,
Professeur au Muséum d'histoire naturelle et à l'École de Grignon.

NOUVELLE EXPLORATION D'ALASKA

En 1867, le gouvernement russe a cédé aux Etats-Unis le territoire d'Alaska, vaste région dont la superficie dépasse le double de celle de la France, mais dont la population atteignait à peine 70 000 habitants. Depuis cette époque, les Etats-Unis ont fait de grands efforts pour explorer ce nouveau territoire, le mettre en valeur comme les autres parties de l'Union, et y attirer des colons principalement de race scandinave, surtout d'origine islandaise.



Carte de l'exploration de l'Alaska.

Malgré les succès obtenus, la partie boréale était presque inconnue. Il y a trois ans, le lieutenant Stoney ayant découvert le fleuve de Putnam dans la partie qui se trouve au nord du Nunatok, le gouvernement a mis cet officier à la tête d'une nouvelle exploration. Les voyageurs ont débarqué le 12 juillet 1885 à l'entrée Hotham, près de l'embouchure du Nunatok, ils se sont avancés dans l'intérieur des terres jusqu'au fort Cosmos où ils ont construit une maison en planches destinée à faciliter leur hivernage. C'est le procédé employé par le lieutenant Greely[1]. Cette fois la réussite a été complète. Les Américains sont parvenus dans des montagnes où jamais les blancs n'avaient pénétré. Ils ont rencontré des tribus indigènes très clairsemées, très superstitieuses, parlant une langue tout à fait différente de celle des sauvages de la côte.

Le lieutenant Stoney découvrit un grand lac sur les bords duquel les Esquimaux de Point Barrow viennent faire le commerce avec les Aleutes et les Couriles du sud. Le défaut de provisions pour les chiens de ses traîneaux l'obligea à battre en retraite vers le fort Cosmos, avant d'avoir pu atteindre ce cap qui est, comme on le sait, l'extrémité boréale du continent Européen, et où une expédition américaine a pris part en 1882 aux observations polaires universelles. Cet honneur était réservé à l'enseigne Howard qui y parvint accompagné d'un seul matelot, le 16 août dernier, après avoir supporté des souffrances inouïes, mais en traçant un itinéraire peut-être utilisable en cas de détresse par les explorateurs du pôle lors d'une retraite vers le sud.

Le professeur Baird de Smithsonian Institution avait appelé l'attention des explorateurs sur la nécessité d'explorer les montagnes de Jade, d'où les indigènes tirent toutes les pierres dont ils se servent pour fabriquer leurs armes et leurs ustensiles. Cette partie du programme a été remplie d'une façon brillante. Le lieutenant Stoney a trouvé des gisements à peu près inépuisables, et de riches mines de charbon, substance d'autant plus précieuse, que le pays cesse d'être boisé un peu au-dessus du Nunatok, et que les cours d'eau restent gelés depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de juin. Quant à l'espérance de trouver des placers d'or et d'argent, elle ne s'est point réalisée.

Nous avons emprunté au *New-York Herald* une carte indiquant la géographie de la partie méridionale d'Alaska, que l'expédition Stoney a parcourue jusqu'à l'embouchure du Yucon et la baie Saint-Michel.

Quant à la partie boréale, les contours n'en pourront être utilement tracés que lorsque l'on pourra combiner les renseignements contenus dans le *Rapport de la commission polaire de Point Barrow*, qui vient de paraître en Amérique, et les itinéraires de l'expédition Stoney. Une ligne ponctuée à partir de l'entrée Hotham indique la direction vers le nord.

[1] Voy. à ce sujet *Les affamés du Pôle Nord* (Collection des *Voyages illustrés*, Hachette et Cie).

RÉCRÉATIONS SCIENTIFIQUES

LES REINES DE L'ÉCHIQUIER[1]. — SECOND PROBLÈME.

On peut résoudre le problème des huit reines d'une manière différente de celle que nous avons indiquée précédemment en modifiant l'énoncé comme il suit : Placer huit reines sur l'échiquier, de telle sorte qu'aucune d'elles ne puisse être prise par une autre, *en imposant à l'avance à l'une d'elles la condition d'occuper une case déterminée de l'échiquier*. C'est sous cette forme que le problème a été résolu par Cretaine, libraire, dans l'ouvrage intitulé : *Etudes sur le problème de la marche du cavalier au jeu des échecs et solution du problème des huit dames* (Paris, 1865). « Ce problème amusant est parfois assez laborieux à résoudre, dit l'auteur, même quand on a la faculté de changer toutes les dames de place, mais il devient beaucoup plus difficile lorsque la position invariable de la première est déterminée. » Nous ne partageons pas ici l'opinion de Cretaine, mais nous donnerons cependant sa solution curieuse bien qu'incomplète, parce qu'elle permet de trouver de mémoire, les yeux recouverts d'un bandeau, une position des sept reines en imposant à la huitième l'occupation d'une case quelconque de l'échiquier.

Nous observerons d'abord, d'après l'article précé-

[1] Voy. n° 697, du 9 octobre 1886, p. 299.

dent, que toute case imposée peut être ramenée, par rotation ou par image de l'échiquier, dans le triangle inférieur de gauche, dont les dix cases sont désignées par l'une des lettres majuscules A, B, C (fig. 1); les autres cases correspondantes par rotation ou par image portent les lettres correspondantes minuscules. La solution mnémonique est comprise dans les quatre phrases suivantes :

Ton ami relit chaque fait passé.
A. — *Ma chère Anna fait la quête.*
B. — *Rien que mon fils ne le touche.*
C. — *Louis ne fait taire que mon chat.*

Voyons maintenant comment nous allons nous servir de ces phrases assez ridicules comme la plupart des phrases de la mnémotechnie. Écrivons d'abord en majuscules les consonnes sonores de la première phrase et numérotons-les comme il suit :

ToN	aMi	ReLit	CHaQue	Fait	PasSé.
1 2	3	4 5	6 7	8	9 0;

nous aurons en ne conservant que les huit premières :

(1)	*Te*	*Ne*	*Me*	*Re*	*Le*	*Che*	*Que*	*Fe.*
	1	2	3	4	5	6	7	8.

Cela posé, nous considérons trois cas distincts suivant que la case donnée à l'avance est marquée A, B ou C.

Premier cas. — La case donnée porte la lettre A; on se sert de la seconde phrase en soulignant, par la pensée, les consonnes sonores et en plaçant au-dessous les chiffres correspondants du tableau (1).

(2)	Ma	CHèRe	anNa	Fait	La	QuêTe;
	3	6 4	2	8	5	7 1.

On a ainsi la solution donnée par la notation 3, 6, 4, 2, 8, 5, 7, 1 et représentée dans la figure 2. Elle correspond à la sixième solution primordiale tournée d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre; on observera que six des huit reines se trouvent sur des cases marquées de la lettre *A* ou *a* (fig. 1).

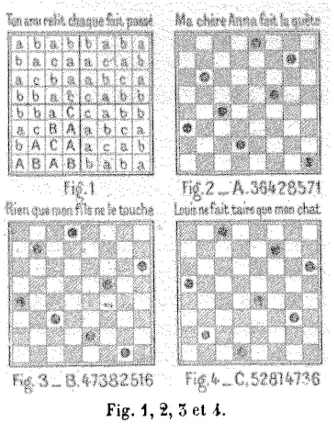


Fig. 1, 2, 3 et 4.

Deuxième cas. — La case imposée à l'avance porte la lettre B; alors on se sert de la troisième phrase en soulignant encore les consonnes sonores et en plaçant au-dessous les chiffres correspondants de la première phrase ou du tableau 1.

Rien	Que	Mon	Fils	Ne	Le	TouCHe;
4	7	3	8	2	5	1 6

On a ainsi la solution donnée par la notation 4, 7, 3, 8, 2, 5, 1, 6 et représentée dans la figure 2, elle correspond à la deuxième solution primordiale écrite dans l'ordre renversé. Quatre des huit reines se trouvent sur des cases marquées de la lettre B ou *b* (fig. 1).

Troisième cas. — La case donnée porte la lettre C. On se sert comme précédemment de la dernière phrase

Louis	Ne	Fait	TaiRe	Que	Mon	CHat;
5	2	8	1 4	7	3	6.

on a ainsi la solution ayant pour notation 5, 2, 8, 1, 4, 7, 3, 6, et représentée dans la figure 4; elle correspond à la onzième solution primordiale tournée d'un quart dans le sens opposé aux aiguilles d'une montre, écrite ensuite dans l'ordre inverse. Trois des huit reines se trouvent sur des cases marquées de la lettre C ou *c* (fig. 1).

Avec un peu d'habitude, on peut résoudre le problème, les yeux bandés,

Et passer pour sorcier près des âmes crédules.

ÉDOUARD LUCAS.

PORTE D'ENTRÉE DU PALAIS DES NONNES
A UXMAL (YUCATAN)

L'Histoire des civilisations américaines que j'ai publiée, me semblait avoir une lacune, au Yucatan; il s'agissait d'une époque inconnue jusque-là, quoique la plus moderne, une troisième époque, la dernière, époque de décadence et dont nous parlent les historiens. J'allai donc chercher les traces de cette époque, et je les découvris. Un hasard des plus heureux me fit tomber au milieu des ruines d'une ville entière absolument inconnue; la ville de *Ek-Balam*, la ville du Tigre noir, de *Ek*, noir, et de *Balam*, tigre, à 26 à 30 kilomètres au nord de Valladolid. Palais, temples et pyramides, j'en rapportai les photographies. Près de là, j'en découvris une autre, *Xui-lub*, la perche affamée, mais entièrement ruinée.

Un autre motif m'entraînait encore au Yucatan : Landa, dans son Histoire, parle de beaux bas-reliefs en ronde-bosse, qu'il a vus sur les murailles des esplanades à Izamal. Je voulais ces bas-reliefs et je les ai trouvés, et si je n'en ai pas rapporté autant de mètres carrés que je l'espérais, j'ai, comme compensation, découvert dans mes fouilles des peintures murales que j'ai copiées, et qui me donnent la clef du système décoratif des anciens. J'ai donc fait une restauration polychromique d'un monument avec sa pyramide, et que j'ai le droit de présenter comme entièrement exact. J'ai en outre découvert au nord de Campêche, dans une île appelée Jaïna, le premier cimetière maya connu. Je l'ai fouillé et j'en ai rapporté une foule d'objets : statuettes, vases, plats, idoles, haches, etc.; ma dernière exploration a donc été des plus fructueuses.

Au retour de mon voyage, je suis heureux de pré-

REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

QUINZIÈME ANNÉE

1887

DEUXIÈME SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

teux. Mise en contact avec l'iode, elle fait une légère explosion et dégage des vapeurs violettes.

M. le docteur Tomas a également trouvé dans les mêmes fruits une résine onctueuse de couleur rouge foncé. La solution, dans l'alcool, de cette résine, a des teintes rouges; dans l'éther, des teintes jaune clair. Quoique neutre, la potasse chaude la dissout en partie.

L'écorce du sapin du Mexique sert de médicament; elle forme une infusion qui, administrée à l'intérieur, est diurétique; les feuilles sont employées comme topique contre la gale. Du bois, on extrait un goudron dont on se sert avec succès dans le traitement de certaines maladies de la peau. La distillation sèche du même bois produit une huile antirhumatismale à peu près semblable à celle de cade.

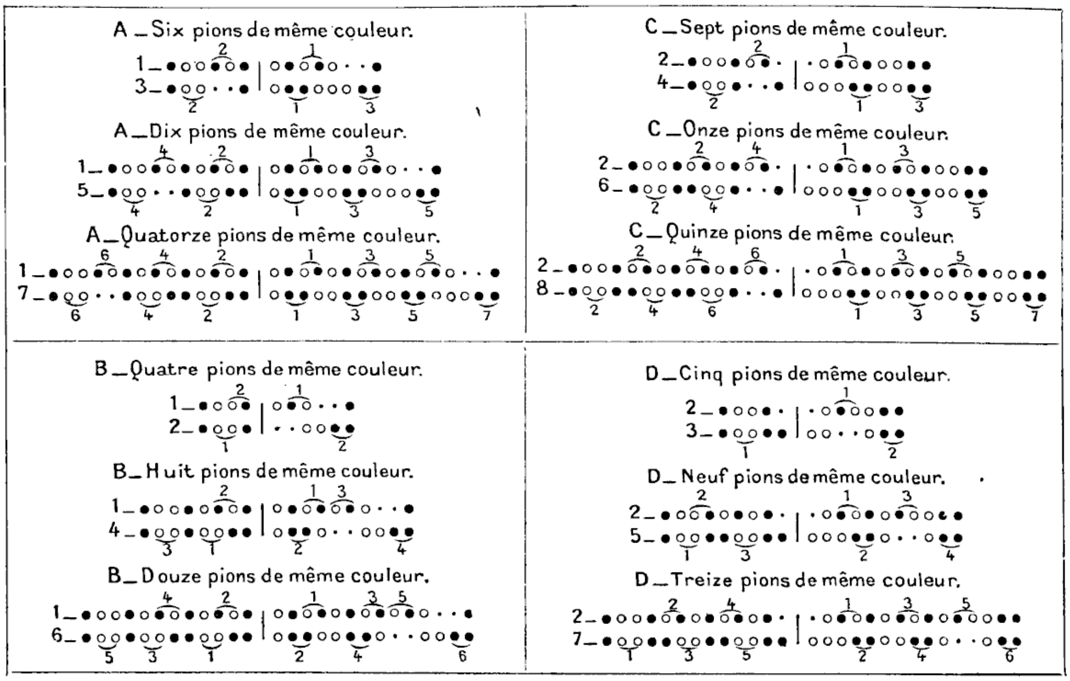
Notre gravure montre, par la dimension des personnages et du cavalier groupés auprès de l'arbre de Tule, quelle est la majesté de son port et sa grandeur vraiment imposante. Leopoldo Batres,

Conservateur des monuments archéologiques de la République mexicaine.

Mexico, 25 février 1887.

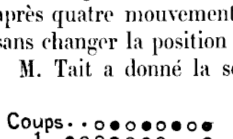
AMUSEMENTS PAR LES JETONS

Dans une lecture à la Société royale des sciences d'Édimbourg, sur la *Topologie* de Listing, l'éminent professeur M. Tait s'est occupé incidemment d'un problème amusant que l'on peut réaliser avec des jetons de deux couleurs et, par exemple, avec les pions d'un jeu de dames. « Il y a quelques semaines,



dit-il, j'ai vu proposer, pendant un voyage en chemin de fer, le problème suivant : on place sur une ligne quatre souverains et quatre shillings dans un ordre alterné; on demande de former une ligne continue de quatre souverains suivis des quatre shillings, après quatre mouvements de deux pièces contiguës, sans changer la position relative de ces pièces [1]. »

M. Tait a donné la solution suivante qu'il suffit d'indiquer par un tableau dans lequel les points représentent deux cases vides.



Si, à l'origine, on suppose les pièces disposées en cercle, avec deux cases vides, la loi du procédé est évidente, puisqu'il suffit de déplacer à chaque coup les deux jetons qui précèdent les cases vides de deux et de trois rangs.

Ce curieux problème assez difficile peut être généralisé et appliqué à un nombre quelconque de pions noirs et à un nombre égal de pions blancs, en ajoutant cette condition que le nombre des coups ou des couples déplacés doit toujours être égal au nombre des jetons d'une même couleur. Le lecteur se rendra compte de la difficulté en cherchant le problème pour dix, douze pions ou pour un plus grand nombre, avant d'avoir consulté l'élégante solution que nous allons exposer, et qui a été imaginée par M. Delannoy, ancien élève de l'École polytechnique, intendant militaire à Orléans.

Nous supposerons les pions alignés dans l'ordre blanc, noir, blanc, noir, etc., et précédés de deux cases vides; nous distinguerons quatre cas, A,B,C,D, qui correspondent à quatre solutions différentes.

[1] *Introductory address to the Edinburgh mathematical Society;* novembre 9, 1883. *Philosophical magazine*, janvier 1884.

Dans les deux premiers cas, A et B, le nombre des jetons de la même couleur est pair; dans les deux derniers cas, C et D, le nombre des jetons de la même couleur est impair. (Voy. le tableau ci-contre).

Premier et deuxième cas. — *Le nombre des jetons de même couleur est un nombre pair.* — La solution comprend deux phases distinctes d'un nombre égal de coups; dans la première phase, on transporte des couples de jetons de deux couleurs, et dans la seconde phase, on déplace des couples de jetons de même couleur.

On commence par jouer un premier coup en plaçant sur les deux cases vides du commencement l'avant-dernier pion et celui qui le précède, et l'on sépare par un trait la première moitié des pions. La position occupée après ce premier coup est figurée sur la première ligne pour les cas A et B. Puis, dans la première phase, on déplace successivement dans l'ordre numérique les couples alternés désignés par les chiffres supérieurs 1,2,3....

Quand cette première phase est terminée, on obtient la seconde ligne, et le chiffre qui la précède indique le nombre des coups qui ont été joués; on déplace ensuite les couples de même couleur de cette ligne qui sont désignés par les chiffres inférieurs, et le problème est résolu. Le procédé s'applique en augmentant de quatre le nombre des jetons de la même couleur, en faisant bien attention au numérotage des couples.

Troisième et quatrième cas. — *Le nombre des jetons de même couleur est un nombre impair.* — On commence par jouer le premier coup, comme dans les deux cas précédents; la solution comprend ensuite deux phases d'un nombre égal de coups; on sépare par un trait la première moitié des pions et l'on transporte le couple alterné situé de part et d'autre de la ligne médiane. Nous avons figuré pour les cas C et D la position des jetons après ce deuxième coup, par la ligne supérieure 2. Puis, dans la première phase on déplace successivement dans l'ordre numérique les couples alternés désignés par les chiffres supérieurs 1,2,3....

Quand cette première phase est terminée, on obtient la seconde ligne de la figure, et le chiffre qui la précède indique encore le nombre des coups qui ont été joués. Dans la seconde phase, on transporte les couples de même couleur de cette seconde ligne, et qui sont désignés par les chiffres inférieurs.

Le procédé est général et s'applique dans chaque cas, en augmentant de 4, 8, 12, 16... pions; mais il est important, pour ne pas se tromper, de bien faire attention au numérotage des couples de la première ligne.

Remarque I. — En procédant dans l'ordre inverse, on remplace l'ordre final par l'ordre alterné initial.

Remarque II. — On peut varier les problèmes précédents en imposant cette nouvelle condition de renverser à chaque coup l'ordre des deux pions du couple déplacé. Edouard Lucas.

LA LUMIERE ÉLECTRIQUE

EN ESPAGNE

La lumière électrique se développe très rapidement à Madrid et l'on compte déjà un assez grand nombre de magasins qui possèdent le nouvel éclairage. Deux stations centrales sont en service : l'une, établie dans le voisinage du Ministère de la guerre, est spécialement destinée à l'alimentation des lampes placées dans ce bâtiment; l'autre, beaucoup plus importante, est située près du parc du Retiro et dessert par des câbles aériens des lampes à arc et à incandescence réparties dans la ville. Les installations sont en général assez loin de l'usine, quelques-unes en sont distantes de plus de 1500 mètres; elles sont principalement dans les rues San Geronimo, Montera, Espoz y Mina et Mayor, qui aboutissent toutes à la Puerta del Sol. En présence des bons résultats obtenus jusqu'à ce jour, on étudie la création d'une Société spéciale qui entreprendrait d'une manière beaucoup plus générale la distribution de la lumière électrique dans la ville de Madrid.

OCTAVE PAVY

Désirant rendre hommage au docteur Octave Pavy, la Société de géographie a fait reproduire une photographie authentique de cet infortuné compagnon de Gustave Lambert. M. Malte-Brun ayant eu la bonne pensée de nous adresser un exemplaire de cet intéressant document; nous nous empressons de mettre sous les yeux du lecteur les traits d'un compatriote dont le nom figurera à côté de celui du lieutenant Bellot, de Jules de Blosseville, ces courageux Français, martyrs de la conquête du Pôle Nord.

Originaire d'une famille française établie à la Nouvelle-Orléans, Octave Pavy est né dans cette ville le 22 juin 1844. Il fut élevé à Paris où il suivit les cours de la Sorbonne et de l'École de médecine. Son esprit inquiet et actif l'empêcha de terminer à l'âge ordinaire des études qu'il interrompit à plusieurs reprises pour exécuter d'assez longs voyages. Il était encore étudiant, ne sachant s'il se consacrerait à la médecine ou aux sciences, lorsqu'il se lia avec Gustave Lambert, qui se l'attacha en qualité de secrétaire pendant sa campagne de conférences polaires.

Le départ de l'expédition de Gustave Lambert ayant été retardé, Octave Pavy retourna encore une fois en Amérique pour dire adieu à sa famille. La guerre franco-allemande éclata comme un coup de foudre, et le vaillant étudiant eut à peine le temps de revenir à Paris pour s'y enfermer. De concert avec M. Beauregard, un des neveux du célèbre général confédéré, il organisa un corps de volontaires. Plus heureux que Gustave Lambert, Octave Pavy échappa au feu de l'ennemi. Aussi, dès que Paris fut ouvert, n'eut-il plus d'autre ambition que de mettre à exécution le plan de son ancien chef, tout en le modifiant de manière à diminuer la difficulté de la tâche qu'il s'imposait.

Il se décida à prendre San-Francisco comme point de départ; ayant choisi un navire, il devait se borner à transporter l'expédition et ses bagages en un point

Grâce au mélographe, il est facile de lui constituer, comme le fait justement remarquer M. Carpentier, un repertoire de morceaux joués par des artistes et dénués, par suite, du caractère de sécheresse qu'imprimaient à la musique mécanique les anciens procédés de piquage.

M. J. Carpentier tient donc, à quelque point de vue qu'on se place, un grand succès auquel nous applaudissons sans réserves. E. Hospitalier.

RÉCRÉATION MATHÉMATIQUE

SUR LES JETONS ET SUR LES POLYGONES

On vendait dernièrement sur les boulevards une petite boîte de carton dans l'intérieur de laquelle se trouvait dessinée la figure 1 ; la boîte renfermait quatorze jetons dont sept noirs et sept rouges, et une devinette mathématique. Cette question, que l'on appelait la *Prise de la Bastille*, se compose des quatre problèmes suivants :

I. Faire entrer dans le fort de gauche les sept pions noirs, en suivant les diagonales pointillées, par la porte P (fig. 2), de manière à garnir les sept tours numérotées de 1 à 7, et à laisser la porte libre.

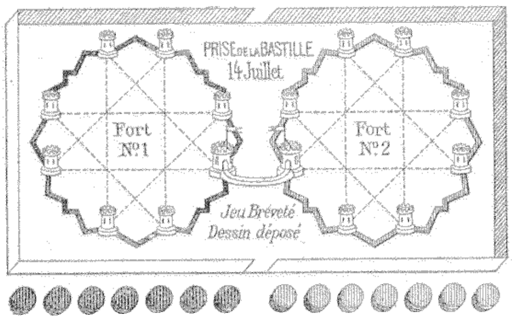


Fig. 1. Le jeu de la prise de la Bastille.

II. Faire passer les sept pions noirs du fort de gauche dans le fort de droite, en suivant les lignes pointillées, et en pénétrant par la porte P′, de manière à garnir les sept tours numérotées de 1′ à 7′ et à laisser la porte libre.

III. Faire entrer dans le fort de gauche sept pions rouges, comme dans le premier problème.

IV. Enlever l'un des jetons et faire l'échange des autres pions qui garnissent les deux forts, en les faisant passer alternativement de l'un des forts dans l'autre, en suivant toujours les lignes pointillées.

Il est entendu que deux pions ne peuvent se trouver simultanément sur une même tour, soit au repos, soit dans le déplacement. Le jeu est facile à réaliser en dessinant la figure sur un carton et en se servant de jetons de deux couleurs, ou des pions d'un jeu de dames ou d'un jeu d'échecs.

Nous observerons tout d'abord que le troisième problème ne diffère pas du premier, et que le deuxième problème n'en diffère que par le sens, car la figure donnée se compose de deux parties symétriques.

Pour résoudre le premier problème, on introduit un premier pion en 3, en suivant le chemin P123, puis un autre en 2, en suivant le chemin P12, et enfin un troisième en 1 par le chemin P1 ; en tout, $1+2+3$ ou 6 coups.

On introduit ensuite un pion en 4, par le chemin P7654, puis un en 5 par le chemin P765, un autre en 6 par le chemin P76, et le septième en 7 par le chemin P7 ; en tout, $1+2+3+4$ ou 10 coups. On remplit donc le fort en 16 coups.

On aurait pu garnir les forts 2, 1 d'abord ; puis,

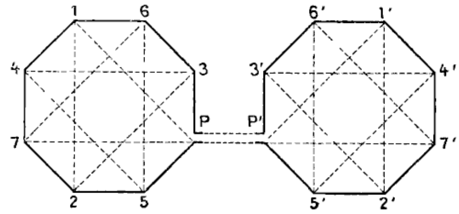


Fig. 2. — Figure explicative du jeu.

dans le sens inverse, les forts 3, 4, 5, 6, 7 ; ce qui aurait donné un nombre de coups égal à :

$$1+2+1+2+3+4+5=18$$

Si la figure contenait un plus grand nombre de forts, on partagerait les pions en deux parts égales ou différentes de l'unité, suivant que le nombre des jetons serait pair ou impair ; on introduirait l'une des parts dans un sens P12.... et l'autre dans le

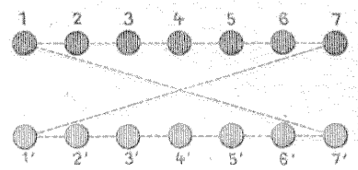


Fig. 3. Figure de solution.

sens inverse ; on aurait ainsi le nombre minimum des coups[1].

Pour résoudre le quatrième problème, nous pouvons toujours supposer que le pion enlevé se trouvait sur la tour 7′, car s'il en était autrement, il suffirait de faire rétrograder d'un rang quelques pions du fort P′ pour dégager la tour 7′.

a. Cela posé, on amène sur 7′ le pion qui est en 1 ; ensuite on fait reculer d'un rang tous les pions du fort P de manière à dégager la tour 7.

b. On amène en 7 le pion de la tour 1′ et on fait reculer d'un rang tous les pions du fort P′ de manière à dégager la tour 7.

c. Enfin, on recommence successivement les ma-

[1] Si le nombre des jetons est pair et égal à $2n$, le nombre minimum des coups est égal à $n(n+1)$, et si le nombre des jetons est impair et égal à $2n+1$, le nombre minimum des coups est égal à $(n+1)^2$.

nœuvres a et b jusqu'à ce que l'échange des pions ait été obtenu dans les deux forts.

Le nombre des coups est égal à 85, et si le polygone a n tours en plus de la porte P, le nombre des coups est $2n\ (n-1)+1$.

Ces règles sont évidentes si l'on remarque que l'on peut remplacer la figure donnée par la suivante (fig. 5).

La jolie solution que nous venons d'exposer est due à M. Delannoy, ancien élève de l'École polytechnique. ÉDOUARD LUCAS.

UNE DES CAUSES DE DESTRUCTION

DES PIERRES DE CONSTRUCTION

A l'occasion de l'article publié dans le numéro 732 du 11 juin 1887 de *La Nature*, sur les causes de la destruction des pierres de construction, je crois devoir signaler une cause de destruction qui, à ma connaissance, n'a pas encore été indiquée et qui agit sur les matériaux les plus durs et les plus résistants, comme le granit. Cette cause est la dilatation brusque produite par l'action du soleil lorsque la température de l'air est très basse et le ciel serein. Voici les faits que j'ai observés et qui justifient cette opinion.

A Saint-Pal-de-Mons (Haute-Loire), il existe, sur une place publique en face de l'église, une croix en granit érigée en 1670, comme l'indique une inscription gravée dans la pierre.

Le montant vertical formant l'arbre de la croix est cylindrique et présente un curieux phénomène : la couche superficielle de la pierre s'est détachée circulairement de la partie centrale sur un centimètre d'épaisseur environ; une partie de cette couche est tombée sur la moitié du contour de l'arbre et ce qu'il en reste forme comme une espèce de demi-fourreau très distinct du reste de la masse, de sorte que l'ensemble présente l'aspect d'un arbre fossile ayant conservé la moitié de son écorce pétrifiée.

La portion de l'enveloppe qui est tombée se trouvant du côté du Midi, il ne faut pas voir dans ce phénomène un effet des gelées seulement, mais reconnaître qu'il est la conséquence des dilatations et des contractions successives renouvelées des milliers de fois depuis que la croix est exposée aux rayons du soleil. J'ajouterai que le climat du pays est très froid à cause de la grande altitude et que l'air y est pur sans brouillards; l'action du soleil, en hiver, doit donc donner de grandes différence de température.

Un phénomène semblable, mais moins accentué, s'observe sur une croix en granit au village de Joux près de Tarare (Rhône).

Enfin sur la première colonne en granit, côté droit du chœur de l'église d'Ainay, à Lyon, on remarque une plaque superficielle qui se détache de la masse et qui s'est produite vraisemblablement dans des circonstances semblables. Ces colonnes proviennent, en effet, d'un temple romain et on pourrait conclure du fait signalé ci-dessus que cette colonne se trouvait à l'intérieur du temple antique, côté sud, ou bien que dans les ruines de ce temple, elle s'est trouvée exposée pendant des siècles à l'action du soleil.

A. GOBIN,
Ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Lyon.

TRAVERSÉES RAPIDES

La plus rapide traversée entre l'Angleterre et les États-Unis. — L'*Umbria*, qui était parti de Queenstown le 29 mai est arrivé à New-York en cinq jours et vingt-deux heures, temps apparent, ce qui, en tenant compte de la longitude, fait six jours et trois heures. C'est le voyage le plus rapide qui ait encore été fait.

La plus rapide traversée qui ait encore été faite entre l'Angleterre et l'Australie. — Le paquebot *Oroya* est arrivé le 4 juin dans la baie de Plymouth à six heures du matin. Il était parti d'Adelaïde, South Australia, le 2 mai. La durée du voyage a été de trente-deux jours et dix heures et demie. C'est la traversée la plus rapide qui ait encore été faite. Cependant l'*Oroya* serait encore arrivé douze heures plus tôt s'il n'avait été retenu à l'entrée de la Manche par un épais brouillard qui dura toute la nuit.

LES CÉNOTÉS DE LA SÉRANNE

(HÉRAULT)

Dans *La Nature* du 12 mars 1887 (n° 719), M. Désiré Charnay a décrit et figuré les *cénotés du Yucatan*, curiosités hydrographiques de la formation calcaire, portions à ciel ouvert d'immenses nappes d'eau souterraines révélées çà et là au jour par l'effondrement partiel de leurs voûtes.

Il n'est pas sans intérêt, croyons-nous, de faire connaître que la France, comme le Mexique, possède des spécimens de pareils accidents naturels. On les trouve dans ce pays encore presque inconnu des *Causses* (Lozère, Aveyron, etc.) où l'on admire depuis si peu d'années les sites étranges des gorges du Tarn, de Montpellier-le-Vieux, etc., et qui semble un trésor inépuisable de bizarreries physiques [1].

Nous avons déjà expliqué aux lecteurs de *La Nature*, à propos des tunnels de *Bramabiau* (n° 659), comment les eaux pluviales se comportaient entre la surface poreuse, crevassée, des plateaux calcaires appelés causses (altitude moyenne 1000 mètres) et le fond des vallées (altitude moyenne 500 mètres) où le Tarn, la Jonte, la Dourbie, la Vis, etc., coulent encaissées de 500 mètres et plus au pied de deux lignes de falaises abruptes formées par les parois verticales des dolomies et les talus à fortes pentes des marnes jurassiques; comment toute l'eau précipitée s'engloutissait dans les *avens* ou gouffres qui criblent l'aire du haut Causse, circulait mystérieusement dans les galeries et cavités souterraines de la masse calcaire évidée comme une éponge, puis sourdait en puissantes et pures fontaines au niveau des thalwegs et des grandes rivières.

Ce régime hydrologique intérieur est bien remarquable et réserve sans doute à ceux qui oseront le scruter à fond d'étonnantes découvertes en grottes et rivières voûtées analogues à celles du Karst (Istrie). Les quelques cavernes déjà reconnues dans les flancs des Causses n'ont pas encore été explorées assez au

[1] Voy. *La Nature*, n°s 597, 607, 639 et 675.

cessaire est emprunté aux supports, exige évidemment beaucoup de soin et de précision dans la conduite des travaux; mais elle a, par contre, l'avantage d'éviter toute construction d'échafaudages qui ne laissent pas aussi d'entraîner certains dangers, surtout au-dessous de la mer, car ceux-ci pourraient se trouver faussés ou déplacés par un ouragan au moment de la pose.

D'après M. Baker, le poids total de la partie métallique d'une travée devra dépasser 16 000 tonnes, et la charge maximum qu'elle pourra avoir à supporter atteindra à peine 5 pour 100 de ce chiffre, si on suppose, par exemple, que le pont soit traversé simultanément par deux trains de marchandises pesant ensemble 800 tonnes environ. L'effort latéral du vent a été évalué dans les calculs à 275 kilogrammes par mètre carré, ce qui donnerait un chiffre total de 9765 tonnes sur toute la surface d'une travée.

D'après les relevés de pression qu'on a faits d'ailleurs depuis le commencement des travaux, la poussée du vent n'aurait jamais dépassé 170 kilogrammes, et M. Baker n'estime pas qu'il y ait lieu de compter sur plus de 100 kilogrammes pour l'ensemble de la surface du pont.

Rappelons à ce sujet que dans les calculs du pont de Tay on avait prévu seulement 45 kilogrammes par mètre carré, chiffre qui s'est trouvé manifestement trop faible, puisque c'est la violence du vent, jointe d'ailleurs aux défauts des matières employées, qui a déterminé la rupture du pont, tandis qu'en France, on prévoit habituellement 200 kilogrammes dans les constructions analogues; on peut admettre dans ces conditions que le pont du Firth of Forth présentera toute sécurité, et pourra être cité à tous égards comme exemple intéressant dans l'histoire des grands ouvrages d'art.

X..., ingénieur.

CALENDRIER PERPÉTUEL

M. l'abbé Jolivald, ancien professeur à l'école Saint-Sigisbert, à Nancy, vient de publier un très joli calendrier qui permet de trouver la date de la fête de Pâques, et par suite de résoudre rapidement tous les problèmes ordinaires du calendrier.

Ce calendrier se compose de neuf feuillets détachés, renfermés dans un élégant étui en carton. Un premier feuillet, imprimé sur papier rouge, contient l'instruction au milieu; sur les bords se trouvent les 35 dates que peut prendre la fête de Pâques depuis le 22 mars jusqu'au 25 avril inclusivement. Sept autres feuillets de même grandeur renferment les millésimes des années depuis 1583 jusqu'à 2100; chaque millésime est reproduit sur trois des sept feuillets. Les bords sont percés de trous, de telle sorte que si l'on prend les trois feuillets de l'année 1887, et si on les superpose sur le feuillet rouge, on lit à l'instant à travers une lucarne :

PAQUES tombe le 10 avril.

Cette curieuse méthode qui consiste dans l'*emploi de cartons troués* mérite une attention toute particulière, et peut être appliquée aussi utilement à la confection de tableaux de calculs. Dans le cas présent, elle est fondée sur le nombre des combinaisons trois à trois de sept objets; ce nombre est :

$$\frac{7\times6\times5}{1\times2\times3}=35,$$

c'est-à-dire exactement le nombre des dates que peut avoir la fête de Pâques. Il suffit donc de faire à chaque combinaison de trois feuillets, un trou à travers lequel apparaîtra la date de Pâques pour les années communes à ces trois cartons.

Une petite difficulté à vaincre était celle-ci; arranger les choses de manière à ce que, sur un même carton, il n'y ait jamais deux trous tangents; en d'autres termes, faire une liste des 35 combinaisons trois à trois des sept nombres 1,2,3,4,5,6,7, de manière à ce qu'aucune de ces combinaisons n'ait de chiffre commun avec celle qui la précède et celle qui la suit. Aux angles, cela n'a pas d'inconvénient, parce que les trous y sont plus éloignés les uns des autres.

La seconde chose à éviter était que certains feuillets portassent un nombre de millésimes sensiblement supérieur au nombre de millésimes des autres, et cela à cause du peu de place réservée pour l'impression dans chaque carton.

Enfin un neuvième feuillet contient d'un côté la correspondance des 1,8,15,22 et 29 de chaque mois, avec les jours de la semaine, et de l'autre côté les dates des fêtes mobiles, Septuagésime, mercredi des Cendres, Ascension, Pentecôte, Fête-Dieu, premier dimanche de l'Avent, et le nombre des dimanches après l'Épiphanie ou après la Pentecôte, qui correspondent aux 35 dates de la fête de Pâques.

EDOUARD LUCAS.

LE CANAL DE LA MER DU NORD

A LA BALTIQUE

Un fait considérable, et qui n'a presque pas attiré l'attention publique parmi nous, vient de se passer de l'autre côté du Rhin. Le 3 juin 1887, l'Empereur d'Allemagne a inauguré à Holtenau, dans la baie de Kiel, les travaux du canal maritime qui doit permettre de communiquer directement de la mer du Nord à la Baltique, sans passer par les détroits danois. Le journal *le Yacht*, qui ne reste étranger à rien de ce qui se passe d'important dans le monde maritime, a donné, au sujet de ce grand travail, quelques renseignements que nous lui empruntons aujourd'hui.

Le canal de la mer du Nord à la Baltique aura 98 kilomètres de longueur; mais on profitera, pour une partie de son parcours, du canal existant de l'Eider, qu'il suffira d'élargir et de creuser. Les dimensions du nouveau canal seront les suivantes : largeur de la section : 60 mètres au niveau de l'eau, 26 mètres au plat-fond, avec un mouillage normal de $8^m,50$. La surface minima d'une section transversale sera donc de $365^m,50$ carrés, soit six fois environ celle de la partie immergée du maître-couple des plus grands steamers qui font le service de la Baltique, lesquels ont 6 mètres de tirant d'eau, et 12 mètres de largeur. La profondeur de $8^m,50$ a été adoptée en vue du passage des navires de la marine de guerre allemande.

Les promoteurs de ce travail, dont le prix est estimé à 200 millions, comptent sur un transit annuel de 5 500 000 tonnes qui, taxées à 75 pfennigs (93 centimes) par tonne, donneraient un revenu de 5 300 000 francs environ, qui, avec les droits supplémentaires, atteindrait formé d'une plaque mince d'argent. La position de cet appendice est étrange et inconnue jusqu'ici. Faut-il supposer que le diadème a été retourné au moment de l'ensevelissement ou qu'il a glissé lors de la décomposition cadavérique? Des boucles d'oreilles de forme ronde, des boules en os ou en pierre complètent les ornements trouvés dans cette tombe. Dans un autre, on a recueilli un bracelet du poids de 114 grammes, formé d'un gros fil d'or enroulé. Sur plusieurs points de la côte, on a reconnu de petits filons d'or et d'argent affleurant le sol; ils avaient été exploités dès la plus haute antiquité et leur rareté avait mis ces métaux en honneur.

Quels étaient ces hommes qui apparaissent au dix-neuvième siècle après un si long oubli? A quelle race appartenaient-ils? De quelle région leurs ancêtres étaient-ils partis? On sait combien tout ce qui touche aux origines des peuples est obscur. Si une conjecture est permise, je n'hésiterais pas à rattacher ces vieux habitants de l'Espagne à la grande race qui a précédé les Aryas sur notre continent et dont les Ibères, les Pélasges, les Ligures, les Berbères d'Afrique, d'autres encore, étaient les rameaux. Les premiers sont sans doute ceux dont MM. Siret viennent de retrouver les habitations et les tombes.

Marquis DE NADAILLAC.

RÉCRÉATIONS SCIENTIFIQUES

SUR LE JEU DE DOMINOS[1]

On s'était proposé, depuis bien des années, de rechercher le nombre de toutes les manières possibles d'aligner les vingt-huit dés d'un jeu de dominos, en se conformant à la règle ordinaire. Mais on ne connaissait jusqu'à présent qu'une seule solution de ce problème fort difficile qui semblait rebelle à toutes les méthodes d'investigation. Le nombre des solutions du problème des dominos a été donné, pour la première fois, en 1859, par le docteur Reiss, de Francfort, auquel on doit encore la théorie mathématique du *jeu du Solitaire* (*Journal de Crelle*, t. LIV. Berlin).

Le travail du docteur Reiss sur le jeu de dominos a été publié, après la mort de l'auteur, dans les *Annali di matematica*, à Milan, en 1871. Mais son mémoire, bourré de chiffres, remplit 58 pages in-4°, et les développements qu'il comporte renferment des tableaux numériques et des calculs nombreux, trop compliqués pour être intéressants et trop exclusifs puisqu'ils n'avaient d'autre but que la solution du problème en question.

Le résultat obtenu est celui-ci : Le nombre des manières de disposer en ligne, en comptant pour deux les mêmes dispositions rectilignes de droite à gauche et de gauche à droite est

7 959 229 931 520.

[1] Voir les n°s 731 et 734 de *La Nature*.

Ce nombre doit être considéré comme exact; nous avions déjà reçu de M. l'abbé Jolivald un travail assurément ingénieux, qui simplifiait beaucoup la solution du problème et qui conduisait au résultat du docteur Reiss.

Au congrès tenu à Nancy, l'année dernière, par l'Association française pour l'avancement des sciences, M. Tarry, ancien élève de l'École polytechnique, contrôleur des contributions diverses, à Alger, a présenté un mémoire fort intéressant qui venait confirmer l'exactitude des solutions précédentes. La simplicité de la méthode employée, et la rapidité du procédé permettent d'appliquer ce mode de recherche à un grand nombre d'autres questions de mathématiques.

La méthode de M. Tarry repose sur une jolie remarque qui a été faite par M. Laisant[1]. Si l'on supprime les doubles du jeu de dominos, il reste 21 dés que l'on peut figurer de la manière suivante. On trace un heptagone ou polygone de sept côtés, et l'ensemble de ses diagonales; en d'autres termes, on prend sept points que l'on désigne par 0,1,2,3,4,5,6, et que l'on joint deux à deux de toutes les manières possibles. La ligne 1 5, par exemple, représente l'as-trois; la ligne 0 4 représente le blanc-quatre et ainsi des autres. Par conséquent, le problème de placer en *rond* les 21 dés du jeu de dominos, sans les doubles, revient à décrire d'un seul trait continu la figure 1, en passant sur toutes les lignes, une seule fois, sans faire sauter la plume ou le crayon, et sans fragmenter les diagonales.

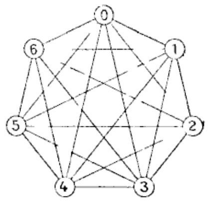


Fig. 1. — Jeu de dominos.

LES LABYRINTHES.

La question de décrire par un seul trait, sans arrêt, ni répétition, une figure géométrique, a été exposée pour la première fois, par Euler, dans un mémoire fameux sur les *Ponts de la Prégel*, publié dans les mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour l'année 1751. Plus récemment, cette question a été développée par Clausen, dans les *Astronomische Nachrichten*, puis par M. Emile Lemoine au congrès d'Alger, et tout dernièrement par M. l'abbé Lecointe, dans le *Cosmos*. Mais tous ces travaux ne portaient que sur la possibilité ou l'impossibilité de la description en un ou plusieurs traits, et non pas sur le nombre des tracés.

Ainsi, par exemple, il n'est pas possible de décrire en moins de deux traits la figure formée par les côtés d'un rectangle et ses diagonales (fig. 2), et en moins de quatre traits la figure 3. Rien n'est plus simple que de déterminer le plus petit nombre de traits continus pour décrire une figure ou un laby-

[1] Voir *Récréations mathénatiques*, t. II, p. 229.

rinthe. On compte le nombre de points ou carrefours auxquels aboutissent des lignes ou chemins en nombre impair; le nombre de ces points est toujours zéro ou un nombre pair, et sa moitié indique le nombre minimum des parcours. Lorsqu'un labyrin-

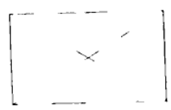


Fig. 2. — L'enveloppe

Fig. 3. — Le mur

the ne contient aucun carrefour d'ordre impair, on peut le parcourir d'un seul trait. Voici, dit-on, (fig. 4), la signature que Mahomet dessinait d'un

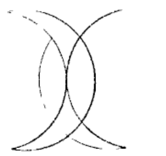


Fig. 4. — Signature de Mahomet.

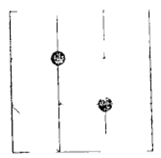


Fig. 5. — Devinette.

seul coup sur le sable avec la pointe de son cimeterre. On peut aussi décrire d'un seul trait les lignes de la figure 5, et le nombre des manières de faire ce tracé est très considérable.

FERMETURE D'UNE IMPASSE.

La méthode de M. Tarry repose sur deux ou trois problèmes préliminaires fort simples; le premier concerne la suppression des *impasses*. On appelle impasse tout chemin dont les deux extrémités aboutissent à un seul carrefour; soit I une impasse aboutissant au carrefour A (fig. 6) auquel aboutissent en outre d'autres chemins en nombre pair, au nombre de six, sur la figure. Dans chacun des parcours complets du labyrinthe, on passera trois fois au point A; à l'un quelconque de ces passages on peut parcourir l'impasse dans deux sens. Par conséquent, chaque fois que l'on ferme une impasse, il faut multiplier, par la moitié du nombre des autres chemins du labyrinthe réduit qui passent au carrefour, le nombre des parcours complets du labyrinthe réduit.

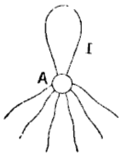


Fig. 6. — L'impasse.

LABYRINTHES A UN SEUL CARREFOUR.

Les labyrinthes à un seul carrefour peuvent affecter des formes diverses, mais ils sont uniquement formés d'impasses. En appliquant le résultat précédent, en fermant successivement une impasse, on voit que le nombre des parcours des labyrinthes des figures 7 et 8 est égal à

$$6 \times 4 \times 2 \times 2 = 96.$$

Le dernier facteur 2 représente les deux sens du parcours de la dernière impasse. En général, le nombre des parcours d'un labyrinthe à un seul carrefour est le double du produit de tous les nombres pairs plus

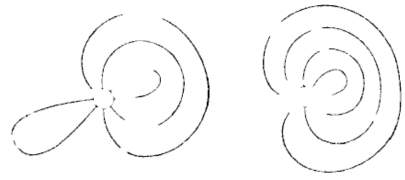


Fig. 7 et 8. — Labyrinthes à carrefour unique.

petits que le nombre des chemins qui aboutissent au carrefour.

CHEMIN DE FER A DOUBLE VOIE.

Lorsqu'un labyrinthe ne contient que des impasses, mais à carrefours différents, on peut encore appliquer le même procédé, et ainsi, par exemple, résoudre le problème suivant : Un chemin de fer à

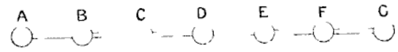


Fig. 9. — Chemin de fer à double voie.

double voie renferme sept stations, et le train peut changer de voie à chacune d'elles; déterminer le nombre des parcours complets. En supprimant successivement l'impasse A (fig. 9), puis B, etc., on trouve

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64,$$

et en général le produit de facteurs égaux à 2 dont le nombre est égal au nombre des intervalles entre les stations.

CHEMIN DE FER DE CEINTURE.

Pour déterminer le nombre des parcours complets d'un chemin de ceinture à double voie (fig. 10), on doit observer que si les deux voies d'un intervalle entre deux stations sont parcourues successivement, aller et retour, le reste du chemin revient à celui de la figure 9; mais chaque intervalle peut être parcouru ainsi à l'exclusion de tous les autres; ce qui fait six fois le nombre précédent; enfin si les deux voies d'un intervalle ne sont jamais parcourues successivement, on a encore une fois ce nombre; donc en tout $(6+1) \times 64$, et en général pour n stations, il y a $(n+1)2^n$ parcours. La solution précédente a été donnée par M. Delannoy, intendant militaire à Orléans.

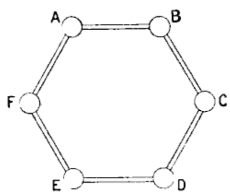


Fig. 10. — Chemin de ceinture.

PÉRÉGRINATIONS D'UNE FOURMI.

Lorsque le labyrinthe n'a que deux carrefours, il se compose d'impasses que l'on peut d'abord supprimer; il reste formé de chemins en nombre pair, réunissant les deux carrefours, et sans se croiser. La détermination du nombre des parcours revient au problème suivant : Un melon a douze côtes; une fourmi visite successivement les douze vallons qui séparent les côtes et revient à son point de départ. Quel est le nombre de manières d'accomplir ce voyage de pérégrinations?

La fourmi, placée en un point d'un vallon, peut d'abord choisir entre deux sens; mais, arrivée à l'un des pôles du melon, elle a le choix entre onze vallons, et lorsque celui-ci est parcouru, il lui en reste dix autres, et ainsi de suite. Par conséquent le nombre cherché est

$$2\times1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11$$

ou 39 916 800. En général, c'est le double du produit de tous les nombres entiers plus petits que le nombre des chemins.

SUPPRESSION D'UN CARREFOUR.

La méthode de M. Tarry consiste dans l'application des résultats précédents en y ajoutant l'étude de la suppression d'un carrefour. On ramène ainsi la recherche de la description d'une figure géométrique quelconque, ou du parcours d'un labyrinthe, à plusieurs autres, parfois identiques, contenant un carrefour en moins, et finalement à un labyrinthe à deux carrefours, c'est-à-dire au cas de la fourmi; mais on commence toujours par la fermeture des impasses, s'il y a lieu. Nous expliquerons la dernière partie de la méthode, sur la figure 11, formée par les côtés et les diagonales d'un pentagone, c'est-à-dire sur le jeu de dominos terminé au double-quatre.

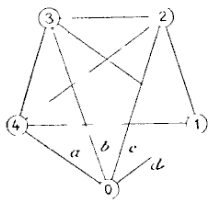


Fig. 11.

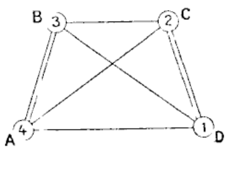


Fig. 12.

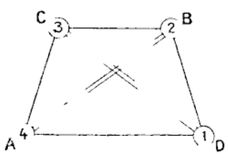


Fig. 13

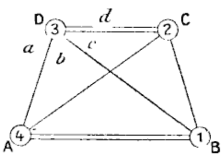


Fig. 14.

En O aboutissent quatre chemins a,b,c,d; on peut les souder ensemble deux à deux, de toutes les manières possibles :

ab d'une part et *cd* d'autre part donne figure 12.
ac — *bd* — figure 13.
ad — *bc* — figure 14.

Le carrefour O se trouve supprimé, et le nombre des tracés de la figure 11 est égal à la somme des nombres de parcours des trois autres figures.

Mais ces trois nouveaux labyrinthes sont équivalents puisque les carrefours A et B, C et D sont réunis par deux chemins, et que les autres jonctions ont lieu par un seul. Il suffit donc de tripler le nombre des parcours des labyrinthes (fig. 14).

On peut supprimer le carrefour D de trois manières, comme précédemment. La soudure de a et b donne la figure 15, et après suppression de l'impasse, la figure 16; nous nous trouvons ainsi dans le cas de la fourmi $2\times1\times2\times3$ ou 12 tracés.

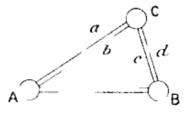


Fig. 15.

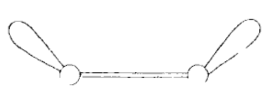


Fig. 16.

La soudure de a et c, ou de a et d donne deux fois la figure 17. Celle-ci, par la suppression du carrefour C donne par soudure de a et b, la figure 18 qui donne 8 tracés.

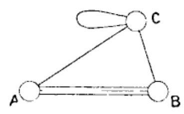


Fig. 17.

Fig. 18.

Et par soudure de a et c, ou de a et d deux fois la figure 16. Donc encore 24 tracés.

Ainsi au total deux fois $12 + 8 + 24$ ou 88.

La figure 14 se décrit donc de 88 manières, et le pentagone (fig. 11), de 264 manières différentes.

JUSQU'AU DOUBLE-SIX.

En appliquant le procédé de réduction à la figure 1 de l'heptagone, on trouve en quelques heures le nombre donné par Reiss pour les dispositions circulaires des dominos, sans les doubles, c'est-à-dire

129 976 320.

Pour tenir compte des doubles, il faut ajouter une impasse à chacun des sommets de la figure 1, en la comptant pour moitié de sa valeur effective, parce que celle-ci peut être décrite dans deux sens, tandis que le double du jeu de dominos est identique dans ses deux parties. Par suite, il faut multiplier le nombre précédent successivement par 3 sept fois ou par $3^7 = 2187$.

Enfin, pour obtenir les dispositions rectilignes, il suffit d'ouvrir une disposition circulaire quelconque, dans l'un des vingt-huit intervalles des dominos; ce qui revient à multiplier par 28. Ainsi la solution du problème de Reiss, obtenue d'abord par un si grand labeur, doit être considérée comme exacte; la solution de M. Tarry constitue un très grand progrès dans l'étude des questions de ce genre, mais nous pensons que l'on finira par trouver des méthodes plus rapides encore. ÉDOUARD LUCAS.

chaussée, et extérieurement, des consoles sur lesquelles reposent les trottoirs.

Dans le milieu du pont, les poutres ont une hauteur totale de 6 mètres et sont maintenues par un entretoisement décoratif.

Toutes les parties de la construction sont en acier doux provenant des usines de Denain. Le poids total de l'ouvrage est de 215 000 kilogrammes. Le montage commencé dans les premiers jours d'avril, a été terminé à la fin du même mois; il s'est fait sans échafaudages, en utilisant comme pont de service l'ancien pont qui a été détruit aussitôt après.

Le pont a été livré à la circulation le 10 juin 1887.

Pendant la durée des travaux, qui ont dû être commencés en septembre 1886, à cause de la réfection des culées de l'ancien pont, les communications se sont trouvées assurées, pour les voitures comme pour les piétons, par l'établissement d'une passerelle provisoire, située à peu de distance en amont du nouveau pont. Cette passerelle se composait de trois travées de 21 mètres, formées par trois ponts portatifs démontables en acier, reposant sur des palées en bois simples, constituées au moyen de six pieux battus et d'une charpente supérieure très rustiquement établie.

La passerelle montée sur la rive a été mise en place par voie de lançage, les trois travées ayant été préalablement rendues solidaires au moyen d'éclisses boulonnées. Toute cette opération a été effectuée en une seule journée. La passerelle a fonctionné pendant environ dix mois. Elle a été démontée aussitôt après que le nouveau pont a été ouvert à la circulation et ses différentes pièces ont été conservées en magasin par le département, afin de les avoir sous la main et de les utiliser le jour où il deviendrait urgent de rétablir immédiatement les communications, soit dans le cas d'une rupture d'un pont, des remblais d'une digue, d'une route ou d'un chemin de halage, soit dans toute autre circonstance où les avantages des ponts de ce système peuvent rendre les plus grands services.

L'ASCENSION DU BALLON L'« ARAGO »

MM. Lhoste et Mangot, voulant essayer un système de ballons satellites attachés à la nacelle d'un aérostat, ont tenté une première expérience le 6 novembre 1887. Ils sont partis de Paris à 8 heures du soir, par un vent ouest. La pluie ayant tombé toute la nuit, ils ont été obligés de prendre terre à Bar-le-Duc à la pointe du jour. Ils voulaient repartir, mais la violence du vent qui s'est élevé, les a obligés à dégonfler. Le dimanche suivant 13 novembre, ils sont partis de nouveau de Paris, de l'usine de la Villette, à 8 heures du matin. Ils avaient pris dans la nacelle de l'*Arago*, un passager, M. Archdeacon, âgé de dix-sept ans. Le vent était assez violent et soufflait du sud-est, dans la direction de la côte anglaise. Les voyageurs n'ont embarqué qu'une faible provision de vivres. Le voyage fut charmant jusqu'à Quillebœuf, où M. Archdeacon fut descendu, conformément au programme. MM. Lhoste et Mangot avaient le dessein de franchir le détroit. Comme le vent soufflait toujours dans la même direction et prenait même de la force, ils refusèrent de partager un déjeuner que leur offrit leur ami, et s'élancèrent dans les airs, après avoir remplacé son poids par des sacs de terre. Il était 11 h. 15 minutes quand l'*Arago* bondit de nouveau dans l'espace. On l'a vu passer, filant rapidement vers le nord-ouest au-dessus de Tancarville et au-dessus de Barfleur. Le vent s'étant mis au nord, sur l'Europe et l'Atlantique oriental dans la journée du 15, il est à présumer que les voyageurs aériens ont été refoulés en plein Océan. On n'a pas encore de leurs nouvelles à l'heure où nous écrivons, et tout semble, hélas! faire présager que les infortunés aéronautes ont été perdus en mer, à moins qu'ils n'aient été recueillis par un navire allant en Amérique!

RÉCRÉATIONS SCIENTIFIQUES[1]

LE JEU MILITAIRE

Le *Jeu militaire* obtient une grande vogue en ce moment dans les cercles militaires et au café de la Régence; nous avons assisté dernièrement à l'exécution d'une partie gagnée contre l'un de nos plus célèbres joueurs d'échecs, M. J.-A. de Rivière, par un célèbre joueur de dames, M. Barteling qui luttait les yeux fermés. Nous pensons que M. Barteling est le premier qui ait pu accomplir cet autre tour de force vraiment merveilleux, et vainement tenté par Philidor, de jouer et de gagner aux dames contre un adversaire quelconque, sans voir le damier; mais le jeu en question est beaucoup plus simple, car l'un des partenaires n'a que trois pions tandis que l'autre n'en possède qu'un seul; d'autre part, le casier de ce nouveau jeu renferme seulement onze cases, au lieu de cinquante. Nous allons donner le moyen de toujours gagner avec les trois pions, en observant les règles du jeu, contre un adversaire quelconque, et sans voir le casier.

Par conséquent le jeu militaire rentre dans la catégorie des jeux où le hasard ne remplit aucun rôle; il se rapproche du *jeu des marelles* que nous avons tous joué dans notre enfance avec trois cailloux blancs et trois cailloux noirs. Il est encore analogue au *jeu des chiens et du loup* que l'on exécute avec cinq pions contre un seul sur le damier ordinaire et dans lequel les cinq chiens peuvent toujours acculer le loup et l'emprisonner sur une case du damier[2].

Nous reproduirons d'abord les documents qui nous ont été communiqués sur ce jeu intéressant; nous en donnerons ensuite la théorie complète.

Le *Bulletin de la Réunion des officiers* (N° 34, du 21 août 1886, p. 795), contient l'alinéa suivant: « M. Louis Dyen, sous-lieutenant en retraite, chevalier de la Légion d'honneur, [3] a utilisé ses loisirs à la confection d'un jeu militaire qu'il a offert à la

[1] Voy. le n° 744 de *La Nature*. — A la page 220, il faut échanger les figures 15 et 17 ainsi que les figures 16 et 18.

[2] Voy. *Récréations mathématiques*, t. II, 3e Récréation.

[3] D'après Martin Gall, le chroniqueur des jeux de combinaisons au journal *le Gil-Blas*, l'inventeur du jeu militaire serait M. Constant Roy, à Saint-Mandé (Seine).

bibliothèque, et qui, par ses combinaisons variées, donne une idée des manœuvres stratégiques employées par trois brigades de cavalerie pour couper de ses communications un corps d'armée qu'elles harcèlent. Sous une apparence des plus simples, le jeu militaire présente une variété de combinaisons très compliquées. La partie matérielle du jeu se compose d'une planchette semblable à un échiquier, sur laquelle se trouvent onze cases liées à leurs voisines par autant de lignes droites qui marquent autant d'étapes à franchir par chacune des trois brigades de cavalerie pour couper le corps d'armée de ses communications, et par le corps d'armée pour éviter d'être bloqué. Le corps d'armée est victorieux lorsque, après un nombre d'étapes marqué d'avance, il n'a pu être immobilisé ; il est vaincu dans le cas contraire. Moins difficile que le jeu d'échecs, le jeu militaire est des plus instructifs, et mérite d'être recommandé comme une distraction des plus utiles aux officiers et aux sous-officiers. »

Voici maintenant le prospectus qui accompagne la tablette du jeu militaire :

« Ce nouveau jeu, basé sur la stratégie militaire et paraissant à première vue d'une grande simplicité, présente au contraire des coups difficiles et demande une attention soutenue.

« Les joueurs se trouvent bientôt en présence de combinaisons incalculables de défense et de passage dépendant toujours de l'attaque et de la riposte, ce qui permet de le comparer au jeu d'échecs.

« Des primes de *cent* francs sont offertes par l'inventeur aux personnes qui gagneront autant de parties que lui-même, et des primes de *mille* francs à celles qui en gagneraient plus de la moitié.

« Une partie se compose d'un nombre de coups égaux joués à tour de rôle par chacun des deux partenaires.

« *Règle du Jeu.* — Le jeu se compose de douze triangles isoscèles formant onze stations ou places et de vingt-deux lignes qui sont autant de routes reliant ces places.

« Il se joue à deux comme aux échecs : l'un prend le jeton qui représente le corps d'armée, l'autre joue avec les trois tours.

« Le corps d'armée placé primitivement sur la station 2 part le premier se dirigeant sur la station 5 ; de là, il prend la route qui lui semble la plus favorable. A chaque bifurcation des routes, c'est-à-dire à chaque station, il doit s'arrêter et attendre la réponse de l'adversaire. Il peut marcher à droite et à gauche, en avant et en arrière, c'est-à-dire dans tous les sens, lorsque les routes sont libres.

« Les trois tours sont placées sur les cases *a*, 1 et 3 ; elles suivent le corps d'armée, et sont jouées à tour de rôle au choix de l'autre partenaire ; celles qui n'ont pas été déplacées peuvent faire un mouvement en arrière ; toutefois ce mouvement ne peut s'opérer qu'une seule fois ; ensuite elles doivent marcher en avant ou de côté.

« Le corps d'armée gagne la partie si les tours n'arrivent pas à le cerner dans une des places du jeu ; par contre il la perd, si les tours parviennent à le bloquer dans une place quelconque. »

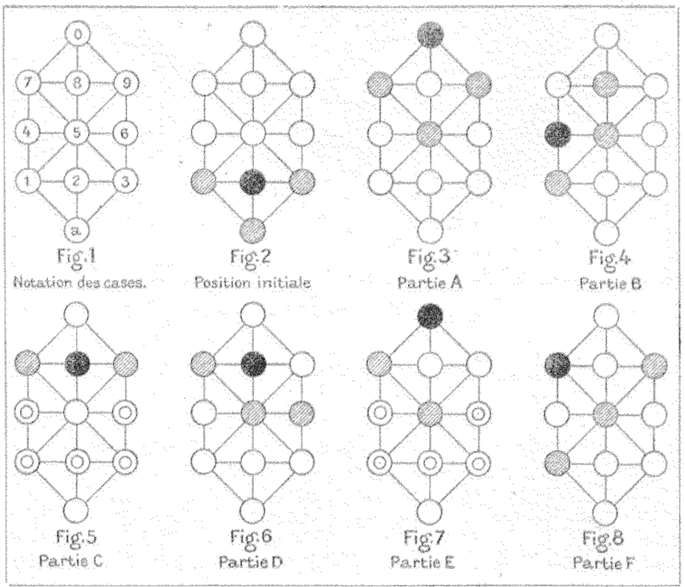


Fig. 1 Notation des cases. Fig. 2 Position initiale. Fig. 3 Partie A. Fig. 4 Partie B. Fig. 5 Partie C. Fig. 6 Partie D. Fig. 7 Partie E. Fig. 8 Partie F.

Sans nous arrêter aux considérations de stratégie dont il est parlé dans ce prospectus, et qui ne nous paraissent avoir aucun rapport avec le *Jeu militaire*, nous devons reconnaître que ce jeu est assez intéressant et assez difficile, bien qu'il nous ait paru trop simple dès l'abord. Nous en donnerons la solution complète que nous venons d'élaborer à Orléans, avec notre ami M. Delannoy. Nous montrerons d'abord que le nombre des combinaisons de ce jeu, loin d'être incalculable, est très facile à déterminer ; puis nous ferons voir que les tours habilement dirigées finissent toujours par bloquer le corps d'armée.

Nombre des positions diverses. — Le nombre des dispositions des trois tours sur onze cases est égal au nombre des combinaisons pour onze objets pris trois à trois, ou 165 ; d'ailleurs le roi noir peut se trouver en l'une des huit cases inoccupées par les tours : il suffit donc de multiplier par 8 le nombre précédent. Ainsi le nombre des diverses positions du jeu est 1320 ; nous voici bien loin des combinaisons *incalculables* annoncées par le prospectus.

Nous ferons observer, d'autre part, que le nombre que nous venons d'indiquer est une limite supérieure du nombre des positions distinctes. En effet, beaucoup d'entre elles sont symétriques deux à deux et se ramènent l'une à l'autre en repliant la figure autour de l'axe longitudinal *ao* (fig. 1).

Parties élémentaires. — Nous commencerons par étudier quelques coups ou fins de parties que nous désignerons respectivement par les lettres A, B, C, D, E, F; puis nous donnerons le tableau général de l'attaque et de la riposte. Dans ce qui suit, nous supposerons que l'on tient compte des positions symétriques par rapport à l'axe *ao* du jeu, afin de simplifier l'étude de tous les cas possibles.

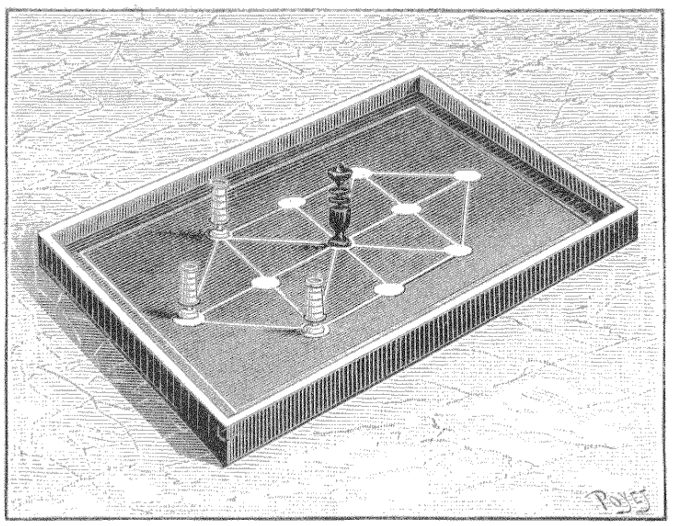


Fig. 9. — Le nouveau Jeu militaire.

Partie A (fig. 3). — Les blancs jouent et gagnent en un coup. — Il suffit de jouer 5 en 8. La position de cette partie sera désignée par 579—0, le groupe de trois chiffres représentant les positions des blancs, et le chiffre isolé, la position du noir.

Partie B (fig. 4). — Les blancs jouent et gagnent en un coup. — Il suffit de jouer 8 en 7.

Partie C (fig. 5). — Les blancs jouent et gagnent en deux coups. — Le petit rond sur une case indique l'une des positions du troisième pion blanc, les deux autres étant représentés par des cases grises. — On joue le troisième pion au centre 5, le noir vient en 0 et l'on est ramené à la partie A.

Partie D (fig. 6). — Les blancs jouent et gagnent en deux coups. — Il suffit de jouer 6 en 9.

Partie E (fig. 7). — Les blancs jouent et gagnent en trois coups, quelle que soit la position du troisième pion blanc sur l'une des cinq cases couvertes d'un petit rond. — On joue 5 en 9; le noir vient en 8; puis on amène le troisième pion en 5 et le noir revient en 0.

Partie F (fig. 8). — Les blancs jouent et gagnent en trois ou quatre coups. — Les blancs jouent 1 en 4 et le noir vient en 8 ou en 0; s'il vient en 8, on joue 4 en 7, et le noir vient en 0; on joue ensuite 5 en 8 et le noir est bloqué. Mais si le noir vient en 0, on joue 5 en 7, le noir vient en 8; les blancs jouent 1 en 5, le noir vient en 0; les blancs jouent 5 en 8 et le noir est bloqué. Nous invitons le lecteur à étudier ci-dessous la notation de cette partie, avant d'étudier le tableau général.

159	7	459	8	579	0	789	»		»	
			0	279	8	579	0		789	

Cette notation représente les positions successives des pions blancs et du pion noir. Le tableau ci-dessous (fig. 10) représente tous les cas qui peuvent se présenter dans la partie du Jeu; en laissant l'initiative aux pions blancs, le noir peut occuper diverses cases; ce tableau montre que *les blancs gagnent toujours en une douzaine de coups*, au maximum. Dans ce tableau nous n'avons pas tenu compte des positions symétriques par rapport à l'axe longitudinal *ao*. Les lettres du tableau indiquent les fins de parties que nous venons d'étudier et le signe ❋ indique que le tableau renferme, dans l'une des lignes supérieures, une position identique à celle à laquelle on vient de parvenir.

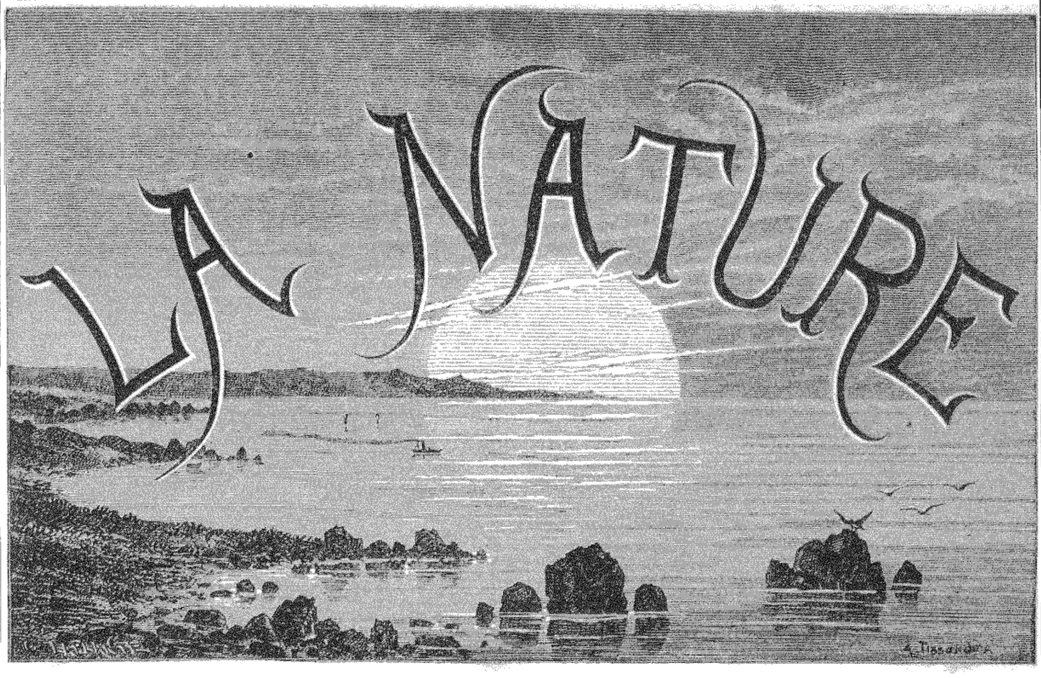
125	4 135	7 345	8 357	0 E			
				9 F			
			0 349	7 459	8 D		
					0 E		
				8 359	7 259	4 159	7 F
						8 159	7 F
							0 E
						0 E	
	7 125	4 135 ❋			0 E		
		8 135	7 345 ❋				
			0 138	7 158	4 B		
					0 258	7 259 ❋	
		0 129	7 259 ❋				
			8 159				
	8 135 ❋						

Fig. 10. — Tableau général des parties du Jeu militaire.

Remarque I. — Les blancs doivent éviter d'occuper la position diagonale 159 (ou 257), si le noir peut venir en 8 ou en 4 (ou 6), attendu que le noir pourrait rendre la partie nulle.

Remarque II. — Il n'est pas nécessaire de faire reculer les blancs facultativement une fois, ainsi qu'il est dit dans la règle; il est préférable de supprimer cette complication inutile, puisque les blancs gagnent quand même.

En quelques heures, on se rend maître de ce jeu, et l'on peut gagner autant de fois qu'on voudra la prime de *cent francs* offerte par le prospectus. Mais il s'agit de trouver l'adresse du banquier; c'est un problème plus difficile que le précédent. Édouard Lucas.



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

DIX-SEPTIÈME ANNÉE

1889

DEUXIÈME SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

NOUVEAUX JEUX SCIENTIFIQUES DE M. ÉDOUARD LUCAS

Nous venons de publier une première série de jeux scientifiques pour servir à l'histoire, à l'enseignement et à la pratique du calcul et du dessin. Ces jeux s'adressent aussi bien aux enfants qu'aux grandes personnes. Les enfants y trouveront des exercices de calcul, toujours nouveaux, toujours variés, qui leur faciliteront, tout en jouant, les procédés du calcul mental. Les grandes personnes y trouveront continuellement des questions et des combinaisons toujours nouvelles pour leur distraction et leur récréation aux jours de pluie, dans les voyages, ou pendant les longues soirées d'hiver.

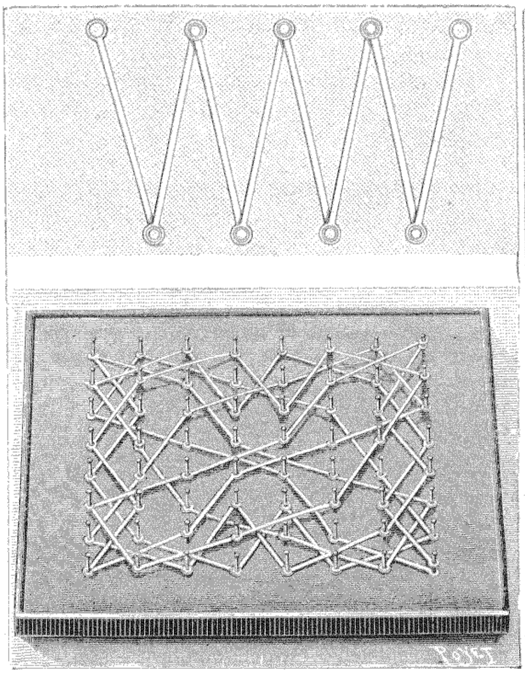


Fig. 1. — *La Fassoulette.*
Vue d'ensemble ; au-dessus détail d'une cheville.

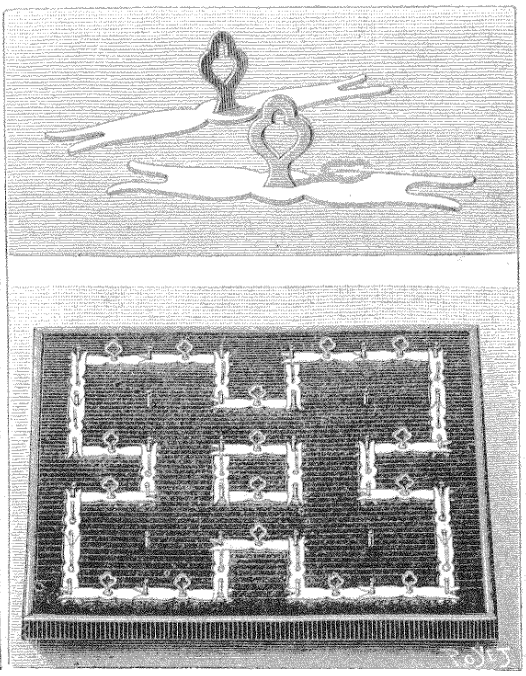


Fig. 2. — *La Pipopipette.*
Vue d'ensemble ; au-dessus détail d'une cheville.

Ces jeux sont construits dans les mêmes dimensions, et renfermés dans une boîte recouverte d'une chromolithographie; ils sont édités avec beaucoup de goût et sont accompagnés d'une brochure explicative, d'une règle du jeu rédigée en anglais, en espagnol, en portugais. En outre, quatre des six jeux sont ornés d'un petit album imprimé sur bristol de couleurs. Dans son *Essai d'éducation nationale*, La Chalotais insiste à diverses reprises sur la nécessité et sur l'utilité d'instruire les enfants par les récréations. « Je suppose, dit-il, qu'un enfant sache déjà lire et écrire, qu'il sache même dessiner, ce que je regarde comme nécessaire, je dis que les premiers objets dont on doit l'occuper depuis cinq à six ans jusqu'à dix sont l'histoire, la géographie, l'histoire naturelle, des récréations physiques et mathématiques, connaissances qui sont à sa portée, parce qu'elles tombent sous les sens, parce qu'elles sont les plus agréables et par conséquent les plus propres à occuper l'enfance. » Et plus loin : « La géométrie ne demande pas plus d'application que les jeux de piquet et de quadrille. C'est aux mathéma-

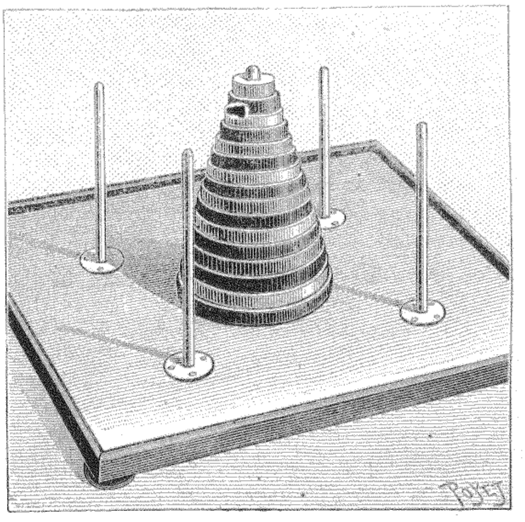


Fig. 3. — Nouvelle *Tour d'Hanoï.*

ticiens à trouver une route qui n'ait pas encore été frayée. On pourrait peut-être commencer par des récréations mathématiques[1]. »

Autrefois, c'était par les jeux que les anciens apprenaient à lire à leurs enfants. On leur enseignait l'alphabet, comme le dit Quintilien, au moyen de lettres figurées en ivoire; et il n'est pas sans intérêt de rappeler que c'est avec des lettres d'ivoire que saint Jérôme apprenait à lire à sa fille; c'était, comme il le dit dans ses lettres, un jeu et en même temps une étude. Tantôt il plaçait les lettres dans leur ordre, tantôt il le renversait ou le bouleversait. On use encore aujourd'hui du procédé de saint Jérôme dont les Grecs se servaient bien des siècles avant lui.

Nos jeux serviront à faire naître et à développer les facultés du calcul mental. Nous avons mis à profit le précepte de M. Gréard, membre de l'Académie française et vice-recteur de l'Académie de Paris : « Le calcul mental que prescrivent nos règlements et qui paraît chose si abstraite, conséquemment si difficile pour l'enfant qu'on y applique de primesaut, devient l'exercice le plus aisé, en même temps que le plus fortifiant, pour son intelligence naissante, s'il a été préparé comme il convient. »

Nous serions heureux de contribuer par ces nouveaux jeux à rendre l'expérience possible et concluante. Nos livres et nos jeux sont amusants et sérieux, rarement solennels, parfois frivoles, parfois vulgaires. Nous avons fait tous nos efforts pour rendre chacun d'eux aussi instructif qu'original; mais au moment de les livrer au public, l'auteur hésite et doute du succès, car il se rappelle les vers du plus gracieux des poètes :

« Croire que l'on tient les pommes d'Hespéride
« Et presser tendrement un navet sur son cœur! »

1. *La Fasioulette.* — La Fasioulette est un jeu de salon, de plage et de jardin, pour les dames et les demoiselles. Il comporte de nombreux exercices de dessins que l'on peut reproduire sur le papier quadrillé ou sur le canevas; on apprendra à trouver, suivant sa fantaisie, des dessins très jolis, toujours nouveaux, que l'on pourra exécuter en tapisserie avec des laines de toutes couleurs.

Une planchette garnie de soixante-quatre chevilles dorées ou nickelées, espacées à égale distance les unes des autres, aux sommets de carrés égaux, figure les centres des soixante-quatre cases de l'échiquier ordinaire. Des brochettes en métal, toutes de même longueur, percées d'un petit trou à chacune de leurs extrémités sont réunies huit par huit, et articulées comme le mètre du menuisier. La longueur des brochettes a été calculée de telle sorte que l'on peut les implanter par leurs extrémités sur deux pointes voisines, mais non contiguës; cette longueur correspond précisément au *saut du cavalier*, du jeu des échecs (fig. 1).

[1] *Essai d'éducation nationale, ou plan d'études pour la jeunesse*, par messire Louis René de Karadeuc de La Chalotais, procureur général du Roi au parlement de Bretagne. 1763.

Mais il n'est pas nécessaire de connaître les échecs pour se récréer sur la Fasioulette. Une brochure de 56 pages et un superbe album de huit planches donnent, sans calculs, tous les renseignements nécessaires pour composer des dessins de toutes sortes, cadres, croix, moulins, étoiles, etc. Le nombre des dessins que l'on peut obtenir n'est pas connu, et les plus illustres mathématiciens qui se sont occupés de ce problème, Euler, d'Alembert, Vandermonde, Legendre, etc., n'ont pu même en approcher d'une manière satisfaisante.

La brochure contient l'histoire de cet intéressant problème qui remonte à la plus haute antiquité. L'album contient de jolis dessins composés par Mme la générale Parmentier.

2. *La Pipopipette.* — La Pipopipette est un nouveau jeu de combinaisons dédié aux élèves de l'école Polytechnique. La boîte qui la renferme est recouverte d'une lithographie peinte représentant un polytechnicien portant haut et ferme le drapeau national.

Le jeu se compose d'une planchette garnie de trente-six chevilles disposées en carrés, et de soixante barrettes munies d'une poignée et évidées aux extrémités. La longueur des barrettes est exactement égale à la distance de deux chevilles voisines (fig. 2).

Le jeu se joue à deux, trois ou quatre personnes placées autour d'une table comme au jeu de whist. L'ordre des joueurs est déterminé par le sort. Chaque joueur, à tour de rôle, prend une barrette et la place sur deux clous de la planchette à l'endroit libre qu'il choisit. Tout joueur marque un point lorsqu'il place sa barrette et ferme l'un des vingt-cinq petits carrés, c'est-à-dire lorsque ce petit carré se trouve bordé sur les quatre côtés. Tout joueur qui marque un point par carré fermé continue jusqu'à ce qu'il ne ferme plus de carré. La partie est terminée quand tous les carrés sont fermés.

La brochure indique quelques autres jeux; elle donne le nombre des combinaisons différentes du jeu qui s'élève à 82 chiffres; plus exactement, il est égal au produit des soixante premiers nombres entiers.

Amusez-vous donc à votre jeu, dit l'auteur à ses camarades, étudiez-le aux heures de loisir; comme tout jeu de calcul, il contient sa méthode et son enseignement. Mais ne vous y attardez pas et permettez à un vieux camarade, un antique, de vous rappeler le précepte de Franklin : « Ne gaspillez pas le temps; c'est l'étoffe dont la vie est faite. »

3. *La Tour d'Hanoï.* — C'est une nouvelle édition, revue, corrigée et considérablement augmentée. Les lecteurs de *La Nature* se sont bien amusés à la lecture de l'intéressant et joyeux article du savant, lettré, aimable et spirituel, M. Henri de Parville[1], lors de la première édition. Au lieu de trois clous, comme dans l'ancienne Tour, on peut jouer à quatre clous, et aller jusqu'à cinq clous (fig. 3).

[1] Voy. n° 565, du 29 mars 1884, p. 285.

Seize pions décroissants et de quatre couleurs différentes sont enfilés sur les clous, et il s'agit de les déplacer de bien des façons. Le nombre des problèmes que l'on peut se poser sur la *nouvelle* Tour d'Hanoï est incalculable.

Il est bien entendu que l'on pourrait remplacer la tour par des cartes et, par exemple, par les quatre quatrièmes majeures ou mineures d'un jeu de piquet. On disposerait ces cartes sur cinq tas, au plus, d'une manière quelconque, ou d'après l'ordre du paquet, après avoir battu les cartes. Il s'agirait alors de reformer sur quatre des cinq cases, tantôt les quatrièmes dans l'ordre, avec la même couleur, ou des quatrièmes panachées. Mais la structure de la tour est plus amusante, et l'on peut s'y exercer en voyage.

ÉDOUARD LUCAS.

CHRONIQUE

La distribution des récompenses de l'Exposition universelle de 1889. — Dimanche dernier 29 septembre, une foule nombreuse et brillante se pressait à l'entrée du Palais de l'Industrie à Paris, organisée pour la distribution solennelle des récompenses de l'Exposition universelle de 1889. De l'avis de tous, la cérémonie a été la plus imposante et la plus belle de toutes celles qui ont eu lieu cette année. Après le défilé des représentants de toutes les nations, marchant bannières en tête, sur la scène incomparable qui a été érigée dans le Palais, M. Carnot, président de la République française, a prononcé un remarquable discours qui a soulevé les applaudissements unanimes. M. Tirard, président du Conseil, a parlé ensuite de l'Exposition, et a remercié tous ceux qui, nationaux ou étrangers, avaient contribué à son succès. M. Berger s'est ensuite levé, le palmarès à la main; puis est venue la proclamation solennelle des récompenses dont le *Journal officiel* a publié la liste complète. — Nous sommes heureux d'apprendre à nos lecteurs que *La Nature* a été favorisée de brillantes récompenses; son rédacteur en chef M. Gaston Tissandier, son éditeur M. G. Masson et son imprimeur M. A. Lahure, ont obtenu des Grands Prix.

Les entrées aux Expositions universelles. — Une intéressante communication a été faite à la dernière réunion de l'Institut international de statistique. C'est le relevé comparatif des entrées aux grandes Expositions. L'Exposition qui vient en tête, avant 1889, est celle de Paris en 1878, qui a compté 12 millions et demi d'entrées, avec une moyenne de 65 000 par jour. Puis viennent celle de Philadelphie, qui a eu 10 millions d'entrées, 61 000 par jour; celle de Paris en 1867, 9 millions d'entrées, 42 000 par jour; celle de Vienne, 1873, et de Londres, 1851, qui ont vu chacune 40 000 visiteurs quotidiens et ont compté, la première 7 millions et la seconde 6 millions d'entrées; enfin le nombre des entrées s'est élevé à Londres, en 1862, à 6 millions, 34 000 par jour, et à Paris, en 1855, à 4 millions et demi, 24 000 par jour. La moyenne des entrées à l'Exposition de 1889 est jusqu'ici d'environ 150 000 par jour.

Saumons en Allemagne. — Les tentatives faites pour introduire le Saumon dans la Ruhr, la Sieg et la Moselle, ont parfaitement réussi, paraît-il, et on prend aujourd'hui de grandes quantités de ce poisson dans des régions où il était absolument inconnu auparavant. C'est ainsi qu'on en a pêché 1500 kilogrammes l'an dernier dans la Sieg, 2000 kilogrammes dans la Sauer, et 700 kilogrammes dans l'Our. Les alevins ayant servi à l'empoissonnement de ces cours d'eau venaient de l'établissement d'éclosion créé sur la rivière Agger.

ACADÉMIE DES SCIENCES

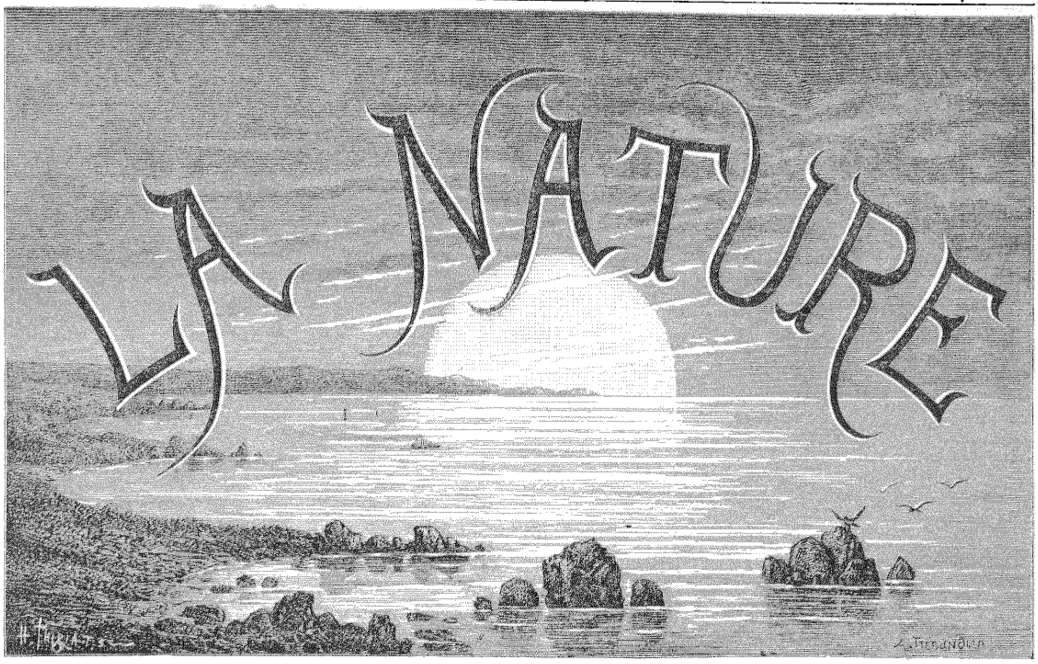
***Séance du 30 sept. 1889. — Présidence de* M. DES CLOIZEAUX**

Vitalité de la trichine. — Déjà, en collaboration avec Bouley, M. Paul Gibier avait étudié l'action du froid sur la trichine. Opérant sur des viandes américaines salées, les expérimentateurs avaient constaté que l'immersion dans un mélange réfrigérant formé de chlorure de sodium et de nitrate de potasse déterminait infailliblement la mort du parasite. Mais la question était de savoir si les matières salines employées n'avaient pas directement exercé une action toxique sur l'animal. Pour le résoudre, M. Gibier a pris de la viande fraîche de porc infestée de trichines bien actives et il l'a exposée pendant deux heures à un refroidissement de —20° à —25° en évitant tout contact avec des substances étrangères. Dans ces nouvelles conditions, les vers n'ont rien perdu de leur vitalité et, par conséquent, le refroidissement constitue une mesure hygiénique tout à fait insuffisante : ce qui est aussi regrettable que nécessaire à savoir pour éviter une cause de mécompte funeste.

Espèce nouvelle de spongeliomorpha. — M. de Saporta a imposé le nom de *spongeliomorpha* à des corps fossiles problématiques dont il a cherché à montrer les analogies avec les *spongelia* actuels. Je signale aujourd'hui de mon côté un fossile voisin extrait dans Paris même des sables dits de Beauchamp, superposés, comme on dit, au calcaire grossier. Toutefois, s'il s'agit incontestablement d'un *spongeliomorpha*, les caractères spéciaux de l'échantillon parisien permettent d'y voir une espèce particulière, et je la dédie au savant auteur du genre auquel elle appartient. Le *spongeliomorpha Saportai* est essentiellement ramifié. Il en résulte une forme générale grêle, très élancée, dont l'étude procure des raisons nouvelles et très décisives pour voir dans les fossiles de cette catégorie, non point comme on l'a dit quelquefois, de purs accidents de structure inorganique, mais des restes d'êtres réels, ayant vécu.

Le spectre de l'hydrogène. — Ordinairement, pour observer le spectre des gaz, on les échauffe dans le tube de Geissler par le passage d'étincelles électriques. M. Trépied expose une autre méthode dans une note déposée par M. Mascart : le gaz arrive sous la forme d'un jet au sein même de l'arc électrique. Dans ces conditions, le spectre a des caractères spéciaux qui le rapprochent singulièrement de celui que fournit l'observation du soleil et des étoiles : il semble donc qu'on reproduise ainsi certaines conditions naturelles non imitées par le dispositif ordinaire.

La géologie du Jura. — Un savant géologue très connu de nos lecteurs, M. Jules Marcou, fait une étude historique très curieuse sur les travaux dont le Jura a été l'objet jusqu'en 1870. En rapport personnel avec un très grand nombre d'illustrations et de notabilités scientifiques, il fait connaître maints détails du plus haut intérêt : Thirria, Thurmann, Gressly, Pidancet, Etallon, Pictet, de Résal et bien d'autres lui fournissent successivement l'occasion



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

DIX-HUITIÈME ANNÉE

1890

PREMIER SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

seulement (Bramabiau, Sorgues, Padirac) ont été reconnus jusqu'ici. Mais ils suffisent d'ores et déjà à démontrer qu'en résumé les eaux souterraines qui donnent naissance aux belles et nombreuses sources vauclusiennes des Causses ne s'étendent pas en grandes nappes, ne s'accumulent pas tout d'abord en vastes réservoirs, mais qu'elles descendent à travers les fissures, puis se réunissent en minces ruisselets, lesquels se gonflent lentement par l'apport d'en haut, effectué goutte à goutte, et circulent enfin, réelles rivières, dans de longues galeries, hautes ou basses, étroites ou larges, selon la nature du terrain traversé. A Padirac même, nous avons surpris sur le vif le mode de formation de la source souterraine, assisté en quelque sorte à sa naissance, et suivi pas à pas son grossissement progressif, le tout par le seul suintement des voûtes.

Notre figure 1 donne, dans sa partie supérieure, le plan horizontal de la coupe verticale à l'échelle du 12 500e du puits et de la rivière souterraine de Padirac. A cause des coudes (dont les deux principaux sont d'ailleurs indiqués en pointillés), la coupe paraît n'avoir que 1700 mètres de longueur tandis que le développement total de la partie explorée de la galerie est réellement de 2200 mètres environ; on peut s'en assurer en suivant au curvimètre et sur le plan les sinuosités du cours d'eau depuis la source jusqu'au trente-troisième jour. Entre ces deux extrémités la différence de niveau est, d'après un calcul approximatif, de 37 mètres, ce qui met le point où nous avons battu en retraite, à 135 mètres au-dessous du niveau de l'orifice du puits. L'échelle des hauteurs est, pour la coupe, exactement la même que celle des longueurs, ce qui donne la proportion exacte de l'épaisseur du terrain au-dessus des voûtes. Les numéros désignent les gours ou cascatelles. Il y a correspondance absolue entre le profil en long et le tracé horizontal; et les dénominations mises en légende servent de lignes de rappel aux deux dessins, comme dans une épure de géométrie descriptive.

Le bas de la figure 1 donne, à l'échelle du 3000e, les coupes verticales des quatre avens les plus caractéristiques des grands Causses : les chiffres et les légendes qui les accompagnent expliquent suffisamment leurs formes et leurs dimensions.

A la figure 2 on voit manœuvrer les hommes qui tiennent les cordes tandis que s'opère la descente de l'aven (ou avenc) de l'Egue (de *aqua* eau, ou *equus* cheval; causse Noir, voyez la coupe).

Enfin les figures 3 à 5 sont consacrées au puits de Padirac : l'entrée d'abord, colossal trou circulaire ouvert béant dans un champ plat et où les bestiaux tombent souvent, car aucune ceinture de buisson ou de pierre n'en défend l'approche; ensuite deux vues de l'intérieur du puits, l'une (paroi sud), prise à 90 mètres de profondeur sous la grande arcade carrée qui mène à la source (fig. 4); l'autre, à 76 mètres seulement (paroi nord), montrant la disposition en falaises des murailles du gouffre (fig. 5).

De longues années d'études sont encore nécessaires pour résoudre les questions qui se rattachent à la transformation des pluies en sources dans les terrains calcaires, car, après les Causses, il y aura les Charentes, le Jura, les Alpes et les Pyrénées de France ! E.-A. Martel.

CHINOISERIE ARITHMÉTIQUE

UN CARRÉ MAGIQUE DE 54 SIÈCLES

Il est démontré aujourd'hui, d'une façon certaine, que la Chine est le berceau de l'arithmétique et, par conséquent, des sciences mathématiques. Le plus ancien ouvrage connu sur l'arithmétique, déchiffré par Leibniz, se composait de lignes que les chinois appellent *Koua* et qui représentent d'après Leibniz les soixante-quatre premiers nombres écrits dans le système de la numération binaire. Nous avons donné une interprétation différente de celle de Leibniz, et nous pensons que les caractères du *Je-Kim*, l'ouvrage de Fo-chi (35 siècles av. J.-C.), représentaient les configurations d'un boulier dans le genre des bouliers actuels, mais correspondant au système binaire. Le lecteur trouvera, dans les galeries du Conservatoire national des arts et métiers, à Paris, une restitution de ce boulier chinois, dans la collection des appareils de calcul.

Dernièrement, en passant tout le long des quais, nous avons rencontré l'un de nos plus fameux joueurs d'échecs, M. de Rivière, qui venait d'acquérir, pour quelques sous, un ouvrage intitulé : *Numération par huit, anciennement en usage dans toute la Terre, prouvée par les Koua des Chinois*, par *la Bible, par les livres d'Hésiode, d'Homère, d'Hérodote*, etc.... par Mariage (Aimé). Paris, 1857. — Le titre de cet ouvrage que nous ne connaissions pas, nous avait rendu rêveur. Avec son obligeance habituelle, le fameux courriériste de tous les jeux d'esprit, voulut bien nous prêter pour quelques jours ce livre si bizarre, par le titre, par ce qu'il renferme, par le nom de l'auteur. Ajoutons encore qu'il contient une dédicace manuscrite à *Monsieur Ponsard*, et signée du nom de l'auteur, sans oublier le prénom. Car ces noms réunis vont admirablement.

En feuilletant cet ouvrage, nous y avons trouvé deux figures très curieuses tirées d'un traité d'*Astronomie chinoise*, du P. Gaubil; ces figures portent les noms de *Ho-tou* et de *Lo-chou*. Dans l'*Astronomie ancienne* de Bailly, qui fut le premier maire de Paris, on lit ce passage :

« Les Chinois ont conservé un ouvrage du règne de l'empereur Fo-chi; c'est le *Je-Kim* ou caractères de Fo-chi; ce sont des lignes entières ou rompues qui forment soixante-quatre combinaisons. Les Chinois sont persuadés que les principes de la morale, des sciences et de l'astrologie y sont cachés; ils se fatiguent pour les y retrouver. Dans tous les temps, le premier soin de tout Chinois qui a inventé une théorie astronomique a été de prouver qu'elle était dans les *Koua* de Fo-chi. Confucius n'y a pas manqué pour sa morale, qu'il a étayée du respect que la nation porte à cet empereur ; mais il n'est point sûr que ces caractères aient jamais signifié quelque chose, et il est très possible que ce ne soit qu'un essai fait au hasard, pour ranger ces deux sortes de lignes selon toutes les combinaisons qu'elles peuvent admettre. »

Depuis Bailly, la science a fait quelques progrès, et il paraît difficile de mettre sur le compte du hasard un tableau qui représentait, d'après Leibniz, les soixante-quatre premiers nombres écrits dans le système de la numération binaire et, d'après Pascal, les soixante-quatre combinaisons de six objets pris un à un, deux à deux, trois à trois..., six à six. Nous ajouterons encore une reproduction d'un passage du deuxième volume de Duhalde intitulé : *Description de la Chine* (p. 293).

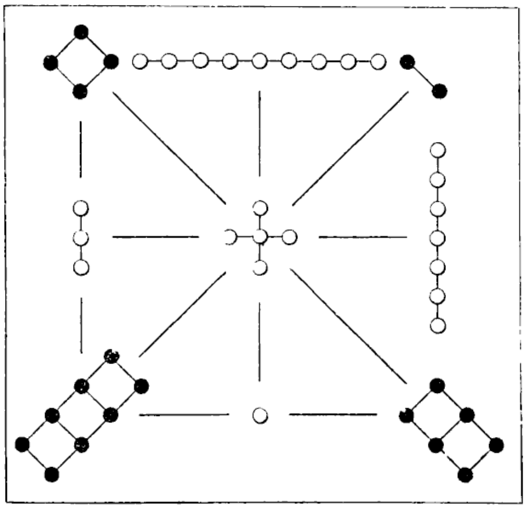


Fig 1. — *Lo-chou.* (Plus de 55 siècles avant J.-C.)

« Comme avant Fo-chi on n'avait pas connu l'usage des caractères, on ne se servait dans le commerce et dans les affaires que de petites cordes à nœuds coulants, dont chacune avait son idée et sa signification particulière. Elles sont représentées dans deux tables que les Chinois appellent *Ho-tou* et *Lo-chou*.

« Les premières colonies qui vinrent habiter le Setchuen n'avaient pour toute littérature que quelques abaques arithmétiques, faits avec de petites cordes nouées, à l'imitation des chapelets, à globules enfilés, avec quoi ils calculaient et faisaient leurs comptes dans le commerce. Ils les portaient sur eux, et s'en servaient quelquefois pour agrafer leurs robes ; du reste, n'ayant pas de caractères, ils ne savaient ni lire ni écrire.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Fig. 2. Carré magique traduisant la figure ci-dessus.

« Le roi Fo-chi fut donc le premier qui par le moyen de ses lignes (les *Koua*), donna l'invention et l'idée de cette espèce de caractères hiéroglyphiques particuliers aux Chinois.

« Les deux anciennes tables de *Ho-tou* et de *Lo-chou* lui apprirent l'art des combinaisons, dont le premier essai fut de dresser ses tables linéaires ; il ne s'était astreint qu'aux règles que prescrit l'*art des combinaisons arithmétiques*.

« C'est une tradition ancienne, constante et universellement reçue, que Fo-chi, par son ouvrage, a été le premier père des sciences et du bon gouvernement, et que c'est sur l'idée du *Ho-tou* et du *Lo-chou* qu'il a dressé sa table linéaire. La tradition porte que ces deux *antiques* figures d'où le *Je-Kim* est sorti, sont les *Paroles de l'Esprit du Ciel, adressées aux Rois.* »

Nous avons fait ces citations, et nous pourrions en faire beaucoup d'autres encore ; mais nous pensons que les interprétations du *Lo-chou* données jusqu'à présent ne sont pas exactes.

En observant la figure 1 et en remplaçant les ronds par des nombres, on forme avec nos chiffres actuels la figure 2 que l'on appelle *carré magique* ; la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne, de chaque diagonale, est égale à 15, et peut-être que ce refrain de nos jeunes années qui nous revient à la mémoire :

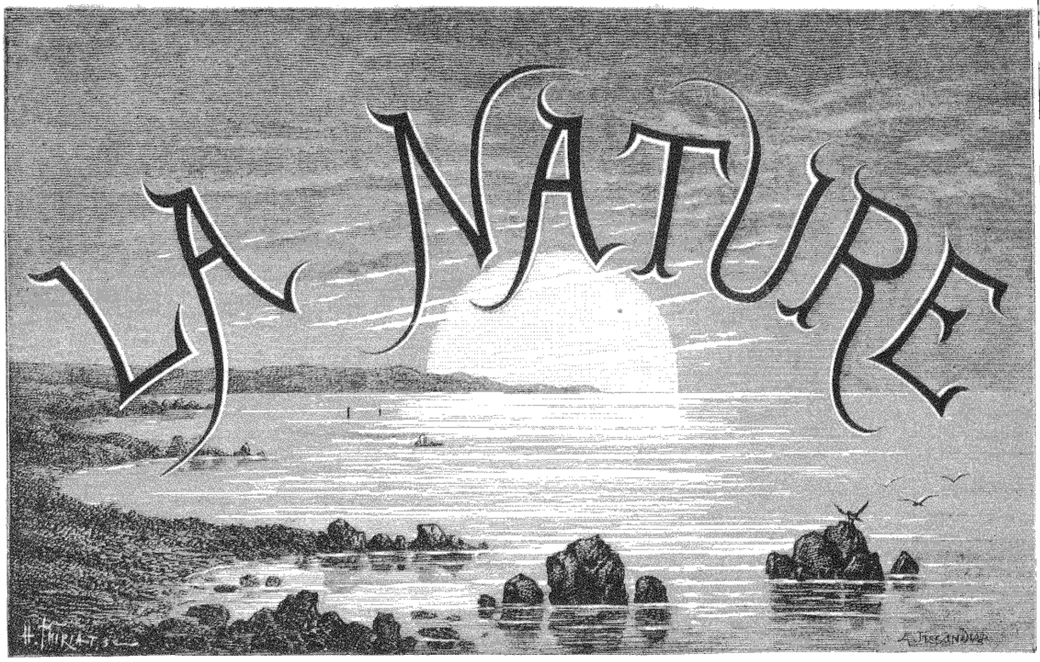
« Quinze, quinze, quinze,
Revenant à quinze,
Veux-tu parier quinze,
Que quinze sont là ! »

n'est qu'une tradition du *Lo-chou* des Chinois, qui remonte à plus de cinquante-quatre siècles. Dans la préface de nos *Récréations mathématiques*, nous avions émis cette opinion que les carrés magiques pouvaient provenir de la notation de la structure et de l'entre-croisement des fils dans les *Cachemires de l'Inde* ; il se peut encore qu'il en soit ainsi du diagramme du *Lo-chou ;* mais nous n'avons pas suffisamment de documents pour élucider cette question. Quoi qu'il en soit, cette figure est curieuse au point de vue de l'histoire des sciences mathématiques et, en particulier, de l'arithmétique. Elle montre que certaines propriétés des nombres ont été reconnues, bien avant l'invention des systèmes de numération ; et d'ailleurs, les propriétés des nombres sont indépendantes de la manière de les représenter.

Peut-être encore le *Lo-chou* n'est-il que la représentation d'une boîte de poids disposés régulièrement pour l'équilibre.

Cependant, en relisant le passage que nous venons de reproduire, sur la *Description de la Chine*, nous demeurons perplexe et nous nous demandons si les organes des appareils à calculs que nous avons réunis dans la galerie du Conservatoire des arts et métiers ne serviront pas, dans un avenir plus ou moins prochain, pour agrafer les robes et pour relever les jupes.

5 février 1890. ÉDOUARD LUCAS.



REVUE DES SCIENCES

ET DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

JOURNAL HEBDOMADAIRE ILLUSTRÉ

HONORÉ PAR M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE D'UNE SOUSCRIPTION POUR LES BIBLIOTHÈQUES POPULAIRES ET SCOLAIRES

RÉDACTEUR EN CHEF

GASTON TISSANDIER

DIX-HUITIÈME ANNÉE

1890

DEUXIÈME SEMESTRE

PARIS

G. MASSON, ÉDITEUR

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 120

solidement campé. La main droite est armée d'une tige en rachis de palmier, et l'exhortation par quelques bons coups de cette matraque appliqués sur la croupe est souvent celle que l'animal comprend le mieux ou, tout au moins, au moyen de laquelle on se fait le mieux obéir.

Les Touaregs, qui sont grands cavaliers à méhari, montent et descendent de leur monture sans même l'arrêter. Ils se servent, pour faire marcher la bête au galop, d'une sorte de tige de fer très courte et munie de deux petits crochets à l'une des extrémités; se penchant alors, s'accrochant à la selle, ils piquent l'animal sur la poitrine, au défaut de l'épaule, et souvent écorché jusqu'au sang, le méhari part avec toute la vitesse qu'il est capable de fournir.

Cette année eurent lieu à Biskra, en janvier, des courses de chevaux et aussi de méhara. Les résultats obtenus furent les suivants : la piste, longue de 1800 mètres, fut franchie par le cheval gagnant en deux minutes trente et une secondes, tandis que le méhari mit, pour franchir la même distance, trois minutes trente-six secondes. Il est juste d'ajouter que les méhara n'étaient nullement entraînés et aussi quelque peu émus par la foule environnante; les chaamba qui les montaient eurent de la peine à leur faire donner toute leur vitesse.

Où la supériorité du méhari devient incontestable, c'est quand il s'agit de franchir de grands parcours. Un de ces animaux peut, en effet, facilement fournir dans sa journée une course de 100 à 120 kilomètres. J'ai, pour mon compte, fait en moins d'une journée une course dans les dunes, de 75 kilomètres sans que ma monture fut le moins du monde fatiguée au point qu'elle put fournir, le lendemain encore, une course très longue.

Au début, on éprouve quelque appréhension, perché au sommet de cette bosse, à une grande hauteur au-dessus du sol, mais l'on s'y fait vite et l'on peut rapidement devenir un aussi bon cavalier que le premier chaambi venu. Il serait très désirable que dans l'extrême Sud algérien il existât des colonnes militaires montées à méhari. Dans l'état actuel de notre organisation, nous n'avons pas un seul de ces cavaliers militaires. C'est là une lacune qu'il importerait de combler, car chacun a présents à la mémoire les services que rendirent en Égypte les soldats montés sur des chameaux de course[1].

J. Dybowski.

[1] Voy. *Mehara ou chameaux coureurs*. n° 736, du 9 juillet 1887, p. 85.

LES COURANTS ALTERNATIFS

A L'USINE MUNICIPALE DES HALLES, A PARIS

Les machines à courants alternatifs Ferranti de l'usine des Halles ont fonctionné pour la première fois sur la canalisation extérieure le samedi 12 juillet 1890. On sait que la canalisation passe en caniveaux, avec galeries pour la traversée des chaussées, dans les rues Coquillière, des Petits-Champs. Arrivée dans l'avenue de l'Opéra, elle se divise en deux parties, une sous chaque trottoir, et se dirige vers le Théâtre-Français. Les câbles employés ont été fabriqués par les usines Rattier à Bezons; ils se composent d'un toron de cuivre de 60 millimètres carrés de section, d'une couche de caoutchouc pur d'environ 15 millimètres d'épaisseur, de 2 couches de caoutchouc blanc, d'une couche de caoutchouc noir, de deux couches de ruban caoutchouté, d'une couche de chanvre imprégnée d'une composition résineuse, de deux rubans enduits d'une composition bitumeuse. Ils ont donné une résistance d'isolement supérieure à 2000 mégohms par kilomètre à l'essai fait avec 500 volts, après avoir été soumis pendant une heure à une différence de potentiel alternative de 5000 volts mesurée à l'électromètre Thomson. — Ces câbles ont été placés dans des caniveaux et dans des moulures en bois injecté. Le soir de l'inauguration, le 12 juillet, deux abonnés ont été desservis : le premier, au restaurant des Quatre-Tourelles, en face la Banque, et le deuxième, la maison Patin et Cie, dans l'avenue de l'Opéra, où un magnifique tableau garni de lampes tricolores avait été disposé. Les machines à l'usine produisent une différence de potentiel de 2400 volts entre les deux câbles; chez les abonnés se trouve un transformateur qui ramène cette tension à 100 volts ou à 50 volts suivant les cas. Les transformateurs sont installés dans un coffret spécial bien aéré près du tableau de distribution intérieure; le service municipal seul a le droit d'accès du transformateur.

Maintenant que le premier pas est fait, espérons que les installations deviendront nombreuses dans ces grands quartiers, où la lumière électrique est de première nécessité.

LE DIAGRAMMOMÈTRE

DU COLONEL KOZLOFF

Le *Diagrammomètre* est un appareil de mesure qui permet de calculer rapidement tous les éléments d'un diagramme ou d'une courbe figurant des données numériques par le moyen de la pesanteur. Le modèle actuel, représenté dans la figure 1, n'est encore qu'un premier essai qui montre tout le parti que l'on pourra tirer d'instruments plus spéciaux, adaptés aux divers besoins des calculateurs. Ce sera, dans un avenir prochain, l'*instrument universel de calcul* pour l'ingénieur, le physicien, le chimiste, le minéralogiste, le médecin, le météorologiste, le statisticien, l'agronome, le banquier, l'industriel, le comptable et le négociant.

Cet appareil diffère de tous les instruments de calcul connus jusqu'à présent, parce qu'il permet de résoudre en même temps un nombre considérable de problèmes, et d'autre part, parce qu'il est actionné par la pesanteur. On ne connaissait guère, jusqu'à présent, que deux ou trois appareils de ce genre, imités de la *Balance arithmetique* de Cassini décrite dans le *Recueil des machines de l'Académie des sciences de Paris* (tome I, 1699), et de la *Balance* de M. Lalanne, sénateur, inspecteur général des ponts et chaussées. Nous signalerons encore, dans le même ordre d'idées, le pont-levis, d'après le système du général Poncelet, qui se trouve au fort du Mont-Valérien.

Le *Diagrammographe* est un tableau situé dans un plan vertical, représenté dans le bas de la figure 1, sur lequel sont tracées des lignes verticales et horizontales équidistantes. En avant du tableau se trouvent disposées des coulisses verticales que l'on peut monter ou baisser, à volonté. On peut ainsi figurer un diagramme, une courbe quelconque, conformément au système des coordonnées de la géométrie analytique de Descartes.

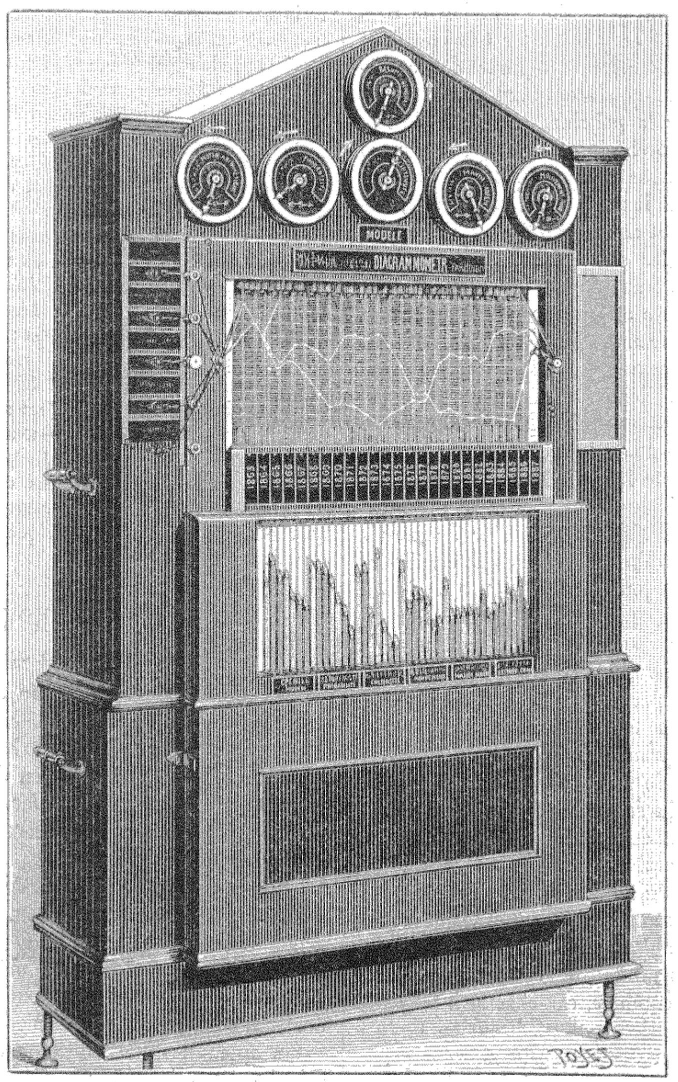


Fig. 1. — Le diagrammomètre du colonel Kozloff.

Les coulisses sont numérotées horizontalement de gauche à droite et représentent les abscisses; les différentes hauteurs des coulisses par rapport à une horizontale quelconque représentent les ordonnées. On peut donc figurer instantanément un diagramme correspondant à un tableau de chiffres, et produire ainsi des graphiques de toutes sortes. En prenant pour abscisses le temps, mesuré en minutes et secondes, les ordonnées peuvent figurer la trajectoire d'un projectile, les particularités du mouvement des organes des machines, les dilatations et les températures et en général tous les phénomènes qui sont des fonctions du temps. En prenant pour abscisses les heures du jour, les ordonnées peuvent représenter la température, la pression barométrique, l'état hygrométrique, la vitesse du vent, le pouls et la température des malades, etc. En prenant pour abscisses les jours de chaque mois, les mois de l'année, les années d'un siècle, les ordonnées peuvent représenter les cours de la bourse et des valeurs financières, les recettes et les dépenses d'un négociant, les divers budgets des États et des villes, les températures et les pressions moyennes, le rendement et le prix des récoltes, les résultats de la statistique, de la natalité et de la mortalité, etc. En un mot, le diagrammographe permet de représenter instantanément, d'une manière visible, évidente, les résultats d'un tableau de chiffres, l'étude des phénomènes des sciences d'observation et des travaux de la statistique; c'est le *phénoménographe*, par excellence, le véritable montreur de phénomènes. Mais cette partie est indépendante du reste de l'appareil et pourrait s'en détacher au besoin.

Un peu au-dessus de la partie centrale de la figure 1 on voit un autre *Diagrammographe* dans lequel les coulisses sont remplacées par des fils verticaux le long desquels glissent des anneaux ou des curseurs. Un cordon de couleur passe à travers tous les anneaux; en élevant ou en abaissant ceux-ci, on figure un diagramme par le cordon tiré à ses deux extrémités par des tambours à ressort; l'appareil est disposé de telle sorte que l'on peut figurer en même temps jusqu'à cinq diagrammes, par des cordons de couleurs différentes; mais il suffit de ne considérer qu'un seul de ces diagrammes.

A chacun des anneaux du diagramme correspond une chaîne verticale (fig. 2), accrochée au fléau d'une balance. Lorsqu'on relève l'anneau mobile d'une longueur déterminée, l'extrémité inférieure de la chaîne se relève d'une quantité complémentaire et ne pèse plus sur le fléau que d'un poids proportionnel à la longueur figurée par l'ordonnée. Par suite, si l'on représente un diagramme sur l'appareil, le poids effectif des chaînes permet de déterminer la moyenne arithmétique des ordonnées. D'autres leviers portent encore des chaînes reliées par des fils aux anneaux d'un même diagramme et le mouvement de l'anneau produit diverses dispositions des chaînes.

Des cadrans appelés *mesureurs* sont représentés en haut de la figure 1; dans l'ordre de gauche à droite, ce sont : 1° moyenne; 2° probabilité; 3° intensité; 4° maximum moyen; 5° mouvement probable. Au-dessus, un sixième cadran, le *Résumé*

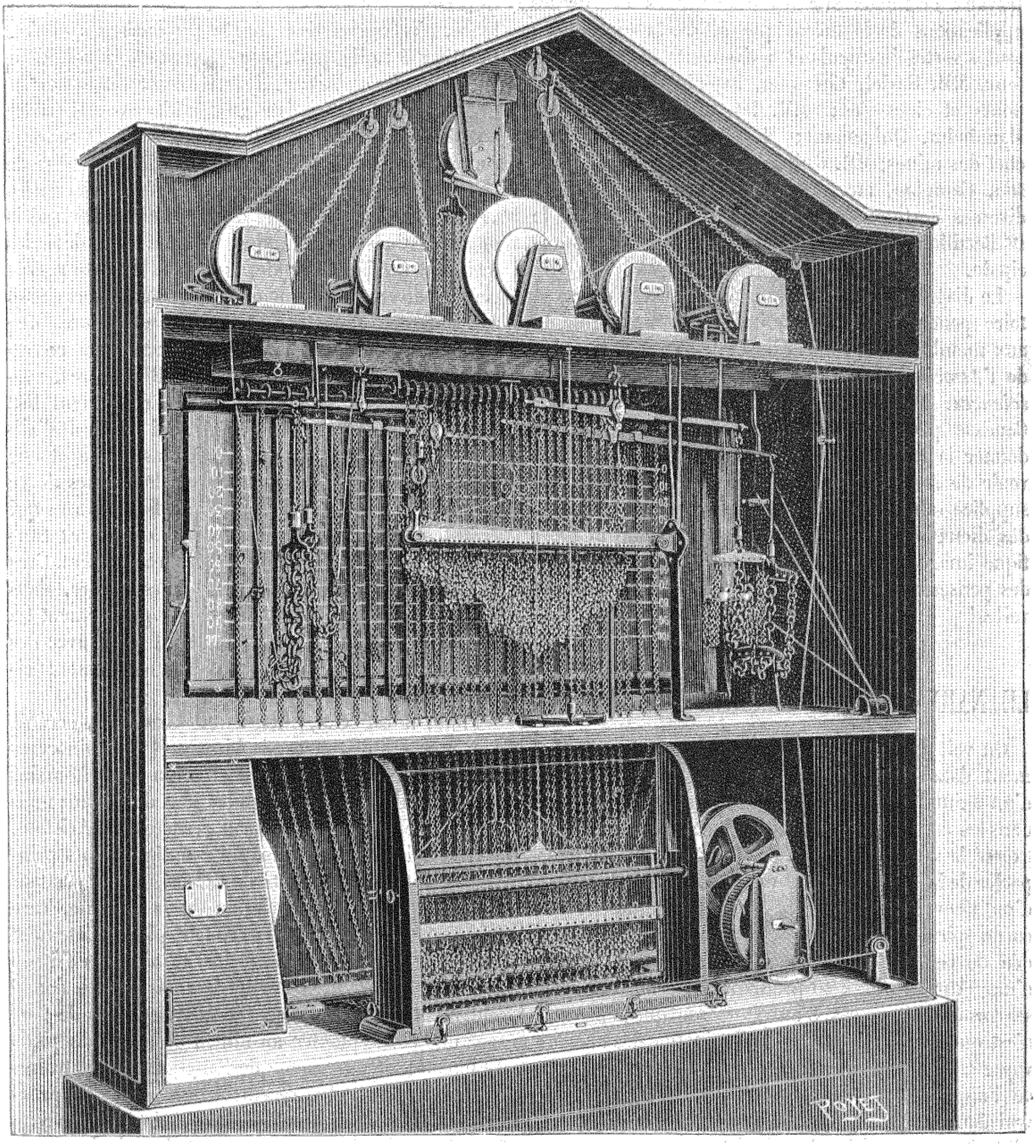


Fig. 2. — Mécanisme intérieur du diagrammomètre.

général. Le cadran 5 mesure la longueur du diagramme au moyen d'un tambour; pour se servir des autres, on agit sur la poignée de la grande aiguille de manière à rendre horizontale la petite aiguille inférieure, et on lit en *centièmes,* les indications des cinq mesureurs qui donnent : 1° la moyenne arithmétique de toutes les ordonnées; 2° la moyenne arithmétique de l'écart de chacune des ordonnées avec la valeur moyenne; 4° la moyenne arithmétique des ordonnées supérieures à la moyenne; 5° la probabilité du mouvement ascendant ou descendant de l'ordonnée; enfin, 6° le résumé général permet de réunir, en une seule moyenne, les résultats indiqués, par les autres mesureurs, en les affectant de coefficients variables.

Les principes et les détails de construction de cet appareil sont fort ingénieux ; ils ont reçu la haute approbation de M. Marey, membre de l'Institut, qui a fourni à l'auteur des extensions de l'appareil pour l'espace à trois dimensions, et donné le nom du nouvel appareil, le *Stéréogrammomètre*. M. Marcel Deprez, membre de l'Institut, s'est souvenu de ses travaux originaux sur les intégrateurs et sur les applications de la mécanique et de la physique à toutes sortes de calculs et a vivement félicité l'inventeur. MM. Gariel, Cheysson, ingénieurs en chef des ponts et chaussées; MM. les colonels Laussedat, Mannheim, Quinemant; M. Matrot, ingénieur en chef des mines; MM. Guieysse, Janet, Lemoine, Masson, Campion, etc., ingénieurs, ont approuvé les diverses destinations de l'appareil, ainsi que M. le Dr Bertillon, chef des travaux de la statistique municipale.

Le diagrammomètre est resté exposé au Conservatoire pendant le mois de juillet; il sera présenté aux membres du Congrès de Limoges, par les soins de l'*Association française pour l'Avancement des sciences*. Puis le colonel Kozloff retournera au Caucase pour perfectionner ses appareils et leur donner la forme définitive. Il y retrouvera le souvenir de son ancêtre Prométhée qui fut puni d'un supplice effroyable pour avoir voulu ravir le secret des dieux et dérober le feu du ciel. Belle et poétique image de l'inventeur, au cerveau dévoré par des pensées sans cesse renaissantes et toujours nouvelles!

EDOUARD LUCAS.

LE NARVAL ET LA LICORNE DES ANCIENS

On voit figurer dans quelques blasons, et notamment dans les armes royales d'Angleterre, l'image d'un animal fantastique dont il est souvent question dans les écrits des auteurs anciens et qui a vivement exercé la sagacité des commentateurs. Nous voulons parler de la Licorne qui est représentée sous la forme d'un Cheval dont le front est orné d'une longue corne spiralée. Quelques auteurs admettent que l'idée de cet être bizarre a été suggérée par la vue d'une Antilope oryx se profilant sur l'horizon avec ses cornes superposées. D'autres pensent que la Licorne n'est qu'un Rhinocéros dont l'imagination des anciens voyageurs a singulièrement exagéré les dimensions de l'appendice nasal. Il est probable qu'il y a du vrai dans ces deux opinions. Rien ne s'oppose, en effet, à ce que l'*Oryx* qu'Aristote mentionne, en passant, dans son *Histoire des animaux*[1] et auquel il attribue une corne unique, soit une espèce d'Antilope, du genre de celles que les naturalistes modernes désignent encore sous le nom d'*Oryx*. Ces Antilopes, au moins celles de l'espèce dite *Oryx beisa*, qui habite le nord-est de l'Afrique, étaient si bien connues des anciens Égyptiens qu'on les voit représentées dans des scènes de chasse ornant les tombeaux des Pharaons; leur existence ne pouvait donc guère être ignorée des Grecs du temps d'Aristote, qui étaient en relations fréquentes avec les Égyptiens.

D'autre part, quoi qu'en dise Bochart[1], il ne paraît pas douteux que l'Ane d'Inde, qui est cité par Aristote en même temps que l'Oryx, et qui a été considéré depuis comme le *Monoceros* ou l'*Unicorne* par excellence, n'est autre chose que le Rhinocéros, qui n'est mentionné nulle part, sous son nom actuel, dans l'*Histoire des animaux*. Il serait assez étrange en effet que le grand naturaliste grec n'ait pas ouï parler du Rhinocéros de l'Inde, lui qui, grâce à la munificence du roi de Macédoine, avait en Asie, au dire de Pline, de nombreux voyageurs chargés d'observer les animaux et les plantes et d'en recueillir des spécimens destinés à ses études. D'autre part dans les écrits de Ctésias de Cnide, auxquels Aristote a emprunté divers renseignements sans avoir beaucoup de confiance dans leur exactitude, on trouve une description de l'Ane d'Inde qui, tout en ne convenant guère dans son ensemble au Rhinocéros, renferme cependant quelques traits se rapportant fort bien à cette espèce. Ainsi Ctésias, qui ne paraît d'ailleurs avoir eu sous les yeux qu'un astragale et une corne de l'Ane d'Inde, dit qu'avec des cornes de ce genre on fabrique des vases pour boire, vases qui garantissent ceux qui en font usage contre les convulsions, les attaques d'épilepsie et les tentatives d'empoisonnement. Or de nos jours encore, dans plusieurs pays de l'Orient, on attribue précisément les mêmes vertus à des coupes qui sont faites avec des cornes de Rhinocéros creusées et artistement ciselées.

Pline, il est vrai, mentionne plus tard, comme deux espèces distinctes, la Licorne et le Rhinocéros qui commençait à être bien connu des Romains depuis qu'il avait paru dans les jeux du cirque; mais il est évident que, comme son prédécesseur Aristote, le naturaliste latin a puisé ses renseignements principalement dans les écrits de Ctésias. Il a cependant introduit, dans sa description de la Licorne, certaines modifications qui la rendent plus strictement applicable au Rhinocéros : ainsi il n'a plus fait de cet animal un Ane, un Solipède, mais il lui a donné seulement la forme d'un Cheval, une tête de Cerf avec une corne plantée au milieu du front, des pieds d'Eléphant et une queue de Sanglier. Au contraire, d'autres auteurs plus récents trompés par l'expression d'Ane d'Inde, employée par Aristote, ont confondu cet animal avec l'Onagre, et c'est ainsi que peu à peu s'est fixée la figure *chevaline* de la Licorne. Mais tout cela n'explique pas comment la corne pyramidale et légèrement recourbée du Rhinocéros a pu se transformer en cette longue défense droite et ornée de spirales qui sort du front de l'animal héraldique. C'est pourquoi il est nécessaire de faire intervenir des éléments empruntés soit à des Antilopes du genre Oryx, soit à un animal marin, ou Narval,

[1] *Histoire des animaux*, liv. II, ch. I, parag. 7, traduction Camus, t. I, p. 61 et t. II, p. 80.

[1] *Hierozoicon*, liv. III, ch. XXVI.