

# Une offre alléchante

## Connaissances requises :

Notions de probabilités :

Combinaisons, Variables aléatoire, Espérance

Observez attentivement le bulletin de Rapido ci-dessous :

Le bulletin de jeu Rapido est divisé en deux grilles à cocher. La grille A, intitulée 'COCHEZ 8 NUMÉROS', est une grille 4x5 de cases numérotées de 1 à 20. La grille B, intitulée 'COCHEZ 1 NUMÉRO', est une grille 1x4 de cases numérotées de 1 à 4. En dessous des grilles, il y a un bouton '+' et un bouton 'OUI' pour participer au tirage de la 2<sup>e</sup> chance en doublant la mise. Les mises par tirage sont indiquées dans une grille de 2x5 cases numérotées de 1 à 10.

Les règles du Rapido peuvent être résumées ainsi : Le joueur doit cocher 8 numéros parmi 20 dans la grille A et un numéro dans la grille B. Au dos du bulletin sont indiquées les sommes gagnées en fonction du nombre de numéros trouvés et de la mise (voir la page ci-contre).

- 1) Quelle est la probabilité de trouver les 8 numéros de la grille A et le numéro de la grille B, c'est-à-dire de gagner 10 000 fois sa mise ?
- 2) Quelle est la probabilité de trouver les 8 numéros de la grille A sans trouver celui de la grille B, c'est-à-dire de gagner 1 000 fois sa mise ?
- 3) Quelle est la probabilité de trouver 7 numéros de la grille A et le numéro de la grille B, c'est-à-dire de gagner 150 fois sa mise ?
- 4) Quelle est la probabilité de trouver 7 numéros de la grille A sans trouver celui de la grille B, c'est-à-dire de gagner 50 fois sa mise ?
- 5) Quelle est la probabilité de gagner 30 fois sa mise ? de gagner 10 fois sa mise ? de gagner 6 fois sa mise ? de gagner 2 fois sa mise ? de gagner une fois sa mise ?
- 6) En déduire la probabilité de gagner au moins une fois sa mise. Est-ce en accord avec le résultat annoncé sur le bulletin de jeu ?
- 7) Calculer l'espérance de la variable aléatoire  $X$  égale au gain en euros après une mise d'un euro. Que peut-on en conclure ?



## COMMENT JOUER À RAPIDO ?

Cochez, au stylo bleu ou noir, **8 numéros** dans la grille A et **1 numéro** dans la grille B, ou demandez un système Flash à votre détaillant.

Cochez la mise de votre choix pour le tirage de la "1<sup>re</sup> chance" : **1€, 2€, 3€, 5€ ou 10€**, ainsi que le nombre de tirages auxquels vous désirez jouer.

Pour participer au tirage de la "2<sup>e</sup> chance", cochez la case correspondante. Votre mise est alors multipliée par deux.

À chaque tirage "1<sup>re</sup> chance" et "2<sup>e</sup> chance", 8 numéros sont tirés au sort dans la grille A et 1 numéro dans la grille B. Si vous gagnez aux 2 chances, vous cumulez vos gains.

Vous avez 1 chance sur 5,5 de gagner.

NOMBRE DE NUMÉROS TROUVÉS		GAIN : X FOIS LA MISE	GAINS DE LA 1 <sup>re</sup> OU DE LA 2 <sup>e</sup> CHANCE POUR UNE MISE DE :				
GRILLE A	GRILLE B		1 €	2 €	3 €	5 €	10 €
8	1	x 10.000	10.000 €	20.000 €	30.000 €	50.000 €	100.000 €
8	0	x 1.000	1.000 €	2.000 €	3.000 €	5.000 €	10.000 €
7	1	x 150	150 €	300 €	450 €	750 €	1.500 €
7	0	x 50	50 €	100 €	150 €	250 €	500 €
6	1	x 30	30 €	60 €	90 €	150 €	300 €
6	0	x 10	10 €	20 €	30 €	50 €	100 €
5	1	x 6	6 €	12 €	18 €	30 €	60 €
5	0	x 2	2 €	4 €	6 €	10 €	20 €
4	1	x 1	1 €	2 €	3 €	5 €	10 €

## 2 CHANCES TOUTES LES 5 MINUTES MULTIPLE GRILLE B :

Vous pouvez cocher 2, 3 ou 4 numéros dans la grille B. La mise et le gain d'un jeu multiple dépendent du nombre de numéros cochés dans la grille B.

Pour les D.O.M., les jours de tirages correspondent aux dates de la Métropole.

Les prises de jeu correspondant à une mise supérieure à 500 € ne sont pas acceptées.

Selon le règlement, les gains sont limités à 10 M€ par tirage de la "1<sup>re</sup> chance" et à 10 M€ par tirage de la "2<sup>e</sup> chance".

La participation à RAPIDO implique l'adhésion au règlement publié au Journal Officiel.

print // pack - 08 - 29 - 08

Restez  
**Maitre du jeu**  
FIXEZ VOS LIMITES

Retrouvez Rapido sur [www.fdjeux.com](http://www.fdjeux.com)

Pour toute information, adressez vous à : La Française des Jeux  
Relations joueurs - TSA 60 030 - 92649 Boulogne Billancourt Cedex

S.A d'économie mixte au capital de 76.400.000 € - 315 065 292 R.C.S. Nanterre

RAPIDO 07



FRANCAISE  
DES JEUX

# Le Rapido

## CORRECTION

1) Remarquons tout d'abord que lorsqu'on effectue le tirage l'ordre des numéros n'intervient pas ; on utilise donc des combinaisons.

Les résultats seront donnés avec 3 chiffres significatifs.

Probabilité d'avoir les 8 numéros de la grille A ainsi que celui de la grille B :

Il y a 8 choix parmi 20 pour le tirage des numéros de la grille A et 1 choix parmi 4 pour le tirage de la grille B. Le nombre de tirages possibles est donc :

$$\binom{20}{8} \times \binom{4}{1} = 503\,880$$

Parmi ceux-ci un seul est gagnant. La probabilité de l'évènement est donc de :

$$\frac{1}{503\,880} \approx 1,98 \times 10^{-6}$$

On a donc une chance sur 503 880 de gagner 10 000 fois sa mise.

2) Probabilité d'avoir les 8 numéros de la grille A sans celui de la grille B :

La probabilité de trouver les 8 numéros de la grille A est de :

$$\frac{1}{\binom{20}{8}} = \frac{1}{125\,970}$$

La probabilité d'obtenir un autre numéro que le numéro tiré pour la grille B est de :

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

La probabilité de l'évènement est donc de :

$$\frac{1}{125\,970} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{167\,960}$$

On a donc une chance sur 167 960 de gagner 1 000 fois sa mise.

3) Probabilité d'avoir 7 numéros gagnants dans la grille A ainsi que celui de la grille B :

Il y a 7 choix parmi 8 pour les 7 numéros gagnants et un choix parmi 12 pour le dernier numéro. La probabilité de l'évènement est donc de :

$$\frac{\binom{8}{7} \times \binom{12}{1}}{\binom{20}{8}} \times \frac{1}{4} = \frac{8 \times 12}{125\,970 \times 4} = \frac{4}{20\,995} \approx 1,91 \times 10^{-4}$$

On a donc 4 chances sur 20 995 de gagner 150 fois sa mise.

4) La probabilité d'avoir 7 numéros gagnants dans la grille A sans celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{7} \times \binom{12}{1}}{\binom{20}{8}} \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 12 \times 3}{125\,970 \times 4} = \frac{12}{20\,995} \approx 5,72 \times 10^{-4}$$

On a donc 12 chances sur 20 995 de gagner 50 fois sa mise.

5) La probabilité d'avoir 6 numéros gagnants dans la grille A ainsi que celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{6} \times \binom{12}{2}}{\binom{20}{8}} \times \frac{1}{4} = \frac{77}{20\,995} \approx 3,67 \times 10^{-3}$$

On a donc 77 chances sur 20 995 de gagner 30 fois sa mise.

La probabilité d'avoir 6 numéros gagnants dans la grille A sans celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{6} \times \binom{12}{2}}{\binom{20}{8}} \times \frac{3}{4} = \frac{231}{20\,995} \approx 1,1 \times 10^{-2}$$

On a donc 231 chances sur 20 995 de gagner 10 fois sa mise.

La probabilité d'avoir 5 numéros gagnants dans la grille A ainsi que celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{5} \times \binom{12}{3}}{\binom{20}{8}} \times \frac{1}{4} = \frac{308}{12\,597} \approx 2,45 \times 10^{-2}$$

On a donc 308 chances sur 12 597 de gagner 6 fois sa mise.

La probabilité d'avoir 5 numéros gagnants dans la grille A sans celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{5} \times \binom{12}{3}}{\binom{20}{8}} \times \frac{3}{4} = \frac{308}{4\,199} \approx 7,34 \times 10^{-2}$$

On a donc 308 chances sur 4 199 de gagner 2 fois sa mise.

La probabilité d'avoir 4 numéros gagnants dans la grille A avec celui de la grille B est de :

$$\frac{\binom{8}{4} \times \binom{12}{4}}{\binom{20}{8}} \times \frac{1}{4} = \frac{1\,155}{16\,796} \approx 6,88 \times 10^{-2}$$

6) En additionnant toutes les probabilités de gagner, on trouve la probabilité de gagner au moins une fois sa mise :

$$\frac{1}{503\,880} + \frac{1}{167\,960} + \frac{4}{20\,995} + \frac{12}{20\,995} + \frac{77}{20\,995} + \frac{231}{20\,995} + \frac{308}{12\,597} + \frac{308}{4\,199} + \frac{1\,155}{16\,796} = \frac{3\,057}{16\,796} \approx 0,182 \approx \frac{1}{5,5}$$

On retrouve bien le résultat annoncé sur le bulletin de jeu.

7) Soit  $X$  la variable aléatoire égale au gain en euros après une mise d'un euro.

La loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  est donnée par le tableau ci-dessous :

$X =$	10 000	1 000	150	50	30
$P(X = k) =$	$\frac{1}{503\,880}$	$\frac{1}{167\,960}$	$\frac{4}{20\,995}$	$\frac{12}{20\,995}$	$\frac{77}{20\,995}$

$X =$	10	6	2	1
$P(X = k) =$	$\frac{231}{20\,995}$	$\frac{308}{12\,597}$	$\frac{308}{4\,199}$	$\frac{1\,155}{16\,796}$

L'espérance de  $X$  est donc égale à :

$$\frac{10\,000}{503\,880} + \frac{1\,000}{167\,960} + \frac{4 \times 150}{20\,995} + \frac{12 \times 50}{20\,995} + \frac{77 \times 30}{20\,995} + \frac{231 \times 10}{20\,995} + \frac{308 \times 6}{12\,597} + \frac{308 \times 2}{4\,199} + \frac{1\,155}{16\,796} = \frac{33\,517}{503\,880} \approx 0,665$$

L'espérance de gain est donc d'environ 0,665.

On peut interpréter ce résultat de la manière suivante : Pour un euro joué, on gagnera environ en moyenne 0,665 €, ou, pour 1 000 € joués, on gagnera environ en moyenne 665 €.

### Commentaires :

Remarquons que si  $Y$  est la variable aléatoire égale au nombre de numéros gagnants quand on joue 8 numéros dans la grille  $A$ , alors  $Y$  suit une loi hypergéométrique  $H(8, 20, 8)$ . Dans ce cas, La probabilité d'avoir  $k$  numéros gagnants (si  $k \leq 8$ ) est :

$$P(Y = k) = \frac{\binom{8}{k} \times \binom{20-8}{8-k}}{\binom{20}{8}}$$