

Solution au problème du couscous dans le désert

Énoncé

Un père de famille veut faire parvenir à son fils, qui habite à 30 km dans le désert, des sacs de couscous. Il dispose de 90 sacs de couscous et d'un dromadaire. Le dromadaire ne peut pas porter plus de 30 sacs à la fois, et mange un sac de couscous à chaque kilomètre parcouru. On peut déposer des sacs de couscous dans le désert sans risque de les perdre. Quel est le nombre maximum de sacs de couscous que le père peut faire parvenir à son fils ?

Solution

Analysons ce problème étape par étape pour déterminer le nombre maximum de sacs livrés au fils, situé à 30 km.

Données

- Point de départ (A) : 90 sacs, km 0.
- Destination (B) : 0 sac, km 30.
- Capacité du dromadaire : 30 sacs maximum.
- Consommation : 1 sac par km parcouru (aller ou retour).
- Dépôts possibles sans perte.

Le défi est de maximiser les sacs livrés à B, en tenant compte des allers-retours du dromadaire et de sa consommation.

Stratégie

La stratégie optimale divise le trajet en phases, où le dromadaire transporte des sacs sur des segments, dépose une partie, revient en chercher d'autres, et répète jusqu'à livrer le maximum à B.

Phase 1 : De 90 sacs à 60 sacs

- À A (km 0), 90 sacs permettent 3 voyages ($90 \div 30 = 3$).
- Distance d km, 3 allers + 2 retours = $5d$ km.
- Consommation : $5d$ sacs.
- Objectif : $90 - 5d = 60$.
- Résolution : $5d = 30$, donc $d = 6$ km.
- Étapes :
 1. Aller 1 : 30 sacs sur 6 km, consomme 6, dépose 24 (km 6), reste 60 à A.
 2. Retour 1 : 6 km, consomme 6 (prend 6 des 60), reste 54 à A.
 3. Aller 2 : 30 sacs sur 6 km, consomme 6, dépose 24 ($24 + 24 = 48$ à km 6), reste 24 à A.
 4. Retour 2 : 6 km, consomme 6 (prend 6 des 24), reste 18 à A.
 5. Aller 3 : 18 sacs sur 6 km, consomme 6, dépose 12 ($48 + 12 = 60$ à km 6).
- Résultat : 60 sacs à km 6 (point C), 0 sac à A.

Phase 2 : De 60 sacs à 30 sacs

- À C (km 6), 60 sacs permettent 2 voyages ($60 \div 30 = 2$).
- Distance e km, 2 allers + 1 retour = $3e$ km.
- Consommation : $3e$ sacs.
- Objectif : $60 - 3e = 30$.
- Résolution : $3e = 30$, donc $e = 10$ km.
- Étapes :
 1. Aller 1 : 30 sacs sur 10 km, consomme 10, dépose 20 (km 16), reste 30 à C.
 2. Retour : 10 km, consomme 10 (prend 10 des 30), reste 20 à C.
 3. Aller 2 : 20 sacs sur 10 km, consomme 10, dépose 10 ($20 + 10 = 30$ à km 16).
- Résultat : 30 sacs à km 16 (point D).

Phase 3 : Livraison finale

- À D (km 16), 30 sacs.
- Distance restante : $30 - 16 = 14$ km.
- Aller : 30 sacs sur 14 km, consomme 14, livre $30 - 14 = 16$ sacs à B.

Vérification

- Distance totale parcourue :
 - Phase 1 : $3 \times 6 + 2 \times 6 = 30$ km.
 - Phase 2 : $2 \times 10 + 10 = 30$ km.
 - Phase 3 : 14 km.
 - Total : $30 + 30 + 14 = 74$ km.
- Consommation : 74 sacs.
- Sacs initiaux : 90. Livrés : $90 - 74 = 16$.

Réponse finale

Le nombre maximum de sacs de couscous que le père peut faire parvenir à son fils est **16**.