Compte-rendu des séances menées le 25 novembre 2024

- Séance le matin en CE 2 à Aristide Briand (fraction étudiée : le quart)
- Séance l'après-midi en CM1-CM2 à Jules Ferry (fractions étudiées : la moitié, le tiers, le quart)

1 CE 2

1.1 Lecture de table

C'est la table des quadruples qui a été lue, la version à l'envers fait intervenir le mot *quart*. Le quart a été choisi plutôt que le tiers pour les raisons suivantes :

- Il faut bien laisser du travail à l'enseignante ;-p
- Dans les programmes de 2025, le quart apparaît très tôt.
- Il est plus facile de couper un gâteau en 4 parties (à peu près) égales, qu'en 3 parties égales.

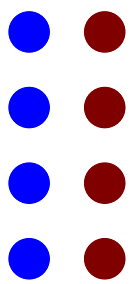
Le mot *quart* semble moins naturel aux élèves de CE2, que le mot *moitié*.

1.2 Calcul de proportions

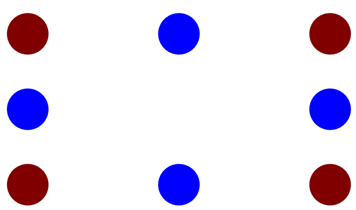
Des jetons ont été semés dans les urnes (barquettes) et la phrase suivante devait être complétée :

Il y a ...... jetons bleus sur ...... jetons.

Du fait que les élèves avaient déjà fait l'activité, il y a eu moins d'erreurs sur les quantités à dénombrer : les élèves ont en général bien dénombré le total des jetons et non les jetons rouges.
Le dénombrement se fait souvent par autre chose que le simple comptage, parce qu'on peut déplacer les jetons dans l'uren (et même en dehors de l'urne) pour montrer les motifs particuliers.

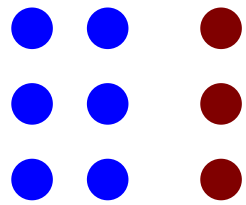


On voit immédiatement qu'il y a 4 jetons bleus sur 8, mais aussi que la moitié des jetons sont bleus, ce qu'on écrit par l'égalité de fractions $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. Cela se voit aussi dans cette autre urne, qui a eu le même nombre de jetons de chaque couleur, que l'urne précédente :

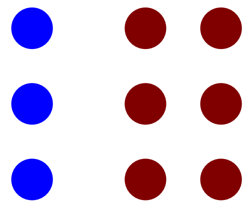


La plupart des élèves ont eu du mal à voir que les quatre huitièmes donnent la proportion un demi, même avec un dessin de gâteau.

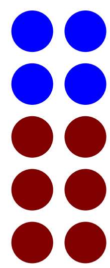
Deux élèves voisins l'un de l'autre ont eu, par hasard, des proportions inverses :



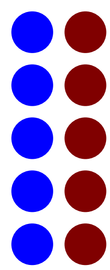
et



La première est lue *3 sur 9* et la seconde est lue *6 sur 9*. Mais en regardant une ligne on voit que la première est le tiers, et la seconde les deux tiers.
Le hasard a également fait apparaître des fractions décimales, comme *4 sur 10* :



que chaque colonne montre comme égale à *2 sur 5*, et *5 sur 10* :



que chaque ligne montre comme égale à *1 sur 2* (la moitié des jetons étant bleus).
Un élève a caché les jetons dans sa poche pour faire croire qu'il n'en avait pas encore reçu, ce qui lui a valu un grand nombre de jetons de chaque couleur et lui a compliqué la tâche !

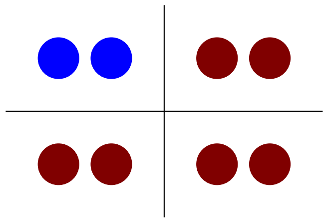
1.3 Réaliser la proportion $1/4$

Il a été demandé ensuite de modifier la quantité de jetons bleus ou rouges de telle manière que la proportion de jetons bleus devienne le quart du tout. Il a été demandé combien de jetons l'élève voulait en plus, et de quelle couleur.
Beaucoup d'élèves ont demandé un jeton de chaque couleur, ce qui éloignait la fraction de la proportion voulue.
Plusieurs élèves ont modélisé les trois quarts au lieu du quart. Par exemple 1 jeton rouge et 3 jetons bleus, ou 2 jetons

rouges et 6 jetons bleus, ou 3 jetons rouges et 9 jetons bleus voire 4 jetons rouges et 12 jetons bleus. Il est possible qu'ils aient oublié la couleur qui devait être le quart de l'urne, parce que l'exercice leur demandait une forte charge cognitive.
L'approche des ratios a été également faite : pour que le quart des jetons soit bleu, il faut que le nombre total de jetons soit le quadruple du nombre de jetons bleus (donc un nombre lisible dans la table des quadruples) donc que le nombre de jetons rouges soit triple de celui des jetons bleus (lisible ailleurs, dans la table des triples) :

- Si je n'ai qu'un jeton bleu, il me faut 3 (le triple de 1) jetons rouges.
- Si j'ai 2 jetons bleus, il me faut 6 (le triple de 2) jetons rouges.
- Si j'ai 3 jetons bleus, il me faut 9 (le triple de 3) jetons rouges.
- Si j'ai 4 jetons bleus, il me faut 12 (le triple de 4) jetons rouges.

L'utilisation de l'ardoise en guise d'urne permet de dessiner sur l'ardoise même des sous-urnes, en traçant des traits :



Ce modèle fonctionne bien, et permet de montrer visuellement que le quart (bleu) est la moitié (haute) de la moitié (gauche).
Cette partie de l'activité, jugée assez difficile par les élèves, permet d'engendrer des problèmes de ce genre :

> *Tu as déjà 2 jetons bleus et 3 jetons rouges dans l'urne, tu voudrais que le quart des jetons soient bleus. Combien de jetons dois-tu ajouter dans l'urne ? De quelle couleur ?*

2 CM1-CM2

La session a commencé par la remarque suivante : il y a 18 élèves présents, et lorsque je demande qui est en CM1, 9 élèves lèvent la main. Quelle est la proportion d'élèves de CM1 parmi les élèves présents ? La réponse *neuf élèves sur dix-huit* est venue assez souvent, autant de la part des CM1 que de celle des CM2. Mais aucun élève n'a pensé spontanément au mot *moitié*. Un seul élève a prononcé ce mot, et encore, il a fallu jouer au pendu pour cela (il ne manquait que deux lettres).

2.1 Lecture de table

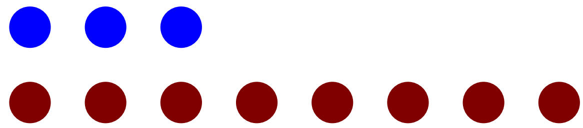
Comme il s'agissait de la première séance de ce genre, c'est la table des doubles qui a été lue (au tableau). Ensuite a été oralement reconstruite la table à l'envers, avec le mot *moitié* justement.
Des élèves de CM2 ont fait la remarque que les nombres 3, 5, 7 etc ont aussi une moitié (par exemple la moitié de 5 a été prononcée *deux virgule cinq* ce qui est bon ; le fait, constaté plus bas, que les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$ sont plus simples que $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ est peut-être lié au fait que ce sont des nombres décimaux).

2.2 Calcul de proportions

En cours moyen, même lors de la première séance, on constate moins de confusion entre fractions et ratios, qu'en CE2 : les élèves ont moins tendance à donner le nombre de jetons rouges au lieu du total. Là aussi, c'était la phrase

> *Il y a ...... jetons bleus sur ...... jetons.*

qui devait être complétée, par dénombrement dans l'urne qu'on avait devant soi.
Une élève a organisé ainsi les jetons pour les dénombrer :



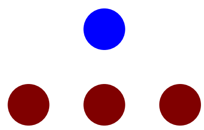
où on devine le ratio *3 contre 8*, mais la proportion était bien rédigée sous la forme

> *Il y a 3 jetons bleus sur 11 jetons.*

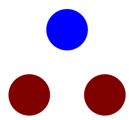
2.3 Réaliser des proportions

2.3.1 le tiers

La question suivante a été posée : combien de jetons doit-on ajouter (ou enlever) de l'urne pour que le tiers d'entre eux soit bleus ?
Souvent, on a vu des urnes comme



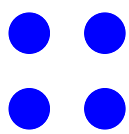
au lieu de (plus rare)



ce qu'on peut expliquer soit par la complexité de la fraction $\frac{1}{3}$ (évoquée plus haut) soit par la confusion entre la fraction *un sur trois* et le ratio *un contre trois*.

2.3.2 le quart

Là, il y a eu moins d'erreurs que sur le tiers. La réponse la plus fréquente a été 1 jeton bleu et 3 jetons rouges.
Par contre il y a eu chez une élève, cunfusion entre le quart et le quadruple, puisque son urne ne contenait que des jetons bleus :



Alain Buser
IREMI 974