Quand jouer, c'est raisonner : le jeu du chocolat en classe

Qui n'a jamais partagé une tablette de chocolat ? Le jeu du chocolat transforme ce geste ordinaire en véritable défi mathématique.

La règle du jeu

On dispose d'une tablette quadrillée, composée de carreaux. L'un d'eux est désigné comme carreau empoisonné, ou carreau de savon. C'est celui qu'il ne faut pas prendre.

Deux joueurs jouent à tour de rôle. À chaque tour, un joueur casse la tablette suivant les lignes de séparation des carreaux et enlève une partie entière de la tablette, à condition de conserver le morceau contenant le carreau empoisonné. Autrement dit, on retire un bloc rectangulaire de carreaux situé sur un bord.

Le joueur qui se retrouve obligé de prendre le carreau empoisonné perd la partie.

La règle est simple, rapide à comprendre, mais les stratégies gagnantes sont loin d'être immédiates.

Ce jeu trouve son origine dans une référence culturelle et mathématique plus ancienne. Dans L'Année dernière à Marienbad (1961) d'Alain Resnais, le « jeu du chocolat » met en scène une situation qui relève en réalité des jeux de Nim.

Derrière la célèbre réplique « Je peux perdre mais je gagne toujours » se cache une stratégie gagnante fondée sur des principes mathématiques. Le fait que le joueur propose à son adversaire de commencer n'est pas anodin : il exploite une configuration initiale favorable, caractéristique de ce type de jeux.

Les jeux de Nim sont des jeux combinatoires à deux joueurs, où chacun joue à tour de rôle en modifiant une configuration composée de plusieurs tas d'objets. À chaque coup, un joueur choisit un tas et en retire autant d'objets qu'il le souhaite (au moins un). Dans la version classique dite « normale », le joueur qui prend le dernier objet gagne (ou, dans certaines variantes comme ici, celui qui est contraint de jouer le coup final perd).

Une expérimentation en classes de 5e

Dans le cadre de ma thèse, intitulée *Apprendre pour enseigner les raisonnements mathématiques à travers les jeux mathématiques. Une approche par la communauté de pratique mathématique pour l'enseignement* (2025), une expérimentation du jeu du chocolat a été menée avec cinq professeurs de mathématiques de collège, dans plusieurs classes de 5e.

L'objectif n'était pas de « faire jouer pour jouer », mais d'utiliser le jeu comme support de raisonnement mathématique.

Très vite, les élèves se prennent au jeu. Ils veulent rejouer, comprendre pourquoi ils gagnent ou perdent, trouver « la bonne méthode ». Peu à peu, ils ne se contentent plus de jouer : ils commencent à raisonner.

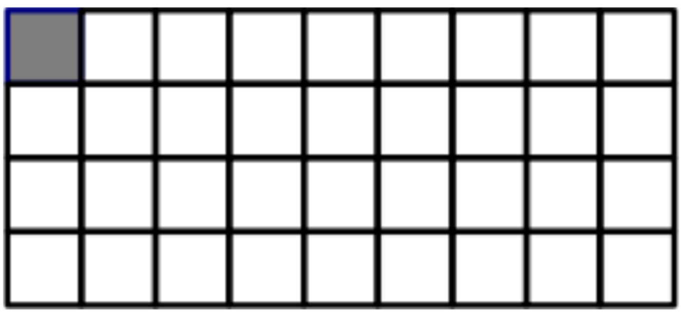
Ils explorent différentes configurations, testent des stratégies, formulent des hypothèses et cherchent à les vérifier. Les versions simplifiées du jeu permettent alors de faire émerger des régularités accessibles.

Par exemple :

- dans le cas d'une tablette $1 \times N$, les élèves identifient progressivement le rôle de la symétrie : les positions symétriques sont perdantes ;

Tablette de dimensions 1× N avec le carreau de savon à une position quelconque

- dans le cas d'une tablette rectangulaire avec coin empoisonné, ils mettent en évidence des configurations clés comme le carré 2×2, qui constitue une position perdante, et généralisent par raisonnement inductif.



Tablette de dimensions M× N avec carreau de savon dans le coin en haut gauche

Certaines stratégies semblent d'abord convaincantes… jusqu'à ce qu'un camarade les mette en défaut. D'autres élèves repèrent des ressemblances entre plusieurs situations et commencent à anticiper plusieurs coups à l'avance : « si je joue ici, alors mon adversaire devra faire cela… ».

La classe devient alors un véritable espace de débat mathématique. On discute, on conteste, on justifie : « Si tu joues ça, je peux faire ça », « Si c'est un carré, celui qui joue perd ». Les élèves mobilisent la parole, l'écrit, les schémas ou la manipulation pour expliquer leur pensée.

Au fil des séances apparaissent ainsi différents types de raisonnements : généralisations à partir de cas testés, raisonnements conditionnels, analogies entre configurations, mais aussi démarches plus créatives et coups inattendus.

Progressivement, les élèves entrent dans des processus proches de ceux de la recherche mathématique. Ils conjecturent, testent, ajustent, abandonnent parfois une piste, puis reformulent autrement. Une idée intuitive devient peu à peu plus solide, plus explicite, parfois généralisable. Les connaissances se construisent par essais successifs plutôt que de manière linéaire. Cette activité suscite également un réel plaisir : plaisir de chercher, de comprendre, de trouver, mais aussi de débattre et de réussir collectivement.

Mais cette richesse ne va pas de soi. Sans accompagnement, le jeu peut rester centré sur la seule envie de gagner. Le rôle de l'enseignant est donc essentiel : relancer une question, demander une justification, comparer deux stratégies, conserver la trace d'une idée féconde, aider à passer de l'action à la formulation. C'est cet étayage qui permet au jeu de devenir un véritable espace d'apprentissage mathématique.

Une situation de recherche pour la classe

Dans cette recherche, le jeu du chocolat est mobilisé comme une Situation de Recherche pour la Classe (SiRC) au sens de Grenier et Payan (2003). Une SiRC se caractérise d'abord par son ouverture, en ce qu'elle autorise une diversité de stratégies et de cheminements, sans imposer d'emblée une procédure unique. Elle est également accessible, car les élèves peuvent s'y engager sans prérequis techniques importants, en s'appuyant sur l'expérimentation et l'intuition. Enfin, elle est résistante, au sens où elle oppose une certaine complexité qui empêche une résolution immédiate et invite à prolonger l'exploration.

Ici, le rôle de l'enseignant évolue : il ne s'agit pas de guider vers une solution attendue, mais de soutenir l'activité de recherche, d'accompagner la structuration des idées et de favoriser la mise en commun des stratégies. La classe devient alors un espace de débat mathématique, où les interactions contribuent à la construction des connaissances.

Les travaux développés au sein du réseau des Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) de Grenoble soulignent que ces situations sont étudiées et conçues notamment pour l'université, avec pour objectif de favoriser, chez les étudiants, l'apprentissage du raisonnement et de la logique mathématique ; elles y sont expérimentées dans des groupes d'étudiants.

Les SiRC offrent un cadre pertinent pour articuler engagement, plaisir et exigences cognitives, tout en favorisant un rapport aux mathématiques centré sur le sens et la compréhension. Elles ouvrent ainsi des perspectives pour renouveler les pratiques d'enseignement, en plaçant le raisonnement et l'activité des élèves au cœur des apprentissages.

Encadré – Pour aller plus loin

Le jeu du chocolat se rattache aux jeux de Nim, complètement résolus depuis les travaux du mathématicien Charles Leonard Bouton (1901). Dans le jeu de Nim, plusieurs tas d'objets sont disposés sur la table ; à chaque tour, un joueur choisit un seul tas et en retire autant d'objets qu'il le souhaite. Selon la version, le joueur qui prend le dernier objet gagne ou perd.

Chaque position peut être caractérisée à l'aide de la **Nim-somme**, obtenue en écrivant les tailles des tas en base 2 puis en effectuant un **XOR** bit à bit (ou « ou exclusif »),noté $\oplus$. noté $\oplus$. C'est une opération logique appliquée chiffre binaire par chiffre binaire.

Pour deux bits, cette opération suit la table de vérité :

a	b	a XOR b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ainsi, le résultat vaut 1 lorsque les bits sont différents, et 0 lorsqu'ils sont identiques.

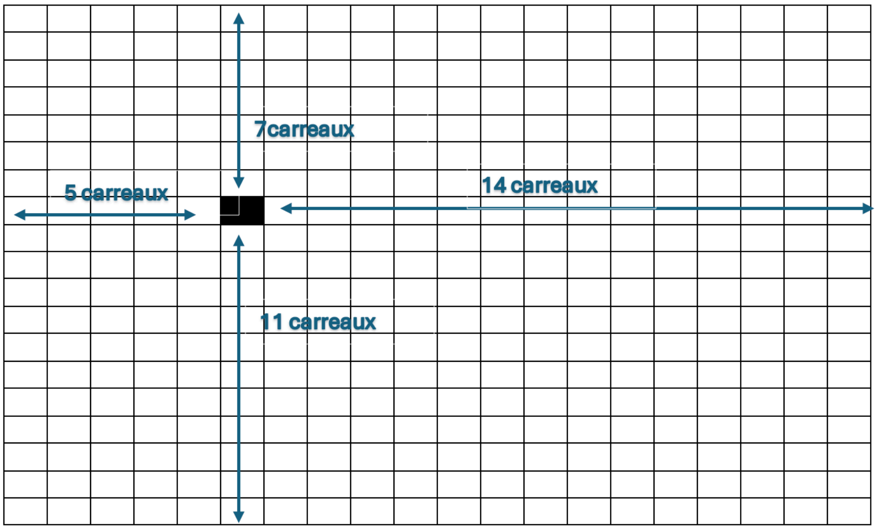
Le résultat fondamental démontré par Bouton est le suivant :

- une position est perdante si et seulement si sa Nim-somme est nulle ;

- elle est gagnante sinon, car il existe alors un coup permettant de ramener la Nim-somme à 0.

Le jeu du chocolat s'interprète dans ce cadre : la tablette rectangulaire comporte un carreau « empoisonné », le carreau de savon, qu'il ne faut pas prendre. Une position peut être décrite par quatre paramètres p, q, r, s, correspondant aux distances entre ce carreau et les bords gauche, droit, supérieur et inférieur. Ces distances jouent le rôle de « tas » dans le jeu de Nim. Un coup consiste à réduire l'une de ces distances, c'est-à-dire à découper la tablette. La position est alors gagnante ou perdante selon la valeur de la Nim-somme $p \oplus q \oplus r \oplus s$.

Par exemple, si l'on considère une configuration où les distances sont 5,14,7,11 :



On écrit les distances p, q, r, s en binaire :

5= 0101

14 = 1110

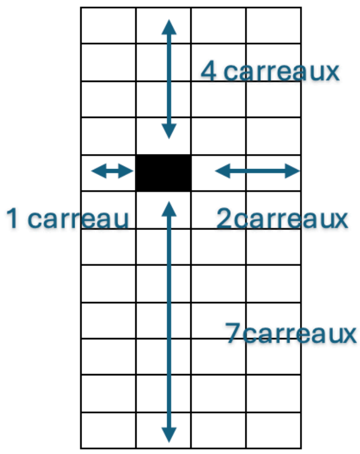
7 = 0111

11 = 1011

et on calcule la Nim-somme :

$0101 \oplus 1110 \oplus 0111 \oplus 1011 = 01110101 \oplus 1110 \oplus 0111 \oplus 1011 = 0111$
La Nim-somme vaut donc 7 : elle n'est pas nulle. La position est gagnante : il existe un coup permettant de la ramener à une configuration de Nim-somme nulle.

Autre exemple : Si l'on considère une configuration où les distances sont 1,2,4,7 :



On écrit les distances p, q, r, s en binaire :

1= 0001

2 = 0010

4 = 0100

7 = 0111

et on calcule la Nim-somme :

$0001 \oplus 0010 \oplus 0100 \oplus 0111 = 0000$
La Nim-somme vaut donc 0. La position est perdante pour le joueur qui doit jouer.
Quel que soit le côté qu'il choisira de couper, il modifiera une distance, la Nim-somme deviendra non nulle, et son adversaire pourra reprendre l'avantage.

Références

Braun, N. (2025). *Apprendre pour enseigner les raisonnements mathématiques à travers les jeux mathématiques. Une approche par la communauté de pratique mathématique pour l'enseignement* [Thèse de doctorat, CY Cergy Paris Université]. https://doi.org/10.70675/a8598c06zdbc9z4833z9cd5z764de371baf8

Grenier, D., & Payan, C. (2003). Situation de recherche en classe : Essai de caractérisation et proposition de modélisation. *Cahiers du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques.* Paris, France.

Nathalie Braun