

Un carré d'aire variable

Énoncé

Soit un segment $[AB]$ de longueur 4 et de milieu I .

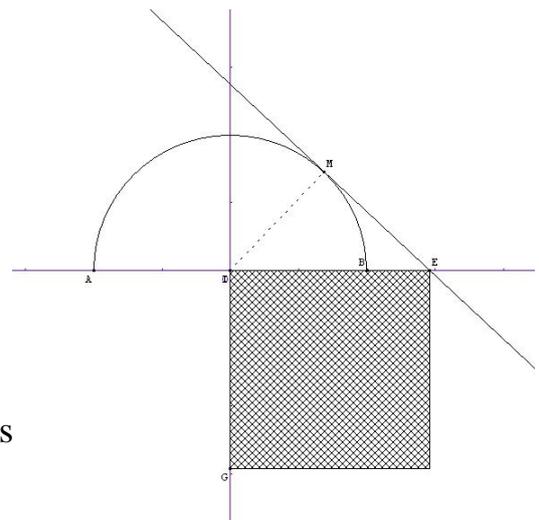
Pour $x \in [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$, on note M le point du $\frac{1}{2}$ cercle \mathcal{C}

de diamètre $[AB]$ tel que $(\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IM}) = x$.

On note T la tangente à \mathcal{C} en M ; elle coupe (AB) en E .

On construit pour finir le carré $IEFG$ contenu dans le $\frac{1}{2}$ plan de frontière (AB) ne contenant pas \mathcal{C} .

Déterminer les variations de l'aire a du carré $IEFG$, puis les valeurs de x pour lesquelles cette aire vaut 16.



1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Conjecturer les variations de a et les valeurs de x solutions.

Appeler le professeur pour vérification

2. Démonstration

(a) Expliquer pourquoi on a exclu $x = \frac{\pi}{2}$.

(b) Montrer que l'aire du carré $IEFG$ se calcule alors par $a(x) = \frac{4}{\cos^2(x)}$.

(c) Étudier la fonction a .

☞ En *Première*, on commencera par dresser les variations de la fonction \cos sur $[0; \pi]$ (à l'aide du cercle trigonométrique) ; puis on en déduira celles de l'aire a , après avoir admis le résultat suivant : « f^2 varie comme f lorsque f est positive, et en sens inverse lorsque f est négative. »

☞ En *Terminale*, on pourra utiliser la dérivée.

(d) Conclure.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :

