

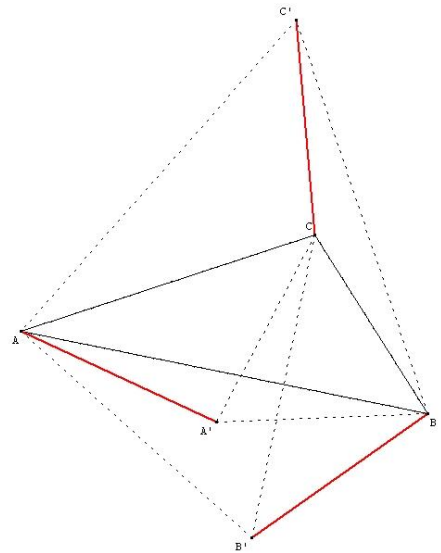
## Les 3 segments...

### Énoncé<sup>1</sup>

ABC est un triangle quelconque.

Soient A', B' et C' tels que BCA', CAB' et ABC' sont équilatéraux directs.

Établir une relation (double !) entre les segments [AA'], [BB'] et [CC'].



### 1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Faire observer à l'écran, les résultats attendus.

Appeler le professeur pour vérification

### 2. Démonstration

On rappelle quelques résultats que l'on admettra ici :  $e^{i\frac{\pi}{3}} = -j^2$  où  $j = e^{i\frac{2\pi}{3}}$  avec  $j^3 = 1$  et  $1 + j + j^2 = 0$ .

**Décoder** le brouillon de solution ci-dessous, **justifier** les résultats qu'il indique et **rédigé** une résolution du problème posé.

$$\frac{a'-b}{c-b} = -j^2, j' \text{ isole } a' \text{ et } j' \text{ obtiens ensuite } a-a' = a+bj+cj^2 ;$$

de même, on obtient des relations similaires pour  $b-b'$  et  $c-c'$ .  
Il suffit alors d'observer la relation remarquable entre  $a-a'$ ,  $b-b'$  et  $c-c'$ , pour conclure simultanément sur les deux résultats attendus.

...

### Production attendue

- Réponse écrite à la question 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.
- Obtention à l'écran des deux résultats attendus: 1. (b).

<sup>1</sup> Il s'agit là d'un exercice pour lequel, comme pour le théorème de Napoléon ou la configuration de Von Aubel, le cadre de la géométrie des complexes est bien pertinent.

# Un exemple de traitement avec Géoplan...

The screenshot shows the Géoplan software interface. The main window displays a geometric construction. A coordinate system  $R_{oxy}$  is defined with origin  $O$ . Points  $A$ ,  $B$ , and  $C$  are defined. Three segments are created:  $[AA']$ ,  $[BB']$ , and  $[CC']$ . The points  $A'$ ,  $B'$ , and  $C'$  are the images of  $A$ ,  $B$ , and  $C$  respectively, under a rotation of  $60^\circ$  around the centers  $B$ ,  $C$ , and  $A$ . The diagram shows the original points and segments in solid lines, and their images in dashed lines. A panel on the right lists the objects created in the figure.

**Les 3 segments : Objets de la figure**

```

----- OBJETS PRÉDÉFINIS -----
o origine du repère  $R_{oxy}$ 
ox droite portant l'axe des abscisses de  $R_{oxy}$ 
oy droite portant l'axe des ordonnées de  $R_{oxy}$ 
 $R_{oxy}$  repère orthonormal
i premier vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
j second vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
Uoxy unité de longueur liée au repère  $R_{oxy}$ 
tune représente l'heure (en secondes)
----- OBJETS CRÉÉS -----
A point libre
B point libre
C point libre
F polygone ABC
A' image de C par la rotation de centre B et d'angle 60 (degré)
Ea polygone BCA'
B' image de A par la rotation de centre C et d'angle 60 (degré)
Eb polygone CAB'
C' image de B par la rotation de centre A et d'angle 60 (degré)
Ec polygone ABC'
Segment [AA']
Segment [BB']
Segment [CC']
la longueur du segment [AA'] (unité de longueur Uoxy)
lb longueur du segment [BB'] (unité de longueur Uoxy)
lc longueur du segment [CC'] (unité de longueur Uoxy)
Droite (AA')
Droite (BB')
Droite (CC')
----- AFFICHAGES -----
Af0 affichage du scalaire la (6 décimales)
Af1 affichage du scalaire lb (6 décimales)
Af2 affichage du scalaire lc (6 décimales)

```