

## Nous nous en alrons... de requin

(Titre en hommage au chanteur Renaud<sup>1</sup>)

### Énoncé

On considère un rectangle OABC

et un point M sur le côté [OC].

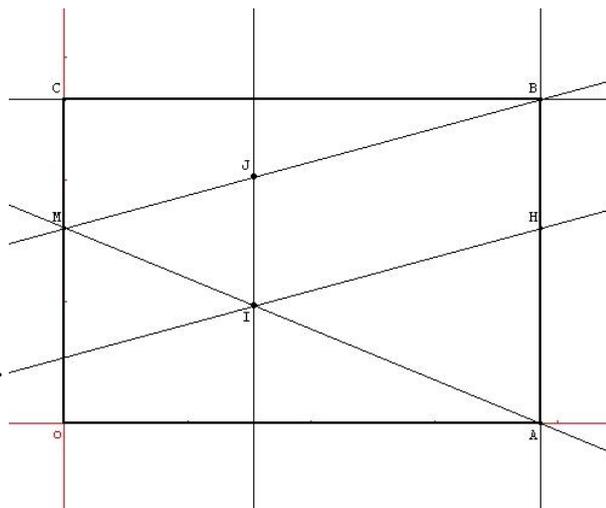
On trace la parallèle à (MB) passant par H, projeté orthogonal de M sur [AB].

Cette droite coupe [MA] en I.

La parallèle à (AB) passant par I coupe [MB] en J.

Déterminer le lieu des points I et J

lorsque M décrit le segment [OC].



### 1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Faire afficher les traces que laissent I et J, lorsque M décrit le segment [OC] et indiquer à quel type de courbe cela fait penser...

Appeler le professeur pour vérification

### 2. Démonstration

(a) On se place dans le repère orthogonal  $(O ; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$  et on note  $k$  la longueur OM.

Déterminer alors, en fonction de  $k$ , les équations réduites des droites (AM) et (BM), puis celle de la parallèle à (BM) passant par H.

(b) Montrer alors que l'abscisse  $x$  de I vérifie  $x=1-k$ , puis que l'ordonnée de I vérifie  $y=x^2-2x+1$  et enfin que les coordonnées  $x$  et  $y$  de J vérifient  $y=x^2-x+1$ .

(c) Donner alors la nature des deux morceaux de courbes avec leurs éléments caractéristiques.

### Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

<sup>1</sup> Cet exercice dit « de l'aïeron », est extrait de « Eléments de Géométrie » par A.M. LEGENDRE, avec additions et modifications par M.A. Blanchet, 1864

## Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :

The screenshot displays the Geoplan-Geospace software interface. The main workspace shows a coordinate system with a red x-axis and a red y-axis. A geometric construction is visible, featuring a rectangle  $oAB$  with vertices  $o$ ,  $A$ ,  $B$ , and  $C$ . A point  $J$  is located on the segment  $oB$ . A dashed line  $d$  is drawn parallel to  $oy$  through  $A$ , and another dashed line  $d'$  is drawn parallel to  $ox$  through  $C$ . The intersection of  $d$  and  $d'$  is point  $M$ . A line  $(MA)$  is drawn, and its intersection with  $d_1$  (a line parallel to  $(MB)$  through  $I$ ) is point  $I$ . A line  $(MB)$  is drawn, and its intersection with  $d_2$  (a line parallel to  $(AB)$  through  $I$ ) is point  $J$ . A point  $H$  is the orthogonal projection of  $M$  onto  $(AB)$ . A dashed line  $d_1$  is drawn parallel to  $(MB)$  through  $H$ . A dashed line  $d_2$  is drawn parallel to  $(AB)$  through  $I$ . The intersection of  $d_1$  and  $d_2$  is point  $J$ . A dashed line  $d$  is drawn parallel to  $oy$  through  $A$ . A dashed line  $d'$  is drawn parallel to  $ox$  through  $C$ . The intersection of  $d$  and  $d'$  is point  $M$ . A line  $(MA)$  is drawn, and its intersection with  $d_1$  is point  $I$ . A line  $(MB)$  is drawn, and its intersection with  $d_2$  is point  $J$ . A point  $H$  is the orthogonal projection of  $M$  onto  $(AB)$ . A dashed line  $d_1$  is drawn parallel to  $(MB)$  through  $H$ . A dashed line  $d_2$  is drawn parallel to  $(AB)$  through  $I$ . The intersection of  $d_1$  and  $d_2$  is point  $J$ .

The software window title is "Aileron - [C:\Documents and Settings\destockinfo\Mes documents\mes doc stef\Mathématique\pour\MATHEMATICE\épreuve pratique2de\Aileron.g2w]". The menu bar includes "Fichier", "Créer", "Plotter", "Afficher", "Divers", "Editer", "Fenêtre", "Aide", "Options". The toolbar contains various icons for file operations and drawing tools.

The "Aileron : Objets de la figure" window lists the following objects:

```
----- OBJETS PRÉDÉFINIS -----
o origine du repère  $R_{oxy}$ 
ox droite portant l'axe des abscisses de  $R_{oxy}$ 
oy droite portant l'axe des ordonnées de  $R_{oxy}$ 
 $R_{oxy}$  repère orthonormal
 $\vec{i}$  premier vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
 $\vec{j}$  second vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
 $U_{oxy}$  unité de longueur liée au repère  $R_{oxy}$ 
 $t_{time}$  représente l'heure (en secondes)
----- OBJETS CRÉÉS -----
A point libre sur la demi-droite  $ox$ 
C point libre sur la demi-droite  $oy$ 
d droite parallèle à  $oy$  passant par A
d' droite parallèle à  $ox$  passant par C
M point libre sur le segment  $[oC]$ 
B point d'intersection des droites d et d'
H projeté orthogonal de M sur  $(AB)$ 
d1 droite parallèle à  $(MB)$  passant par H
Droite  $(MB)$ 
Droite  $(MA)$ 
I point d'intersection des droites  $(MA)$  et  $d_1$ 
d2 droite parallèle à  $(AB)$  passant par I
J point d'intersection des droites  $(MB)$  et  $d_2$ 
R rectangle de diagonale  $[oB]$ 
```

The Windows taskbar at the bottom shows the "démarrer" button, the "Geoplangeospace" application, a "2nd degré" folder, and the "Aileron.doc - Microsof..." document. The system tray on the right shows the time as 13:53.