

Le jeu des trois distributions

Cette activité permet, sous forme ludique, de réinvestir les outils de la description statistique, tout en mettant en lumière leurs principales propriétés.

L'élaboration de la stratégie de jeu (obtenir 3 séries différentes, ayant même moyenne et même écart type) permet de visualiser et de comprendre la contribution de chaque valeur de la série aux valeurs de la moyenne et de l'écart type et de mettre en évidence et en œuvre les propriétés suivantes :

- 1 - Lorsque deux valeurs de la série varient de la même quantité mais en sens opposés, la moyenne ne varie pas.
- 2 - Lorsque des valeurs de la série s'écartent (ou se rapprochent) de la moyenne, l'écart type augmente (ou diminue respectivement).
- 3 - On peut combiner ces propriétés pour obtenir les résultats recherchés.

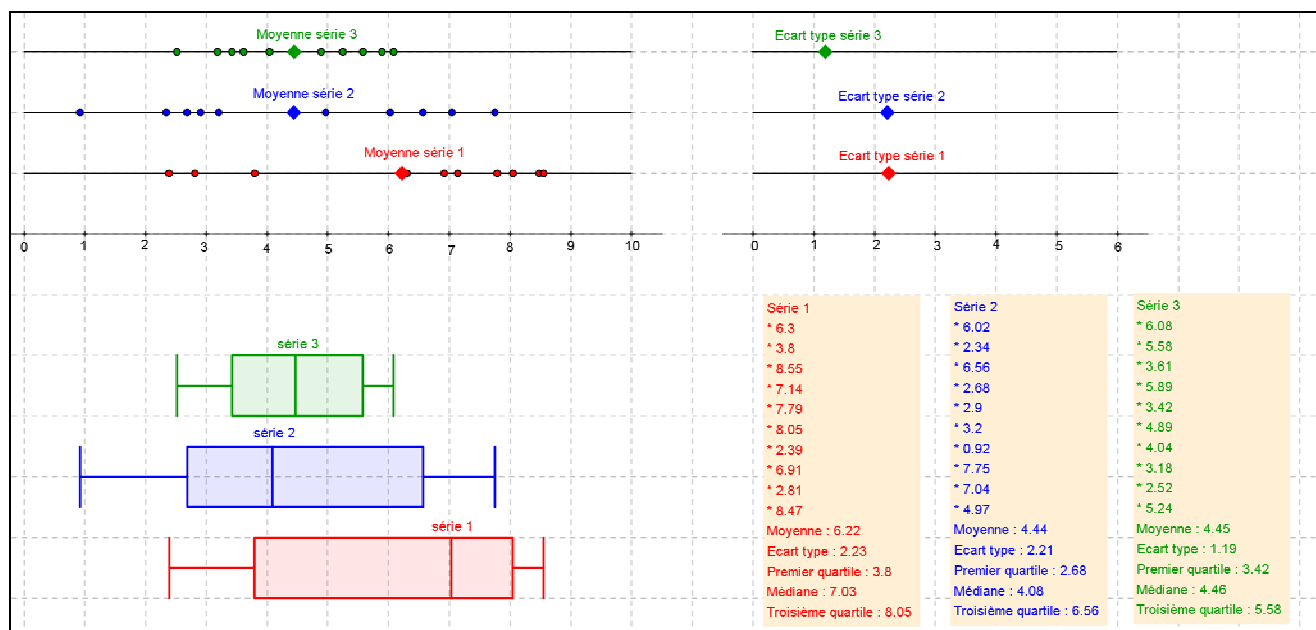
Une fois ces propriétés visualisées, l'origine mathématique peut être recherchée et la propriété démontrée.

I - Présentation du jeu

Le but du jeu est d'obtenir trois séries statistiques de distributions très différentes, mais qui ont, au centième près par exemple, la même moyenne et le même écart type.

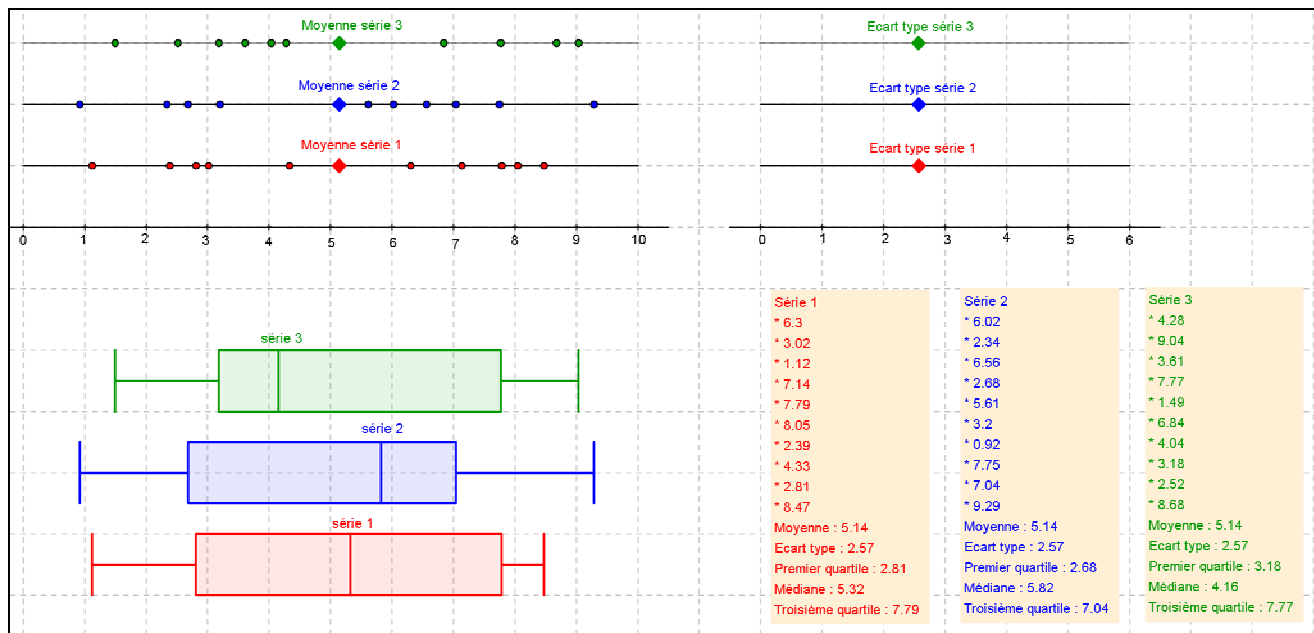
On part de trois séries statistiques constituées chacune par 10 valeurs. Le fichier contient aussi les graphiques et les paramètres nécessaires au jeu.

Les valeurs d'une série statistique sont représentées par des points sur une droite d'un *graphique en points* ; la moyenne de la série est aussi indiquée sur cette droite par un losange ; des graphiques représentant les écarts-types et les diagrammes en boîte des séries complètent la description des séries étudiées.



Il s'agit de modifier certaines des valeurs des séries en agissant sur les points du graphique afin d'obtenir des distributions différentes ayant la même moyenne et le même écart type.

On peut donner quelques consignes simples précisant certaines contraintes pour les distributions à obtenir. Par exemple, la distribution de la série 1 devra comporter 6 valeurs (sur 10) supérieures à la moyenne, la distribution de la série 2 devra comporter 6 valeurs inférieures à la moyenne et la distribution de la série 3 devra être très différente des deux autres.



II - Réalisation

1 - Contenu et fonctionnement du fichier fourni

Il est conseillé de garder le fichier GeoGebra original et de travailler sur une copie.

Pour modifier une valeur d'une série, il suffit de cliquer sur le point correspondant du graphique en points et de le déplacer horizontalement. La valeur de la série est automatiquement modifiée et affichée à la place de l'ancienne, les paramètres et les diagrammes en boîte sont actualisés.

2 - Un exemple de stratégie gagnante

Reprenons les séries 1, 2 et 3 données dans le document 1.

- On décide de garder la série 1, de moyenne 6,22 et d'écart type 2,23, telle qu'elle est fournie.
- On modifie la série 2, en déplaçant un point de façon à avoir 6 points à gauche du point moyen (noté \blacklozenge sur le graphique) en application de la consigne donnée en début d'activité. On modifie ensuite la série pour obtenir la moyenne de 6,22, puis l'écart type de 2,23.

- Obtenir une série de moyenne 6,22

La moyenne de la série 2 étant de 4,44, on déplace un certain nombre de points vers la gauche afin de faire baisser la moyenne, tout en respectant la consigne : 6 points à gauche du point moyen.

- Obtenir une série d'écart type 2,23

Il faut donc modifier la série afin d'en augmenter la dispersion mais sans modifier la moyenne. Pour cela, on peut choisir deux points situés de part et d'autre du point moyen et les éloigner de ce point d'un même écart, ce que l'on peut contrôler par la conservation de la moyenne. On recommence l'opération, si nécessaire, avec un autre couple de points.

3 - Modification de la série 3

Après avoir accompagné les élèves pour modifier la série 2, on peut les laisser réaliser les modifications de la série 3 en autonomie, individuellement ou par groupe, selon les disponibilités en matériel.

Toutes les séries obtenues doivent être différentes. Cela permet de bien contrôler le travail effectué.

III - Analyse des résultats

Nous venons d'obtenir trois séries statistiques très différentes, ayant même moyenne et même écart type. De quels outils disposent les élèves pour les différencier ?

- 1 - Les paramètres calculés à partir des rangs, médiane et quartiles.
- 2 - Les graphiques en points.
- 3 - Les diagrammes en boîte construits à partir des quartiles, de la médiane et des *extrema* de la série.

Voici quelques pistes pour commencer une analyse des résultats présentés ci-dessus :

- La position de la médiane par rapport à la moyenne peut permettre de mettre en évidence une distribution dissymétrique.
- On peut noter que les diagrammes en boîte permettent facilement de retrouver les principales caractéristiques (symétrie, position, dispersion) des trois séries et ainsi de bien les différencier. Par exemple, lorsque la médiane n'est pas située au milieu de la boîte, cela révèle une distribution dissymétrique.

Tous ces outils concourent à une meilleure connaissance des informations contenues dans les séries statistiques à un caractère quantitatif. Il ne faut donc jamais se contenter de la moyenne et de l'écart type dans une démarche de description de telles séries : l'observation des graphiques peut apporter beaucoup d'informations.

IV - Conclusion

L'activité présentée dans ce document peut être proposée aux élèves, à partir de la classe de seconde et, moyennant quelques simplifications, même en classe de troisième.

On peut poursuivre la réflexion et les activités sur la description des séries à un caractère quantitatif, en analysant, illustrant et commentant les différents paramètres.