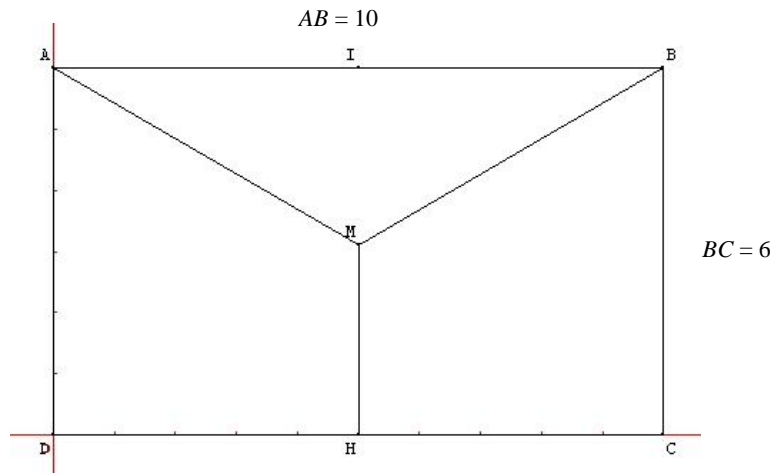


Gouttière de longueur minimale

Énoncé

On décide de mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur la façade d'une maison. Sur cette façade, de forme rectangulaire, une gouttière en forme de Y doit permettre de récupérer dans un réservoir situé en H , les eaux de pluie recueillies en A et B .

On donne ci-dessous le plan de cette façade ainsi que quelques dimensions, exprimées en mètres.



Sur ce plan :

- $[AM]$ et $[BM]$ représentent les deux premiers tuyaux de la gouttière ;
- $[MH]$ représente le troisième tuyau ;
- (MH) est la médiatrice de $[DC]$.

But du problème : trouver la position du point M sur la façade de cette maison qui permet de minimiser la longueur totale de tuyaux à acheter et donc de minimiser la dépense à effectuer.

On note I le milieu de $[AB]$.

On introduit les deux variables suivantes :

- $x \in]0;6[$, mesure en mètre de IM ;
- $\theta \in]0; \frac{\pi}{2}[$, mesure en radian de l'angle aigu \widehat{MAI} .

1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

- (b) En déduire une valeur approchée de la valeur de x (et aussi de θ) qui rend minimale la longueur des tuyaux. Déterminer, toujours grâce au logiciel, une valeur approchée de cette longueur minimale totale de tuyaux.

Appeler le professeur pour vérification

2. Démonstration

- (a) Montrer (au choix) que l'expression de la fonction permettant le calcul de la longueur totale de tuyaux $2AM+MH$ est :

- $f(x)=2\sqrt{x^2+25}+6-x$, si l'on choisit x comme inconnue ;
- $g(\theta)=\frac{10}{\cos\theta}+6-5\tan\theta$, si l'on choisit θ comme inconnue.

- (b) Déterminer alors la valeur exacte de x ou θ (au choix), qui minimise la longueur de tuyaux.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.(a) et (b).
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

Un exemple de travail avec *Geoplan-Geospace*...

