



MANUEL DE PRISE EN MAIN V 0.2.5

Exercices pas à pas



Projet ReMath <http://remath.cti.gr>

Site du logiciel <http://casyopee.eu>

Table des Matières

TABLE DES MATIERES	2
INTRODUCTION GENERALE	4
<i>Présentation</i>	4
<i>Interface graphique</i>	4
ACTIVITE PRELIMINAIRE : MANIPULATION D'EXPRESSIONS	6
<i>Créer une expression</i>	6
<i>Changer l'affichage</i>	7
<i>Evaluer une formule</i>	7
<i>Transformer une expression</i>	7
<i>Modifier une expression</i>	8
<i>Insérer des commentaires</i>	9
<i>Créer des expressions provenant de situations géométriques</i>	10
CALCUL SYMBOLIQUE (1) : ETUDE D'UNE FONCTION	16
PREMIER EXEMPLE	16
<i>Créer une valeur de x</i>	16
<i>Créer une fonction</i>	17
<i>Représenter graphiquement une fonction</i>	17
<i>Obtenir une table de valeurs</i>	18
<i>Calculer des valeurs symboliques</i>	19
<i>Utiliser le menu Calculer</i>	19
<i>Résoudre une équation</i>	21
CALCUL SYMBOLIQUE (2) : ETUDE D'UNE FONCTION AVEC PARAMETRES	22
DEUXIEME EXEMPLE	22
<i>Créer un paramètre</i>	22
<i>Piloter les paramètres</i>	23
<i>Définir une zone de zoom</i>	24
<i>Traduire des conditions aux bornes d'un l'intervalle</i>	24
<i>Substituer des paramètres</i>	26
<i>Créer une fonction par morceaux</i>	27
CALCUL SYMBOLIQUE (3) : UTILISATION DU MENU JUSTIFIER	28
TROISIEME EXEMPLE	28
<i>Trouver des sous-expressions</i>	28
<i>Déterminer le signe d'une fonction affine</i>	29
<i>Déterminer les variations d'une fonction affine</i>	31
<i>Justifier le signe à partir des variations</i>	33
<i>Déterminer le signe d'un produit</i>	34
GEOMETRIE DYNAMIQUE (1) : UN PROBLEME D'OPTIMISATION	36
QUATRIEME EXEMPLE	36
<i>Créer un paramètre positif</i>	36
<i>Créer un rectangle</i>	37
<i>Créer un point repéré</i>	37
<i>Créer un segment</i>	38
<i>Créer un point milieu</i>	38
<i>Créer un point libre sur segment</i>	39
<i>Créer un point translaté algébrique</i>	39
<i>Créer un point reporté</i>	40
<i>Créer une droite perpendiculaire</i>	41

<i>Créer un point d'intersection</i>	41
<i>Cacher un objet</i> :	41
<i>Créer une surface</i>	42
<i>Créer un calcul</i>	43
<i>Créer une fonction géométrique</i>	44
<i>Lien Géométrie Graphe</i>	47
<i>Preuve du maximum</i>	48
GEOMETRIE DYNAMIQUE (2) : MODELISER EN FONCTION DE LA POSITION D'UN POINT SUR UN CERCLE	57
CINQUIEME EXEMPLE :	57
GEOMETRIE DYNAMIQUE (3) : CONSIDERER UNE COURBE COMME UN OBJET GEOMETRIQUE	57
<i>Sixième exemple</i>	57
<i>Créer une courbe dans le volet de géométrie</i>	57
<i>Etudier un coefficient directeur</i>	58
<i>Observer le lien entre géométrie et représentation graphique</i>	60
CALCUL SYMBOLIQUE (4) : FONCTIONS A VALEUR DANS \mathbb{R}^2 ET COURBES PARAMETREES	61
<i>Fonctions à valeur dans \mathbb{R}^2</i>	61
<i>Courbes paramétrées</i>	62
GEOMETRIE DYNAMIQUE (4) : LIEUX GEOMETRIQUES	61
<i>Cas où le lieu est inclus dans un objet géométrique (droite ou cercle)</i>	61
<i>Cas où le lieu est la courbe représentative d'une fonction</i>	62
<i>Cas général : le lieu est la courbe représentative d'une fonction à valeurs dans \mathbb{R}^2 (courbe paramétrée)</i>	63
TABLE DES ILLUSTRATIONS	61

Introduction Générale

Présentation

Pour ce manuel, notre choix a été d'offrir à l'utilisateur plusieurs situations guidées étape par étape. Il est complété par un manuel de référence en ligne spécifiant les options et les fonctionnalités.

L'activité préliminaire sert à la fois d'introduction aux différentes parties du logiciel et permet d'aborder la notion d'expression mathématique dans Casyopée. Les trois premiers exemples forment à l'utilisation du calcul symbolique. Les deux exemples suivants expliquent en détail les possibilités offertes par Casyopée en géométrie dynamique, notamment pour modéliser une dépendance géométrique. Ensuite un exemple illustre comment une fonction définie symboliquement peut être traitée comme un objet géométrique. On revient au calcul symbolique pour les courbes paramétrées, puis à la géométrie dynamique pour les lieux.

Interface graphique

Nous allons examiner ici, les différents volets de Casyopée.

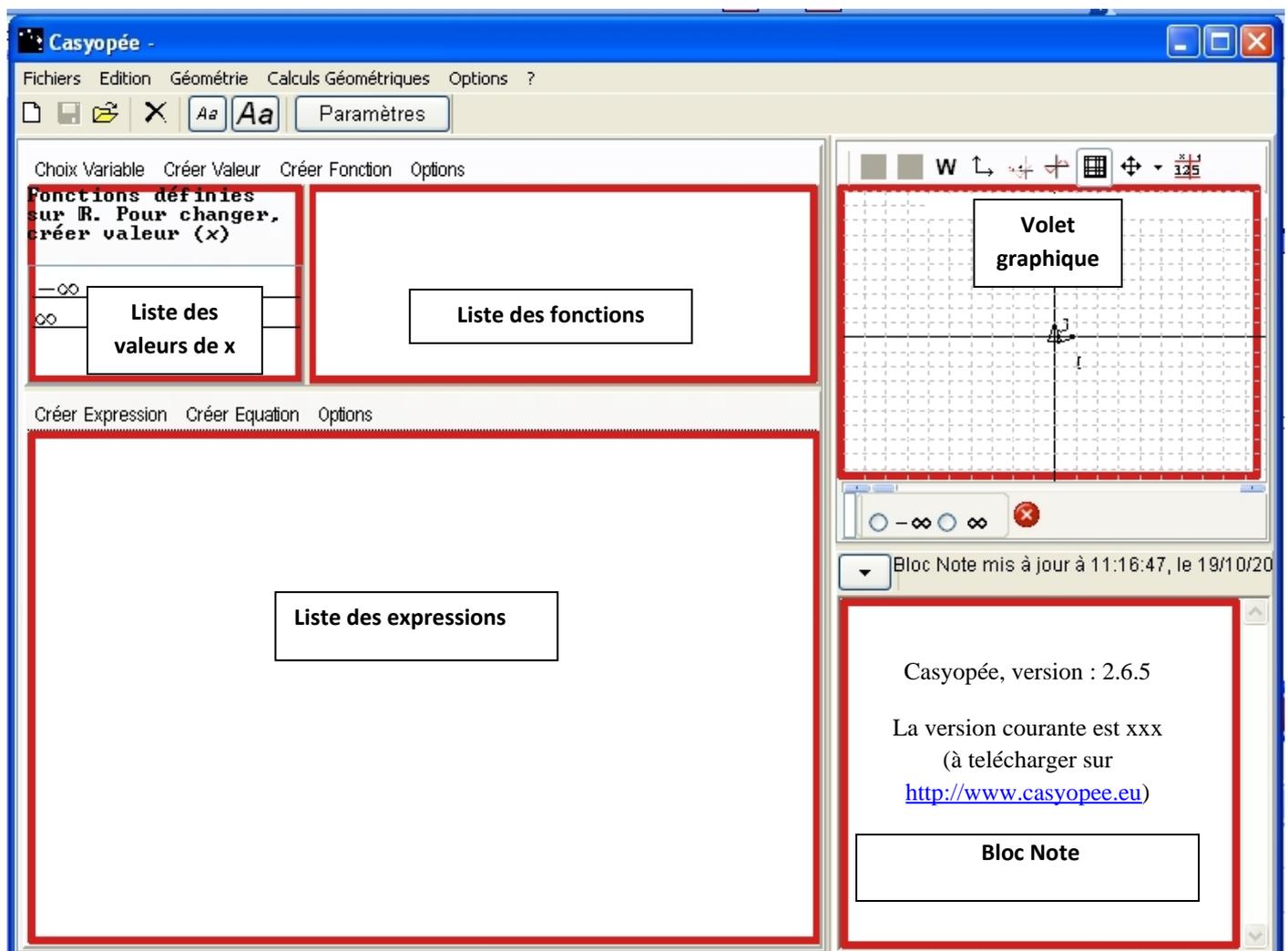


Figure 1 : Présentation des volets d'algèbre et graphique de Casyopée

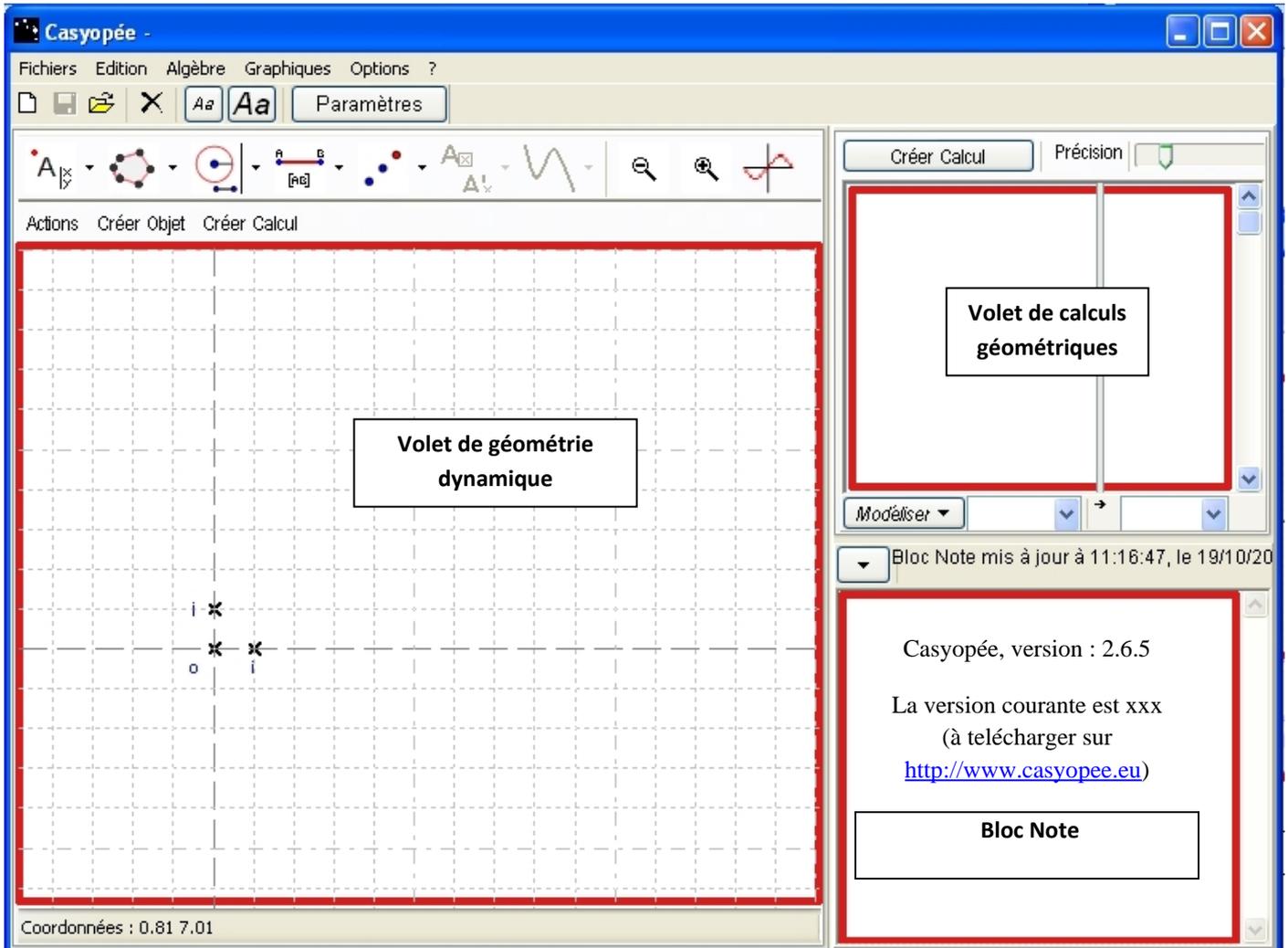


Figure 2 : Présentation des volets de géométrie de Casyopée

Grâce au bouton **Géométrie**, on échange le *volet d'algèbre* contenant les *listes des valeurs de x, des fonctions et des expressions* par le *volet de géométrie dynamique*. Le bouton **Algèbre** permet l'action inverse. On passe du *volet de graphiques* au *volet de calculs géométriques* en utilisant le bouton **Calculs Géométriques**. L'action inverse se fait par le bouton **Graphiques**.

Remarques

En bas à droite, s'affiche le *Bloc Note*. Les résultats de Casyopée y sont mémorisés et il est éditable (voir plus loin). A l'initialisation, il affiche le numéro de version. Si l'ordinateur a accès à Internet, Casyopée vérifie s'il existe une version plus récente. Ce manuel est à jour pour la version 2.6.5. Il est cependant recommandé de travailler avec une version plus récente, si elle existe.

Une aide est disponible via la commande d'aide (?) de la barre du menu général.

Le présent document indique les entrées de menus dans Casyopée. Il est possible d'utiliser directement les boutons liés aux commandes (voir l'aide). Les entrées sont écrites en caractères **gras**. Entre deux exercices, si vous ne voulez pas fermer le logiciel, faites **Fichiers, Nouveau**.

Maxima est un logiciel libre de calcul formel qui est utilisé par Casyopée pour effectuer tous les calculs.

Activité préliminaire : manipulation d'expressions

Casyopée est un environnement orienté fonction mais il est possible de manipuler des expressions, c'est-à-dire des formules mathématiques. C'est ce que nous allons expérimenter dans cette activité.

Créer une expression

Dans le menu de la *liste des expressions*, cliquez sur **Créer Expression**. Une *boite* s'ouvre, entrez l'expression $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)+1$.

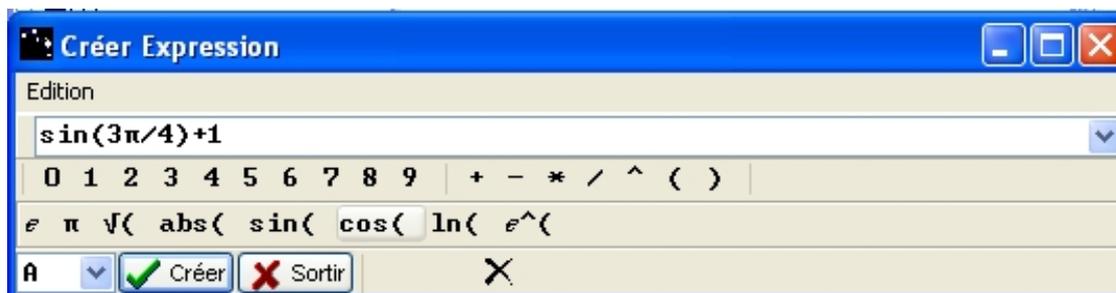


Figure 3 : Boite de création des expressions

Dans Casyopée, tous les objets ont un nom, qui est composé d'un caractère alphabétique.

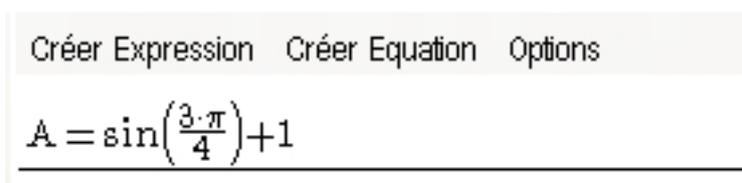


Figure 4 : Affichage de l'expression dans la liste dédiée

Notez que le menu contextuel permet de supprimer l'expression (comme le bouton de même icône de la barre principale), de copier selon trois formats, ainsi que comme valeur approchée. La copie comme expression est au format Casyopée. La copie image est adaptée pour l'exportation vers un traitement de texte.

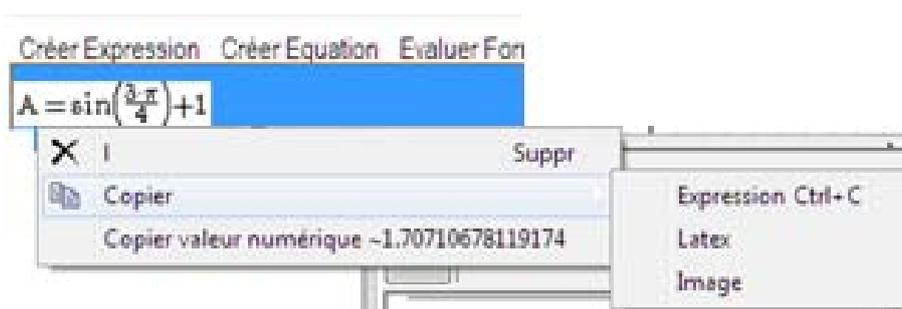
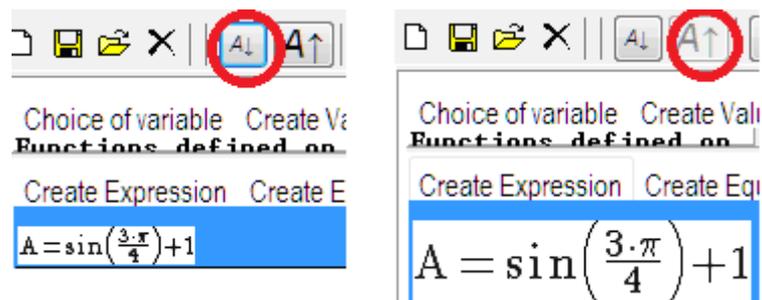


Figure 5 : Menu contextuel

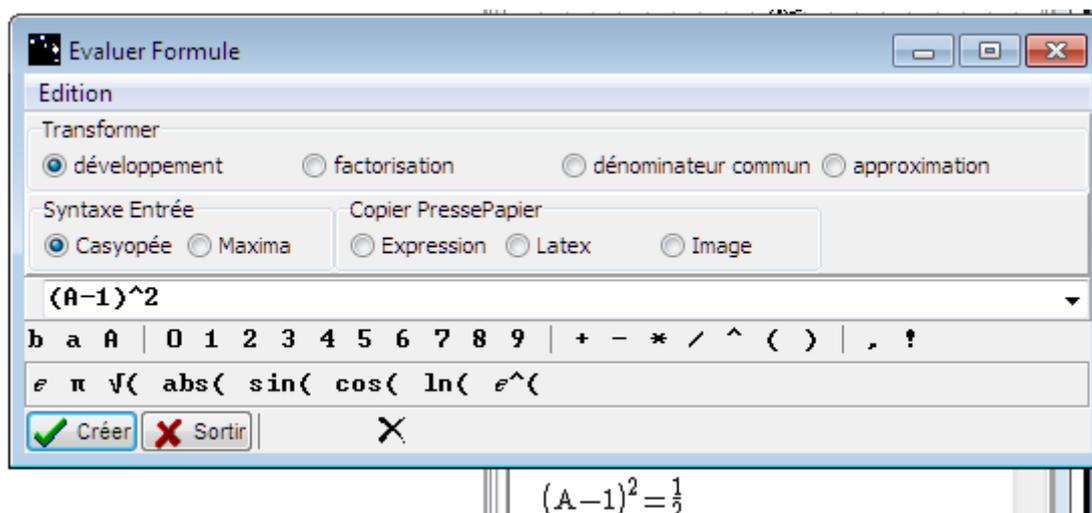
Changer l'affichage



Deux boutons de la barre d'outils permettent de régler la taille de l'affichage (raccourcis Ctrl-F, Ctrl-Maj-F ou Ctrl-Roll).

Evaluer une formule

On a souvent besoin d'évaluer une formule, soit par calcul formel, soit par approximation numérique, sans conserver le résultat. Il y a une entrée dans la barre de menus de la liste des expressions pour cela. Divers transformations sont proposées. Le résultat est affiché dans le bloc note et peut être copié aux différents formats.



Pour les experts, il est possible d'entrer toute commande avec la syntaxe Maxima (bouton radio dans Syntaxe Entrée, voir aussi Figure 56).

Transformer une expression

On peut appliquer différents calculs à une expression. Nous allons développer l'expression A.

En cliquant sur l'expression, elle est mise en surbrillance, le menu **Calculer** apparaît aussi. Cliquez dessus et choisissez **développement**.

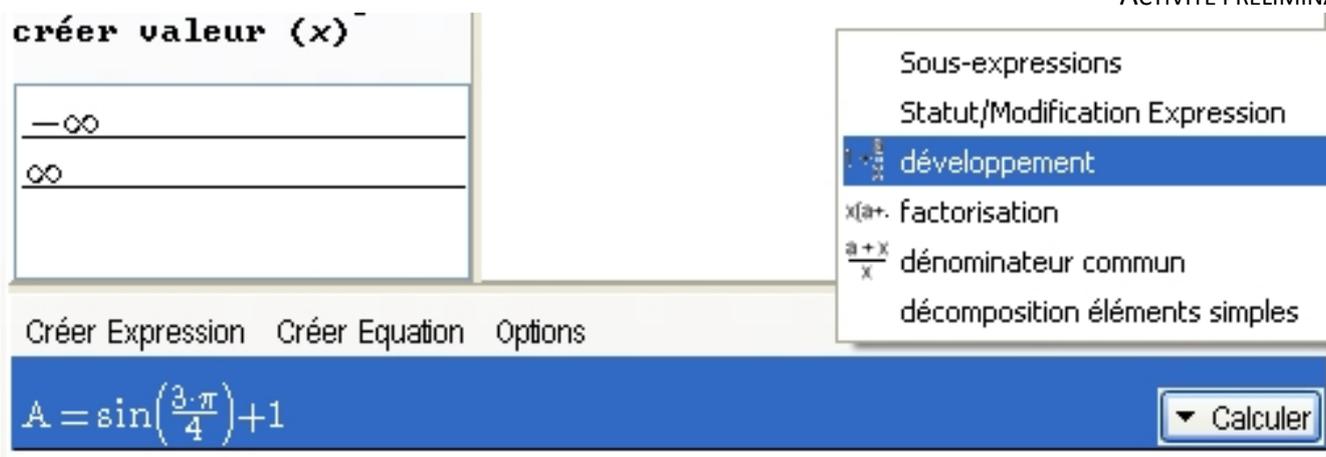


Figure 6 : Menu Calculer / développement

Une boîte de confirmation apparait.

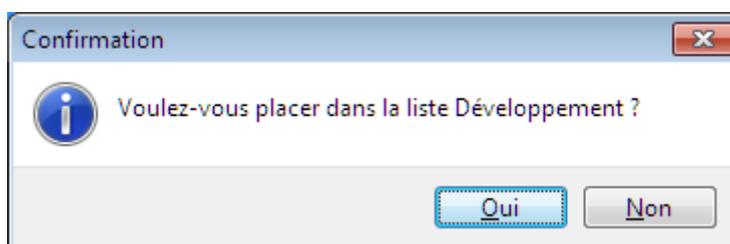


Figure 7 - Confirmation pour nouvelle expression

La nouvelle expression est placée dans la *liste des expressions*.

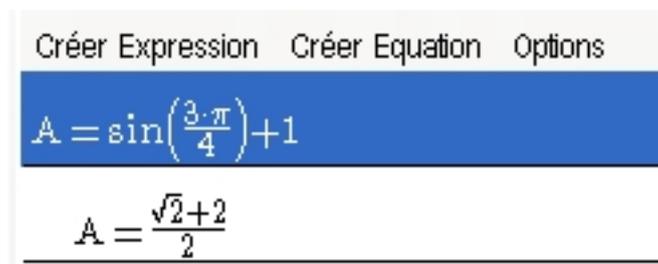


Figure 8 : Expression développée dans la liste des expressions

Modifier une expression

Les expressions sont définies dynamiquement c'est-à-dire qu'on peut les modifier grâce au double-clic.

Double-cliquez sur l'expression A. Une *boite de dialogue* demande confirmation, cliquez sur **Oui**.



Figure 9 : Boite de confirmation de modification

Modifiez l'expression pour obtenir: $\sin\left(\frac{3\cdot\pi}{2}+a\right)+1$.

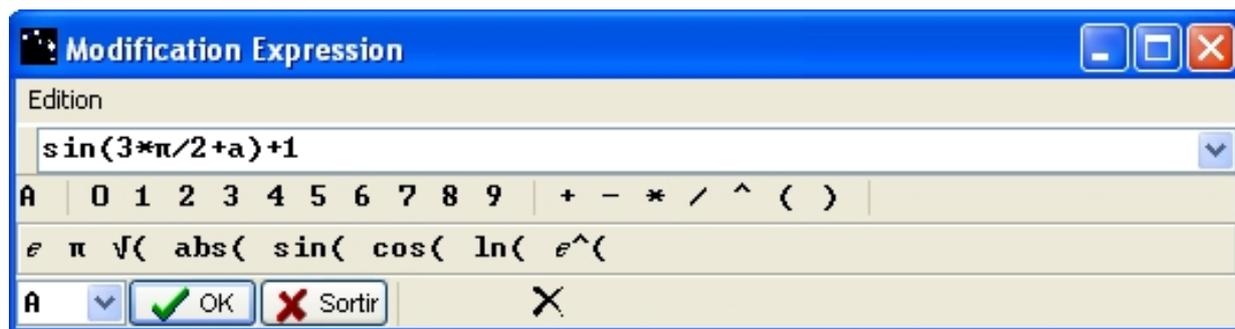


Figure 10 : Boite de modification des expressions

Une *boite* demande la confirmation de création d'un nouveau paramètre. Cliquez sur **Oui**.

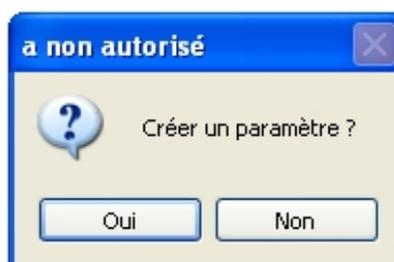


Figure 11 : Boite demandant la création d'un paramètre

La *boite des Paramètres* s'ouvre. Choisissez **Nouveau Positif** et cliquez sur **Sortir**.



Figure 12 : Boite des Paramètres

Le paramètre a a été créé (bouton barre des outils), l'expression A a été modifiée et la forme transformée (le développement) changée en conséquence.

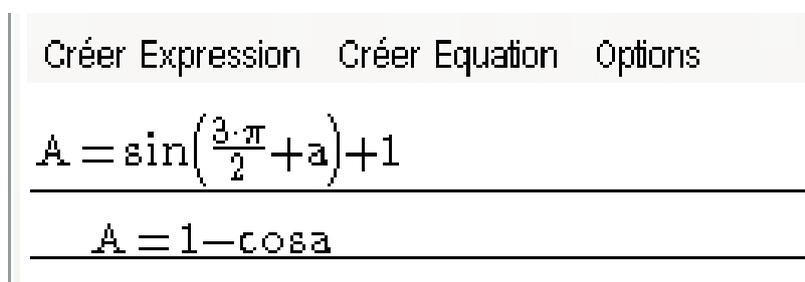


Figure 13 : Expressions modifiées

Insérer des commentaires

À la création ou modification d'un objet, une mention est créée dans le *Bloc Note*. Il est possible d'insérer un commentaire dans l'espace prévu à cet effet. Par défaut, la case correspondant à *Terminé* est cochée.

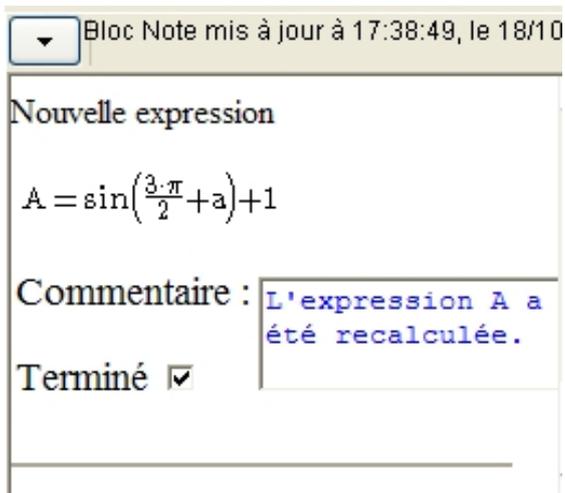


Figure 14 : Bloc Note, écriture d'un commentaire

Lorsque le *Bloc Note* sera de nouveau compilé, le commentaire apparaîtra dans le texte sans possibilité de modification.

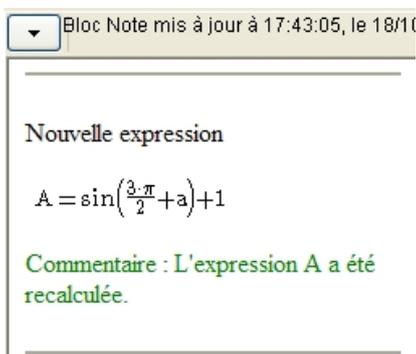


Figure 15 : Bloc Note, commentaire non modifiable

Le commentaire peut être laissé en attente en décochant la case.

Pour compiler le *Bloc Note*, utilisez le menu déroulant () et choisissez **CompilerBN**.

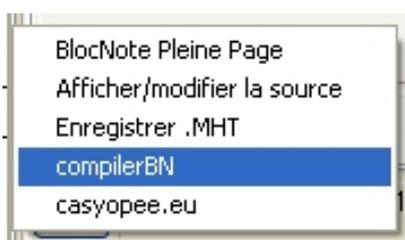


Figure 16 : Menu Bloc Note / CompilerBN

Créer des expressions provenant de situations géométriques

Basculez dans le *volet de géométrie* en utilisant le bouton **Géométrie**.

Nous allons créer un triangle équilatéral de côté a et calculer sa hauteur.

Dans le menu du *volet de géométrie* choisissez **Créer Objet** puis **Point** et enfin **Point Repéré (Créer Objet / Point / Point Repéré)**.

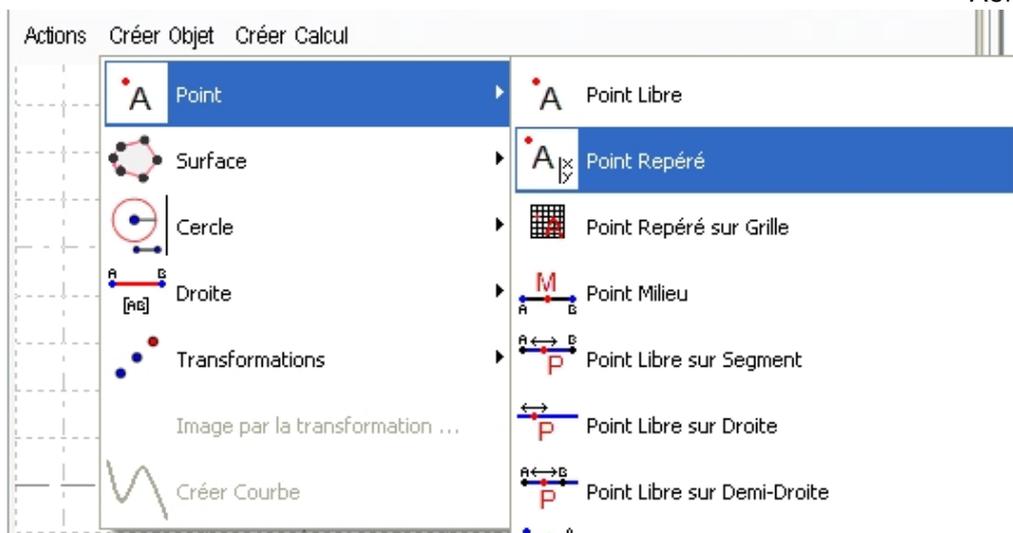


Figure 17 : Menu Créer Objet / Point / Point Repéré

Une *boite de dialogue* s'ouvre, pour x indiquez 0 et pour y , a. Cliquez sur **Créer** puis **Sortir**.

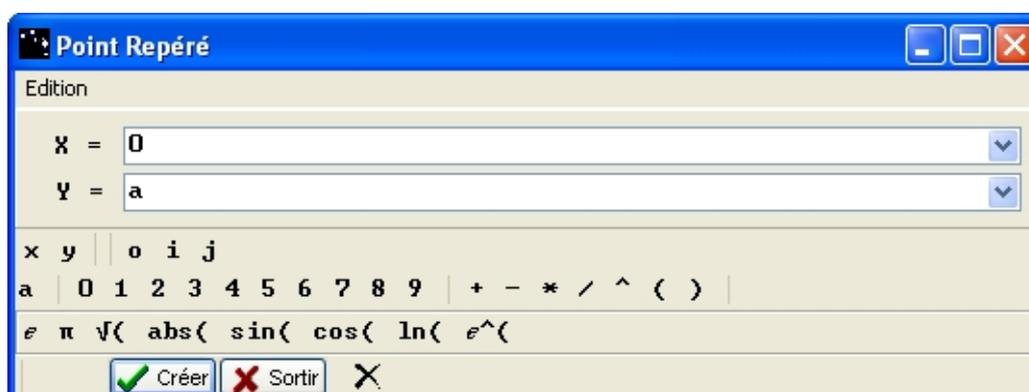


Figure 18 : Boite de création de point repéré

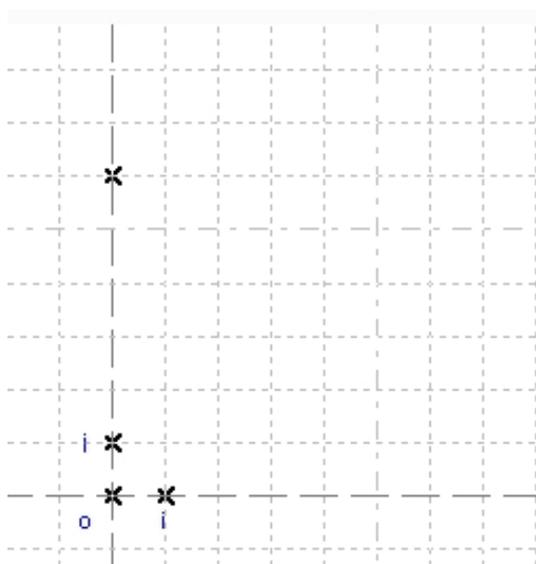


Figure 19 : Premier point dans le volet de géométrie

En sélectionnant le point et en utilisant le clic droit, vous pouvez renommer le point. Appelez-le B.

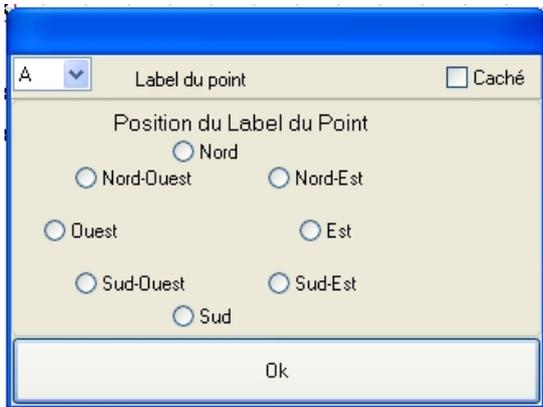


Figure 20 : Boite des propriétés des points

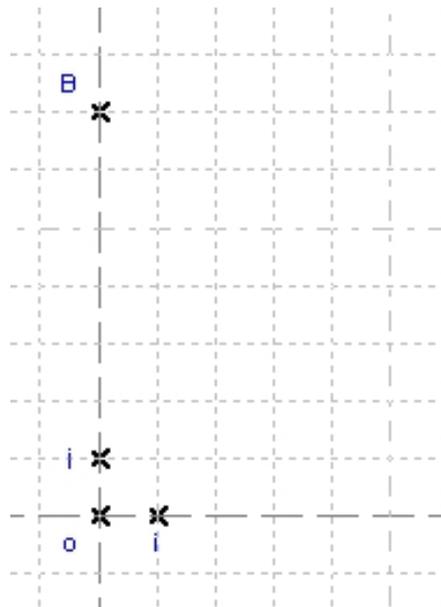


Figure 21 : Point B

Nous allons créer 2 cercles : **Créer Objet / Cercle / Cercle par Centre et passant par un Point**. Le premier cercle est de centre o et passe par le point B, le second est de centre B et passe par o.

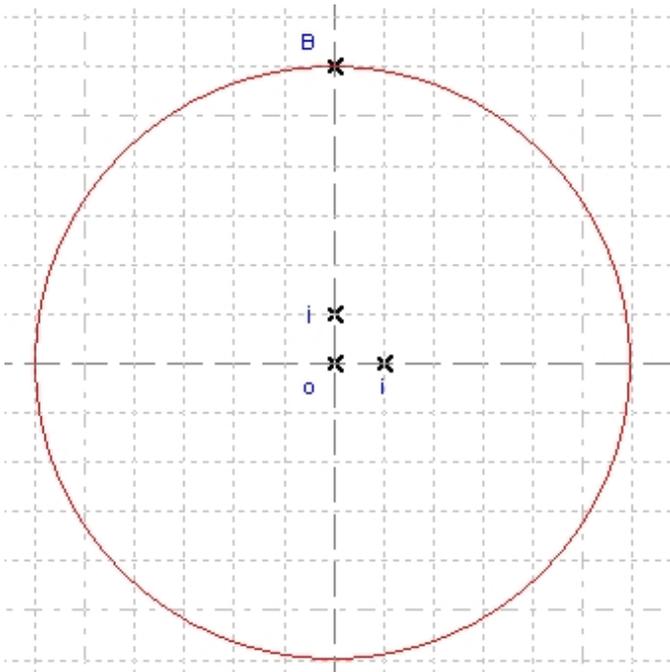


Figure 22 : Premier cercle

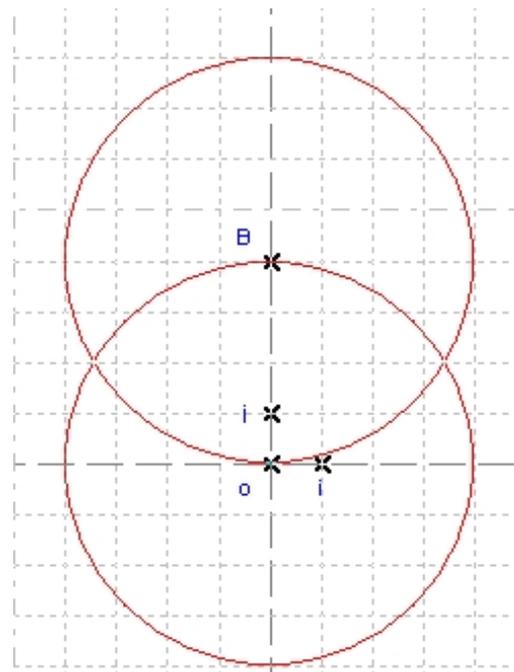


Figure 23 : Deuxième cercle

Désormais nous allons créer les 2 points d'intersection des 2 cercles : **Créer Objet / Point / Intersection de deux Cercles**. Sélectionnez l'un des cercles, ensuite le deuxième cercle. Les 2 points sont créés. Nommez-les C et D.

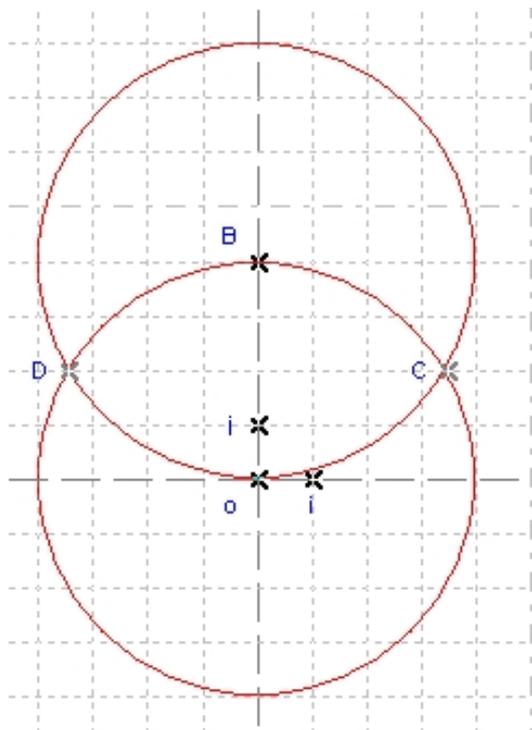


Figure 24 : Points d'intersection C et D

Nous allons créer le segment $[oB]$: **Créer Objet / Droite / Segment**. Sélectionnez l'une des extrémités du segment puis l'autre. Le segment est créé.

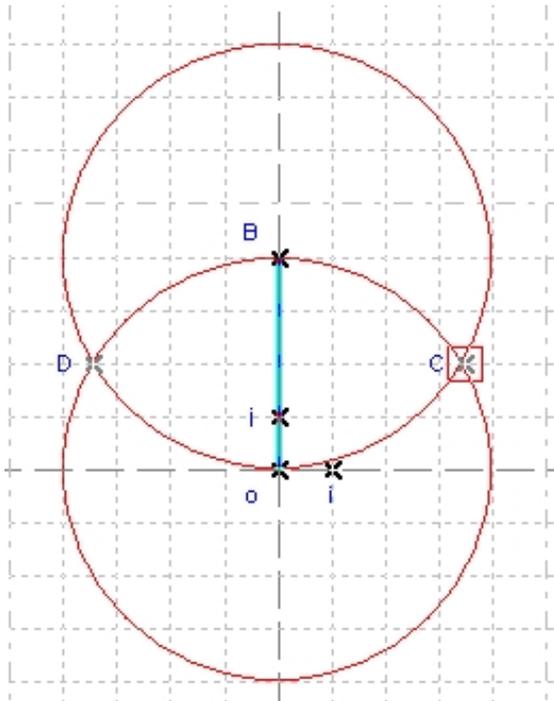


Figure 25 : Segment $[oB]$

Créons le point H milieu de $[oB]$: **Créer Objet / Point / Point Milieu**. Sélectionnez le segment $[oB]$. Nommez le point H.

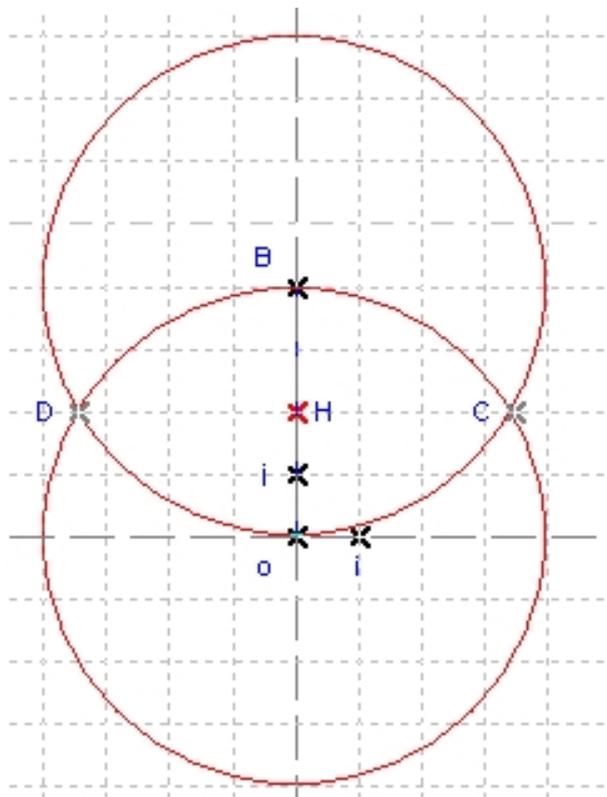


Figure 26 : Point milieu H

Passez dans le volet de calculs géométriques (bouton **Calculs Géométriques**).

Considérons le triangle BoC. Chacun des cercles a pour rayon a , ainsi Bo, oC et CB mesurent a . BoC est un triangle équilatéral. Mesurons sa hauteur CH. Pour cela, créons le calcul CH. Cliquez sur **Créer Calcul**. Dans la boîte qui s'ouvre, renseignez la case *Calcul* avec CH. Cliquez sur **Créer** puis **Sortir**.

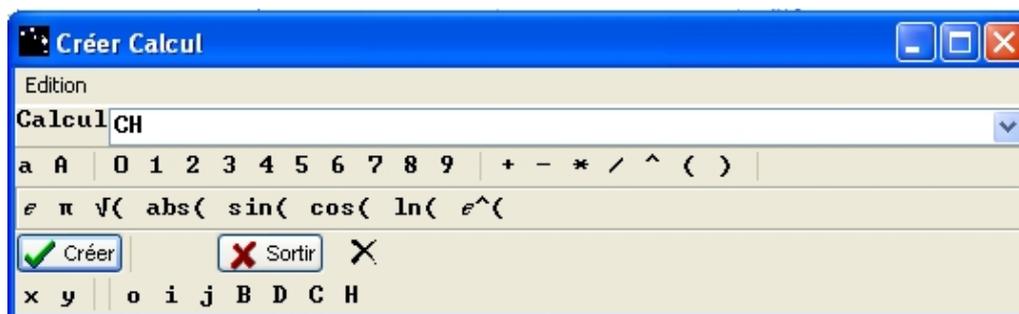


Figure 27 : Création du calcul géométrique CH

Dans le volet *calculs géométriques*, Casyopée a créé le calcul c0. Lorsque l'on coche le calcul, on observe une valeur approchée. Comment dépend-t-elle du paramètre a ?

Dans la barre d'outils, faites varier la valeur de a avec le curseur. Observez que les rayons des cercles changent ainsi que le résultat du calcul c0.

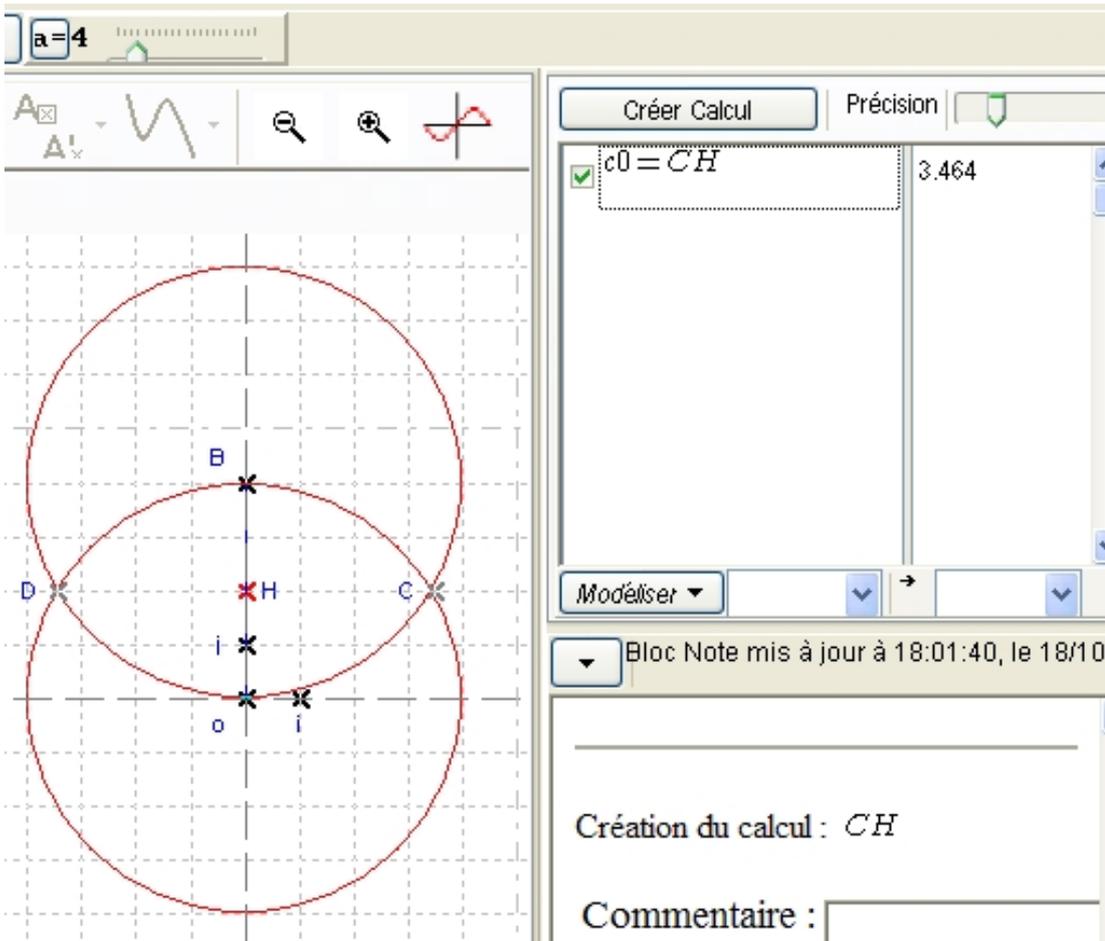


Figure 28 : Figure et calcul lorsque $\alpha = 4$

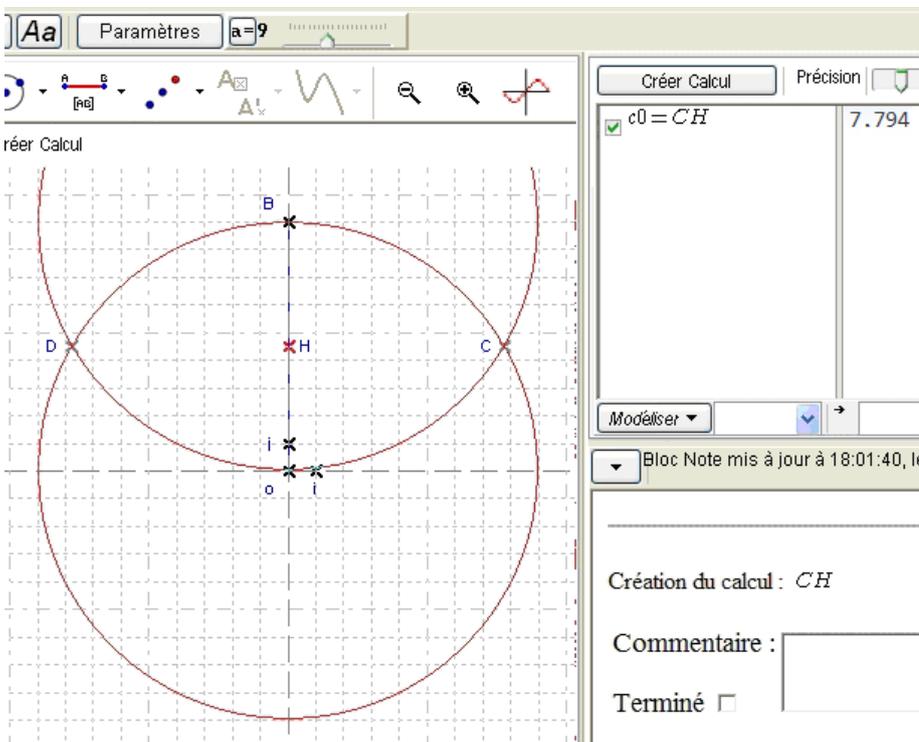


Figure 29 : Figure et calcul lorsque $\alpha = 9$

La valeur de CH dépendrait du paramètre a . Pour vérifier cette hypothèse, mettez en surbrillance le calcul $c0$ en cliquant dessus, choisissez **Dépendance**. Une *boite* s'ouvre, elle indique que le calcul ne dépend d'aucun point libre et propose de l'exporter comme expression. Choisissez **Oui**.



Figure 30 : Boite d'exportation de calcul

Une autre *boite* s'ouvre et indique la nouvelle expression géométrique. Elle dépend effectivement de a . Cliquez sur **OK**.

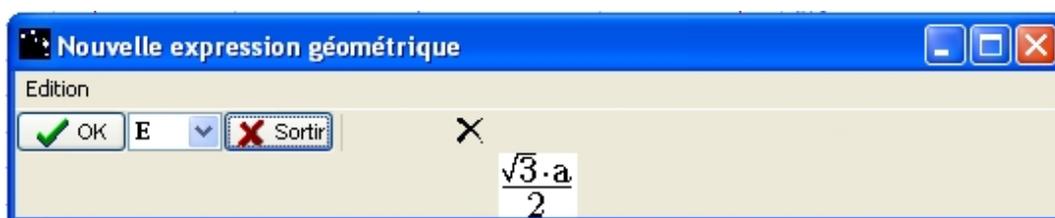


Figure 31 : Boite "nouvelle expression géométrique"

En repassant dans le volet *d'algèbre* (grâce au bouton **Algèbre**), dans la *liste des expressions* observez la nouvelle expression E, dont la formule permet de connaître la valeur de la hauteur d'un triangle équilatéral de coté a .

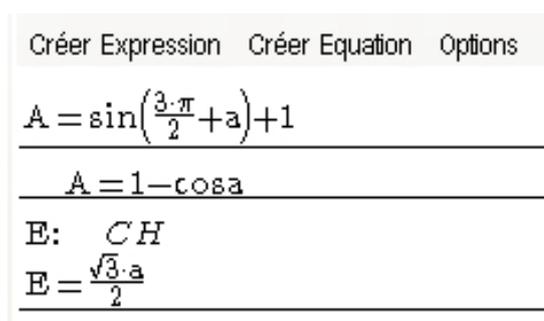


Figure 32 : Expression E de la hauteur d'un triangle équilatéral de coté a

Ceci termine l'activité préliminaire. À travers celle-ci, nous avons vu comment créer et traiter des expressions dans Casyopée.

Calcul Symbolique (1) : étude d'une fonction

Ce premier exemple permet de se familiariser avec Casyopée et de découvrir rapidement ses principales fonctionnalités :

- créer une valeur de x , utilisée pour un ensemble de définition
- créer une fonction
- représenter graphiquement une fonction
- obtenir une table de valeurs
- calculer des valeurs symboliques
- résoudre une équation

Remarque préliminaire

Le *Bloc Notes* peut être affiché dans la colonne complète à l'aide du menu déroulant (bouton ) puis en cliquant sur **BlocNote Pleine Page**.

Premier exemple

Soit la fonction définie sur $] -\infty ; \frac{2}{3} [\cup] \frac{2}{3} ; +\infty [$ par $f(x) = \frac{x+1}{3x-2}$

Créer une valeur de x

Dans le menu, choisissez **Créer Valeur** et créez la valeur $\frac{2}{3}$.

Une *boîte de dialogue* s'ouvre, entrez la valeur, puis cliquez sur **Créer** ; vous pouvez alors entrer une nouvelle valeur ou quitter la boîte de dialogue en cliquant sur le bouton **Sortir**.



Figure 33 : Boîte de création de valeur

La nouvelle valeur apparaît dans la *liste des Valeurs de x*, en haut à gauche ; elle est notée $x_1 = \frac{2}{3}$



Figure 34 : Visualisation de la nouvelle valeur

Créer une fonction

Dans le menu **Créer fonction**, choisissez **par domaine + formule** ; entrez l'expression $f(x) = \frac{x+1}{3 \cdot x - 2}$

à l'aide des touches du clavier de l'ordinateur ou de celles disponibles de la *boîte de dialogue*.

Ensemble de définition

Si vous gardez \mathbb{R} comme ensemble de définition Maxima peut vous indiquer qu'en validant la fonction « *Cela peut conduire à des erreurs dans les tracés ou les calculs* ».

Vous pouvez entrer manuellement l'ensemble de définition puis demander d'évaluer avec le bouton



Si des valeurs de x ont déjà été entrées, en cliquant sur le bouton **Auto**, le logiciel affiche un ensemble de définition tenant compte de ces valeurs.

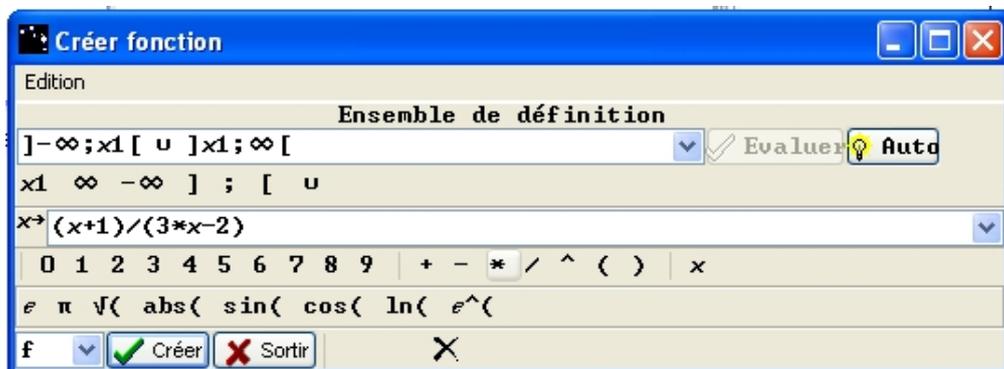


Figure 35 : Boîte de création de fonction

Après avoir cliqué sur le bouton **Créer**, la fonction et son expression sont ajoutées dans les listes respectives (*liste des expressions* et *liste des fonctions*). Vous pouvez créer plusieurs fonctions puis quitter la *boîte de dialogue* en cliquant sur le bouton **Sortir**.

Représenter graphiquement une fonction

Sélectionnez la fonction en cliquant sur le bouton correspondant dans la barre de commandes située sous le *volet graphique*.

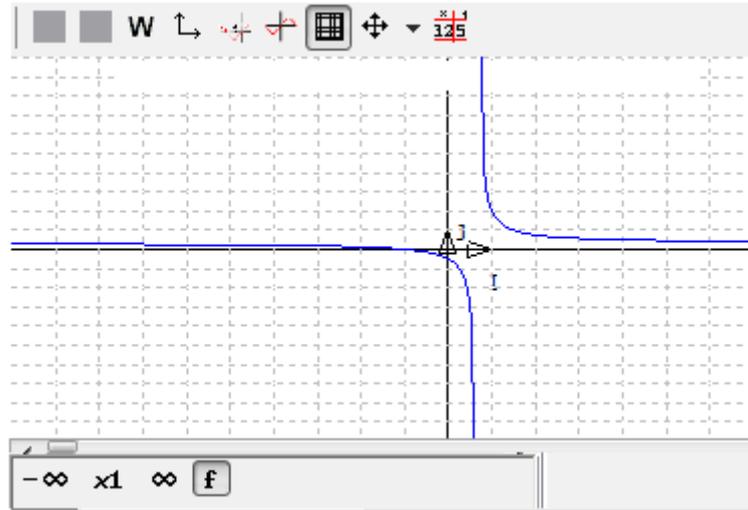


Figure 36 : Représentation graphique d'une fonction

Vous pouvez modifier les paramètres du *volet graphique* en utilisant la barre d'outil du volet (bouton **W**).

Obtenir une table de valeurs

Le bouton  dans le bandeau supérieur du *volet graphique* permet d'accéder à la *table de valeurs*.

La table affiche 15 valeurs approchées. Vous pouvez modifier la valeur de départ, *Valeur initiale*, et l'incrément, *Valeur du pas*.

x	f
0,000	-0,500
1,000	2,000
2,000	0,750
3,000	0,571
4,000	0,500
5,000	0,462
6,000	0,438
7,000	0,421
8,000	0,409
9,000	0,400
10,000	0,393
11,000	0,387
12,000	0,382
13,000	0,378
14,000	0,375
15,000	0,372

Figure 37 : Table de valeurs

Calculer des valeurs symboliques

Il est possible d'obtenir des valeurs ou limites prises par la fonction sélectionnée pour des réels entrés dans la *liste des Valeurs de x*.

Cochez la fonction et la valeur dans le bandeau situé en bas du *volet graphique*. Une nouvelle liste s'ouvre, c'est la *liste des valeurs symboliques*.

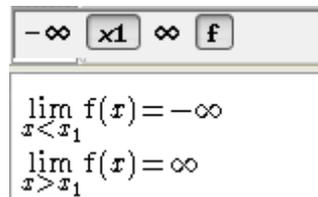


Figure 38 : Valeurs symboliques (limites)

Utiliser le menu Calculer

Calculons la dérivée de notre fonction.

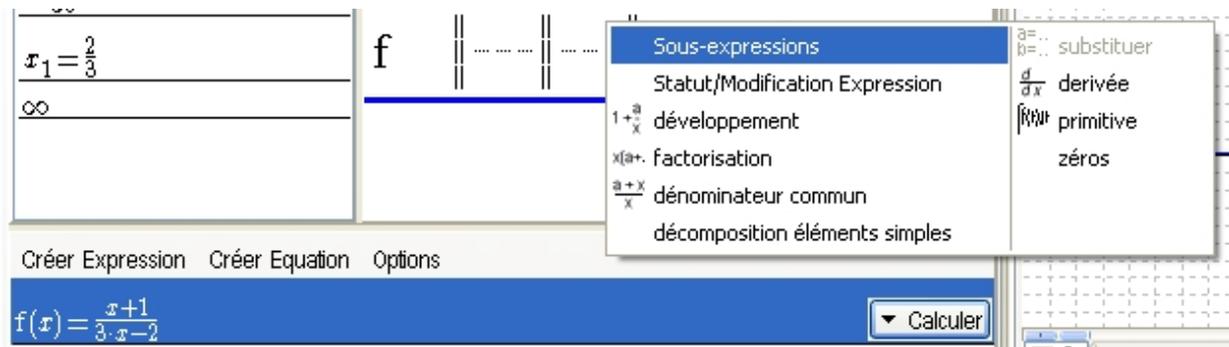


Figure 39 : Menu Calculer / Sous-expressions

Sélectionnez, par un clic, l'expression (elle apparaît en surbrillance). Le bouton **Calculer** apparaît à droite de l'expression.

Cliquez sur **Calculer** et choisir **dérivée**, une *boîte de dialogue* demande confirmation. Choisissez **Oui**.

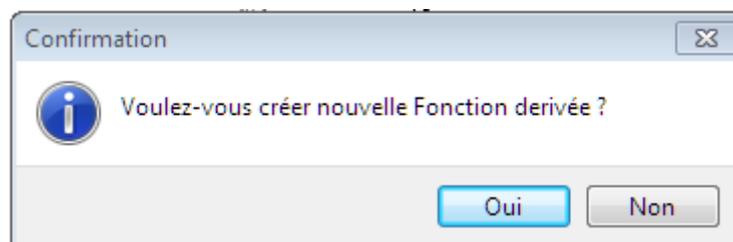


Figure 40 : Boîte de confirmation pour une dérivée

Casyopée ouvre une boîte de dialogue permettant de modifier l'ensemble de définition ; en effet la dérivée d'une fonction n'est pas toujours définie sur le même intervalle que la fonction.

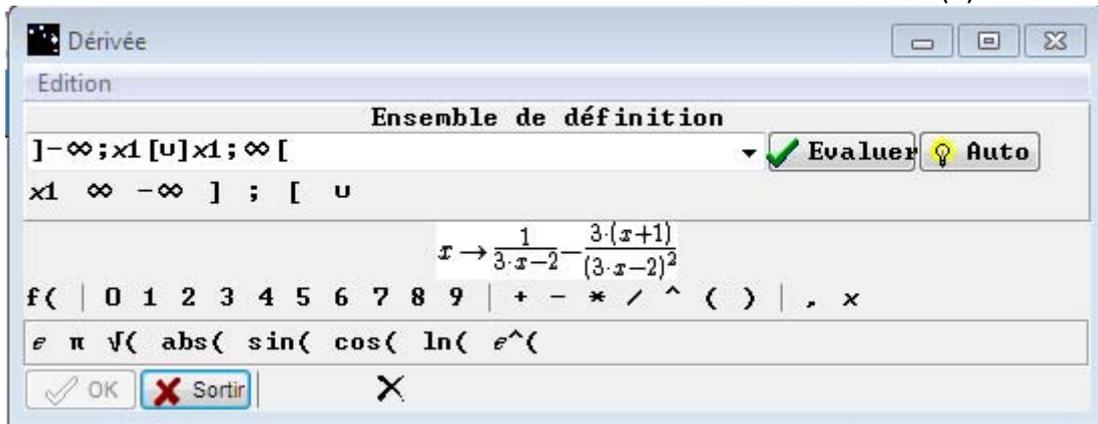


Figure 41 Choix de l'ensemble de définition pour la dérivée

Après avoir demandé la dérivée d'une fonction, celle-ci apparaît dans le *Bloc Note*, dans la *liste des fonctions* (en tant que nouvelle fonction liée à la fonction f). Son expression, s'affiche dans la *liste des expressions*.

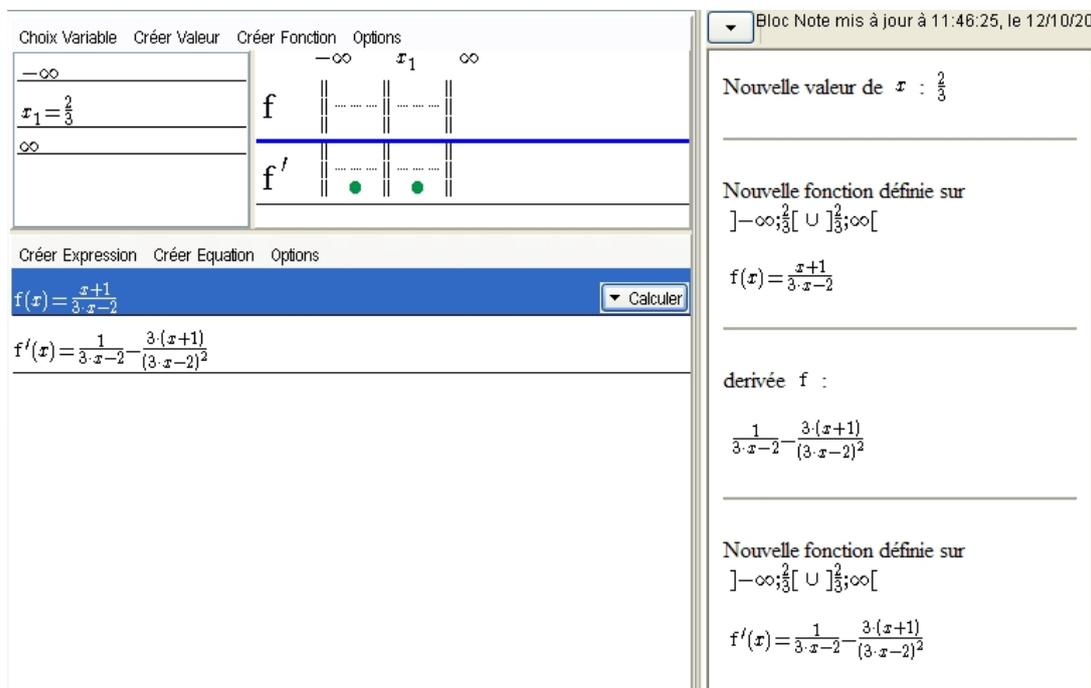
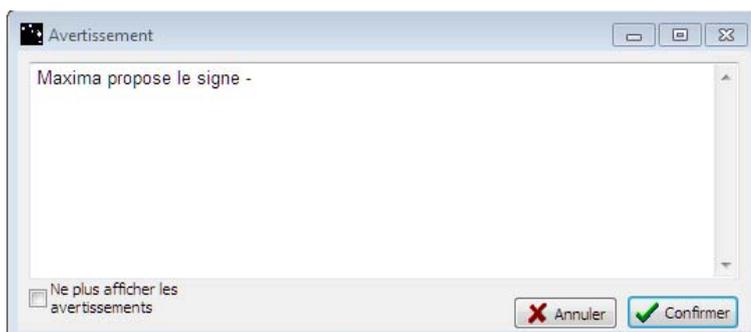


Figure 42 : Affichage d'une dérivée

Vous avez noté le diagnostic de Casyopée (grâce à Maxima) concernant le signe de la fonction et l'affichage à l'aide de points verts dans la liste des fonctions.



Les outils de calcul formel du menu **Calculer** permettent d'obtenir des expressions équivalentes de la dérivée.

Résoudre une équation

Dans le menu de la *liste des expressions*, choisissez **Créer Equation**. Entrez l'équation $f(x) = -2$ et validez avec le bouton **Créer**. Quittez cette *boîte de dialogue* avec le bouton **Sortir**.

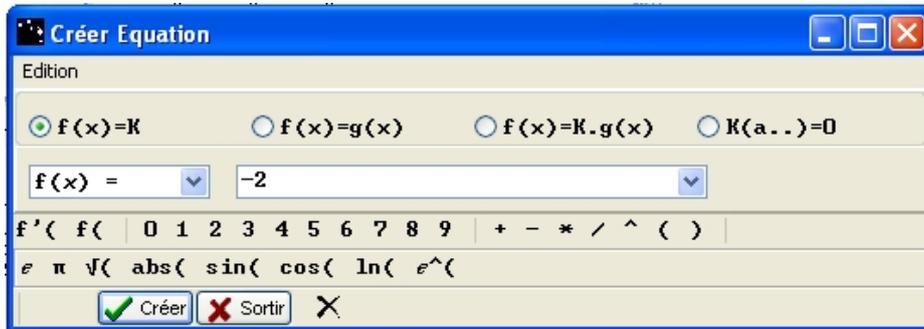


Figure 43 : Boite de création d'équation

Une nouvelle liste s'ouvre en bas à gauche : c'est la *liste des équations*.

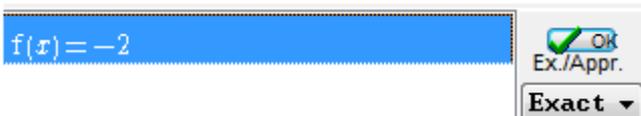


Figure 44 : Liste des équations

Cliquer sur l'équation dont vous cherchez les solutions (elle apparaît en surbrillance).

Choisissez **Exact**. Validez avec le bouton **Ok**.

Les solutions apparaissent dans le *Bloc Note* et une *boîte de dialogue* demande si les solutions doivent être placées dans la *liste des Valeurs de x*. En cliquant sur **Oui**, vous les ajoutez dans la liste.

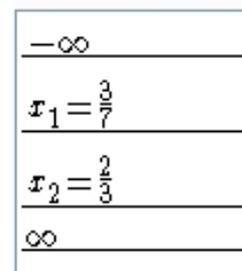


Figure 45 : Boite de confirmation pour les solutions d'une équation Figure 46 : Solution de l'équation dans la liste des Valeurs

Ceci termine le premier exemple d'utilisation. Cet exemple a montré l'aide que Casyopée peut apporter dans l'étude d'une fonction.

Il est facile de lire les résultats de l'étude dans le *Bloc Notes*. Il est possible de sauvegarder cette étude, Casyopée l'enregistre au format « .CAS ».

Calcul Symbolique (2) : étude d'une fonction avec paramètres

Ce second exemple permet de se familiariser avec les fonctionnalités de Casyopée afin de :

- définir une fonction avec des paramètres
- piloter et «dé piloter» un paramètre
- substituer les valeurs de paramètres
- écrire des conditions algébriques

Deuxième exemple

On considère trois fonctions f , g et h :

f est définie sur $] -\infty ; -2]$ par $f(x) = -(x + 2)^2 - 1$;

g est définie sur $[1 ; +\infty[$ par $g(x) = (x - 1)^2 + 3$;

h est définie sur $[-2 ; 1]$ par $h(x) = ax + b$.

Déterminer les valeurs des paramètres a et b pour connecter de façon continue les trois représentations graphiques.

Créez les deux valeurs -2 et 1 (comme dans le premier exemple) ;

Créez les fonctions f et g (comme dans le premier exemple), contrôlez que les ensembles de définition sont corrects.

Remarque :

Dans les *boîtes de dialogue*, l'écriture des puissances se fait avec le symbole "^", ainsi pour la fonction f , il faut écrire : $-(x + 2)^2 - 1$.

Créer un paramètre

Dans le menu général cliquez sur le bouton **Paramètres**. Une *boîte* s'ouvre, cliquez sur **Nouveau**, le paramètre a apparaît alors. Il est possible de modifier les valeurs minimales et maximales, de changer le pas ainsi que de supprimer le paramètre.

Créez aussi le paramètre b , puis cliquez sur **Sortir**.



Figure 47 : Boîte des Paramètres

Vous pouvez maintenant entrer la fonction h .

Piloter les paramètres

Les paramètres se présentent sous deux formes : instancié ou formel.



Figure 48 : Paramètres instanciés dans la barre d'outils



Figure 49 : Paramètre formel

Vous pouvez instancier les paramètres en cliquant sur les boutons les identifiants dans la barre d'outils. Lorsqu'ils sont instanciés, vous pouvez les piloter en déplaçant le curseur avec la souris ou avec les flèches du clavier.

Les valeurs prises par les paramètres sont celles de l'intervalle]minimum ; maximum[du paramètre.

Visualisez f , g et h dans le volet graphique, le graphe de la fonction h prend en compte les valeurs des paramètres a et b .

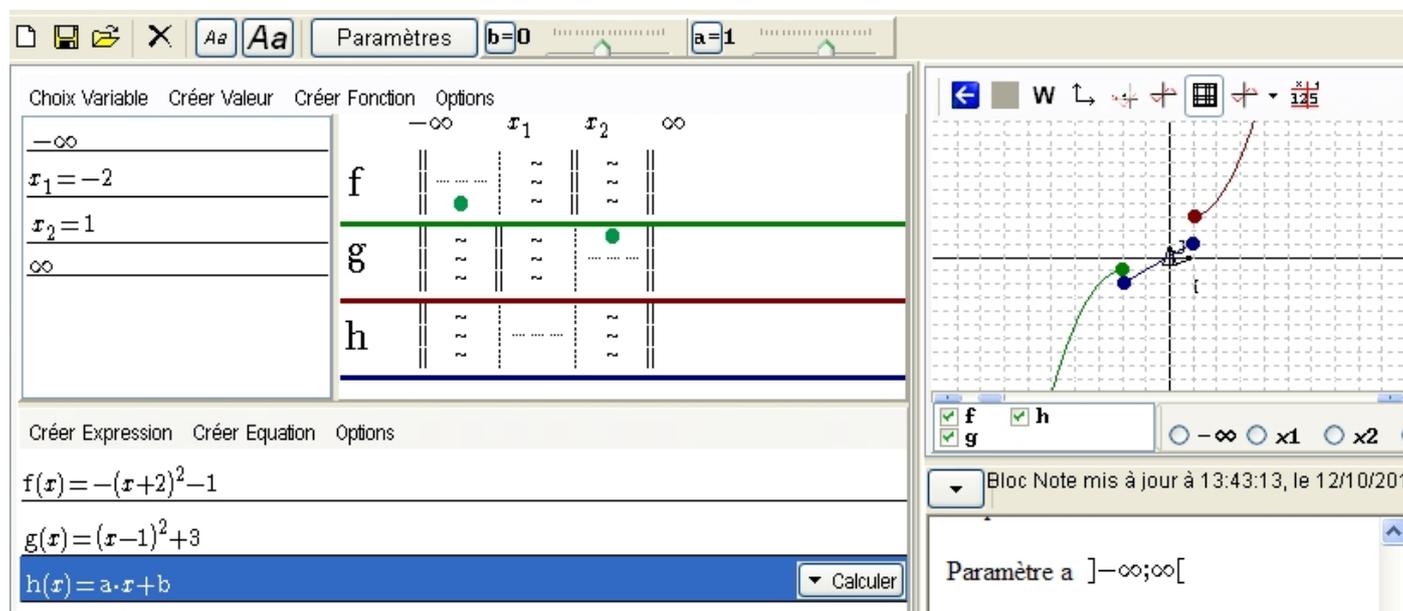


Figure 50 : Visualisation des fonctions f , g et h

Pour modifier le pas du paramètre, qui détermine de combien avance le paramètre à chaque graduation, ouvrez de nouveau la *boite des paramètres* en cliquant sur le bouton **Paramètres**, puis inscrivez le nouveau pas dans le cadre correspondant. Notez qu'il est possible d'affecter une vitesse à chaque paramètre. Si cette vitesse n'est pas nulle, le paramètre parcourra automatiquement la plage des valeurs. Ceci permet d'animer un graphe ou une figure géométrique.

Figure 51 : Changement du pas du paramètre a

Définir une zone de zoom

Pour définir une zone de Zoom (« Zoom Box »), positionnez le pointeur dans le *volet graphique* puis avec la touche « ctrl » du clavier dessinez un rectangle, le doigt restant appuyé sur le bouton gauche de la souris. Une confirmation est demandée.



Figure 52 : Confirmation de zoom

Après avoir cliqué sur **Oui**, le rectangle sélectionné s'étend sur tout le *volet graphique*.

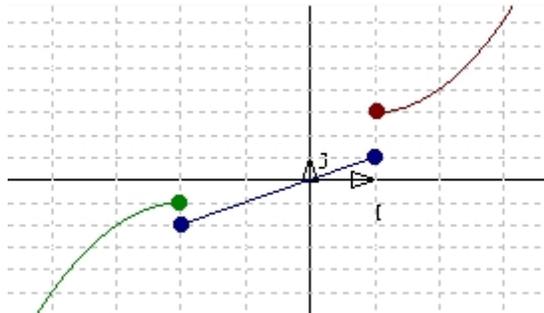


Figure 53 : Zoom

De même vous pouvez déplacer le centre du repère en maintenant le bouton gauche de la souris enfoncé et en déplaçant en même temps la souris.

Traduire des conditions aux bornes d'un intervalle

Vérifiez que les paramètres sont sous forme formelle.

Dans le *volet graphique*, sélectionnez les trois fonctions et successivement x_1 et x_2 . Dans la *liste des valeurs symboliques* apparaissent les conditions algébriques car les paramètres ne sont pas instanciés.

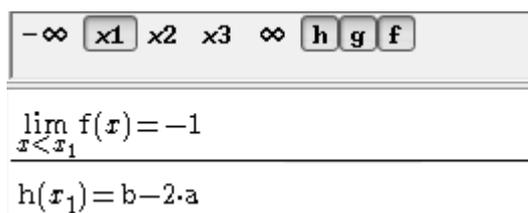


Figure 54 : Limite en x_1 en fonction des paramètres a et b

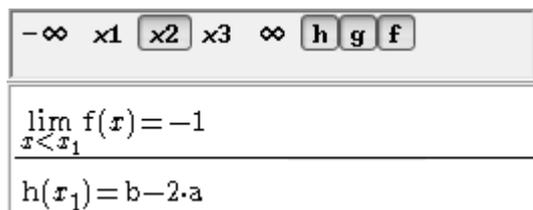
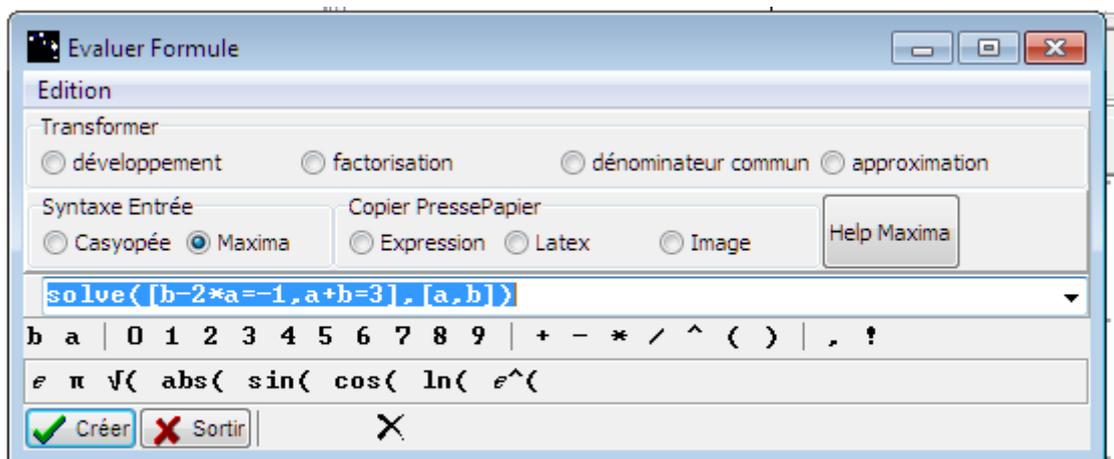


Figure 55 : Limite en x_2 en fonction des paramètres a et b

Ces conditions sont $b - 2a = -1$ et $a + b = 3$.

En résolvant ce système vous obtenez les valeurs pour a et b ($a = \frac{4}{3}$ et $b = \frac{5}{3}$).

Note : Casyopée ne résout pas les systèmes d'équation. La résolution par substitution peut être faite à l'aide d'équations successives. Pour les experts, l'entrée **Evaluer une formule** dans la barre de menus de la liste des expressions permet la résolution par Maxima (Figure 56). Il est aussi possible d'entrer une commande comme $solve([g(x_2)=h(x_2), g(x_1)=f(x_1)], [a, b])$.



$$solve([b-2*a=-1, a+b=3], [a, b]) = \left[\left[a = \frac{4}{3}, b = \frac{5}{3} \right] \right]$$

Figure 56 : Un exemple d'utilisation d'une commande Maxima.

Pilotez les paramètres pour leur donner ces valeurs et contrôlez graphiquement. Si le pas ne convient pas, cliquez sur le bouton **Paramètres**, puis dans la *boite* mettez 1/3 comme pas.

Substituer des paramètres

Mettez l'expression de h en surbrillance. Dans le menu déroulant **Calculer**, choisissez **substituer** ; les valeurs des paramètres a et b sont remplacées par celles affichées dans les zones de pilotage. Les paramètres doivent être instanciés.

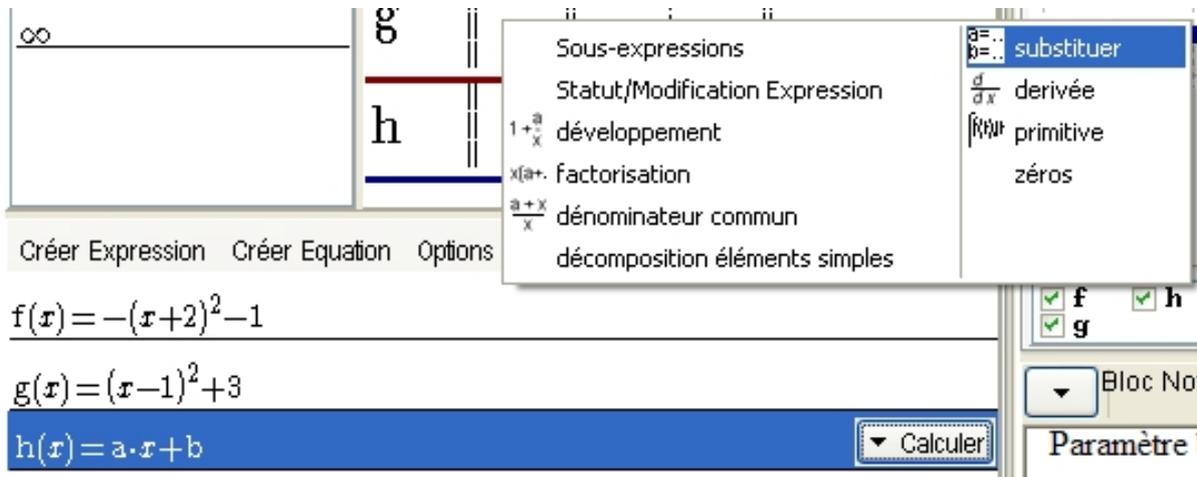


Figure 57 : Substitution des paramètres

Une boîte de confirmation s'ouvre. Cliquez sur **Oui**.



Figure 58 : Confirmation de substitution

Une nouvelle fonction notée h_0 , indépendante de la fonction h , a été ainsi créée.

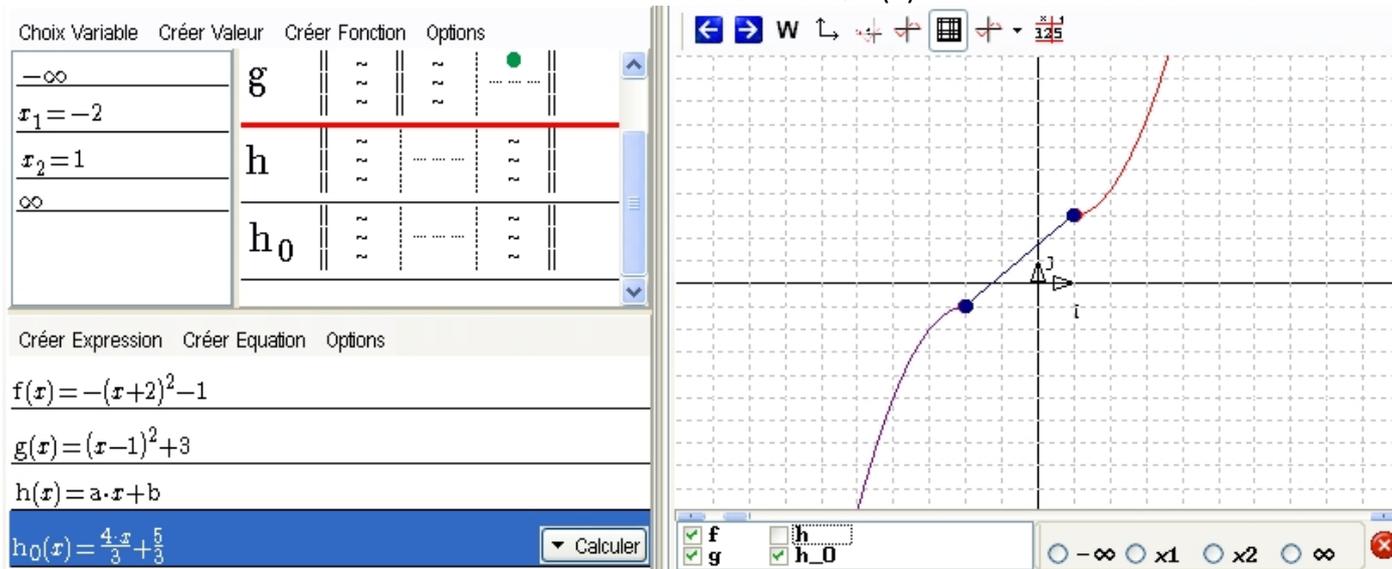


Figure 59 : Visualisation graphique de la substitution

Créer une fonction par morceaux

On peut avoir une fonction unique qui en réunit plusieurs autres. Pour cela on utilise la fonction de création de fonction par morceau de Casyopée.

Sélectionner le menu **Créer fonction** puis **par morceaux**.

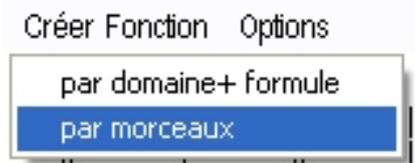


Figure 60 : Menu Créer Fonction / par morceau

Une *boite de dialogue* s'ouvre. Cliquez sur le bouton **OK**.



Figure 61 : Boite création de fonction par morceaux

Puis en appuyant sur la touche « Ctrl » sélectionnez les fonctions f , g et h_0 .

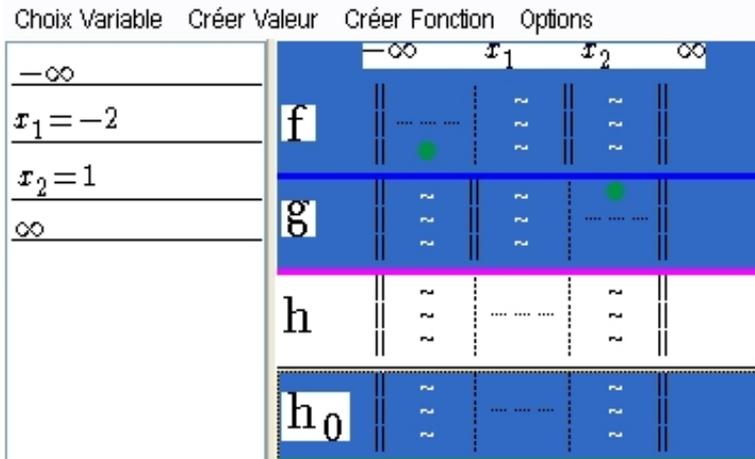


Figure 62 : Sélection des fonctions

Sélectionnez à nouveau le menu **Créer fonction** et **par morceaux**.

Une nouvelle fonction est créée, en la cochant sous le volet graphique, on peut voir sa courbe.

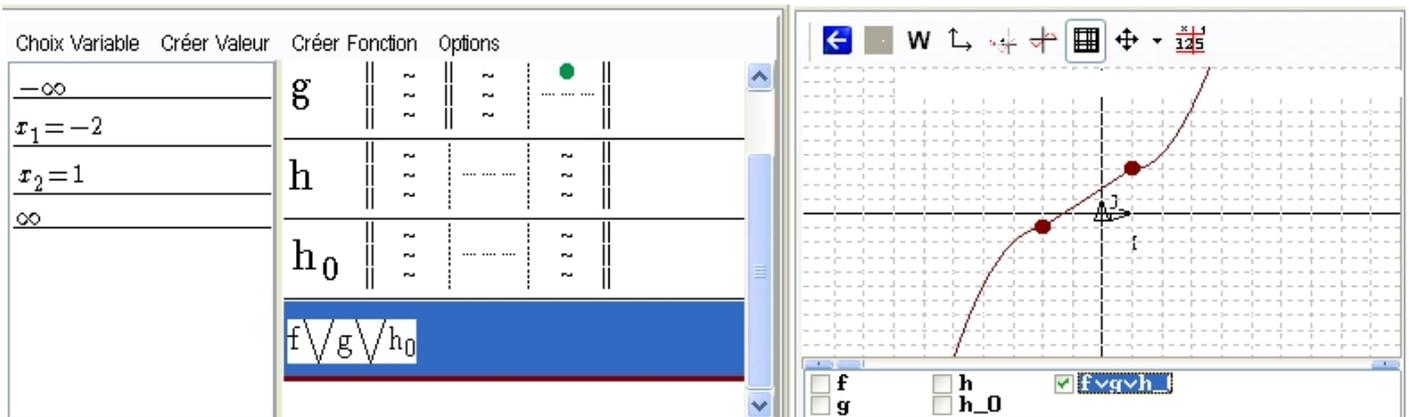


Figure 63 : visualisation fonction par morceau

Ceci termine le deuxième exemple d'utilisation. Cet exemple a montré l'aide que Casypée peut apporter pour résoudre un problème avec paramètres.

Dans une troisième partie (3), l'utilisation du menu **Justifier** sera expliquée.

Calcul Symbolique (3) : utilisation du menu Justifier

Ce troisième exemple montre des utilisations du menu justifier avec Casyopée dans les situations suivantes :

- justifier le signe d'une fonction affine
- utiliser la règle des signes pour justifier le signe de produits

Troisième exemple

Déterminer le signe de l'expression $f(x) = (3x + 4)(\pi - 2x)$

Deux méthodes pour déterminer le signe d'une expression affine seront utilisées :

- l'une utilise un résultat sur le signe des expressions affines (méthode 1),
- l'autre utilise le sens de variation d'une fonction affine (méthode 2).

La conclusion utilise la règle des signes pour un produit ou un quotient.

Trouver des sous-expressions

Entrez la fonction f (voir premier exemple). Dans la *liste des expressions*, cliquez sur l'expression de f .

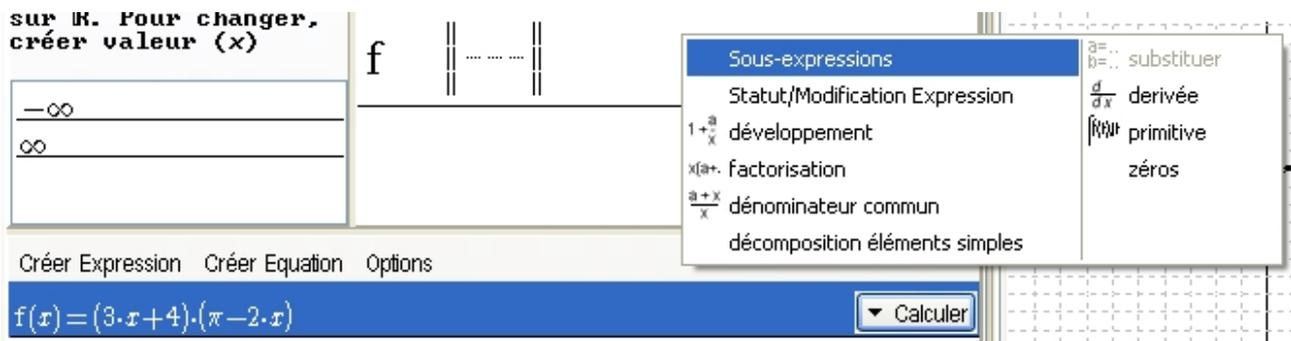


Figure 64 : menu Calculer / Sous-expressions

Cliquez sur le bouton **Calculer**, dans le menu contextuel qui apparaît choisissez **Sous-expressions**. Une *boite* apparaît avec la liste des sous expressions

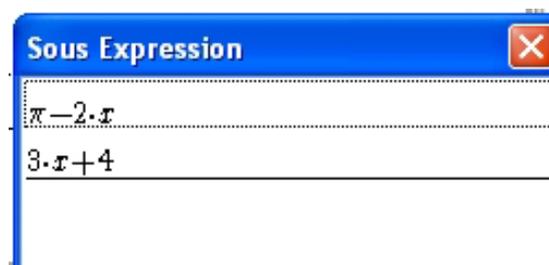


Figure 65 : Liste des sous-expressions

La sélection dans la liste des sous expressions s'effectue comme dans une fenêtre de WindowsTM explorer :

En restant appuyé sur « ctrl » cliquez ou non sur les sous expressions

En restant appuyé sur « Shift » ou sur  , cliquez sur la première expression puis sur la dernière que vous voulez sélectionner ; le bouton **Tout** permet de les sélectionner toutes.

Dans cet exemple choisissez **Tout**, puis validez avec **OK**. La *liste des expressions* et celle des *fonctions* sont ainsi complétées et les nouvelles expressions (respectivement fonctions) sont nommées f_0 et f_1 .

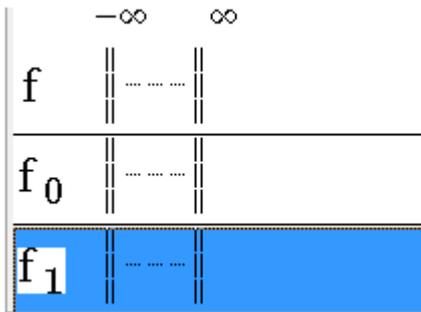


Figure 66 : Sous-expressions (listes des fonctions)

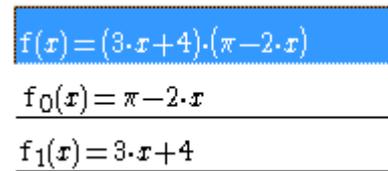


Figure 67 : Sous-expressions (listes des expressions)

Déterminer le signe d'une fonction affine

Dans la *liste des fonctions*, mettez en surbrillance f_1 comme ci-dessus.

Dans le menu **Justifier** choisissez **Signe : affine**.

Une *boîte de dialogue* apparaît :



Figure 68 : Boîte "Signe : affine"

Renseignez le *Coeff. de x* (coefficient directeur) et *s'annule en* (le zéro) puis, cliquez sur le bouton **Evaluer**.

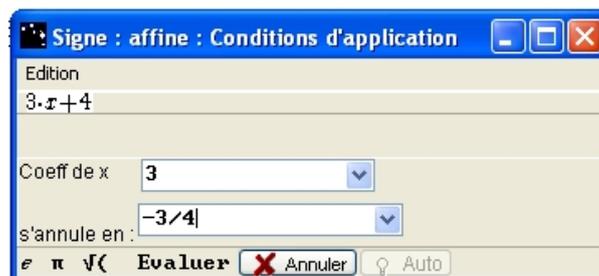


Figure 69 : Boîte "Signe : affine" renseignée avec des erreurs

S'il y a une erreur, une information s'affiche dans le *Bloc Note* : **Signe : affine**



$$3 \cdot x + 4$$

l'expression n'est pas égale à $3 \cdot \left(x - \frac{-3}{4}\right)$

Figure 70 : Boîte "Signe : affine" renseignée correctement

Si les valeurs entrées sont correctes, après avoir cliqué sur **Evaluer** une nouvelle *boite* s'affiche :



Figure 71 : Boîte "conclusion" signe

Pour chaque ligne cliquez sur la case vide jusqu'à obtenir *négative* ou *positive*. Évaluez vos propositions en cliquant sur **Evaluer Prop.**



Figure 72 : Boîte "conclusion" 1ere ligne renseignée

Quand vos propositions sont correctes le bouton **OK** est activé ; cliquez dessus.



Figure 73 : Boîte "Conclusion" renseignée

Le zéro de f_1 est mis dans liste des *Valeurs de x* et le signe de f_1 est mis sous forme de ronds verts (positif quand le rond est au dessus de la ligne horizontale passant par 0, négatif sinon).

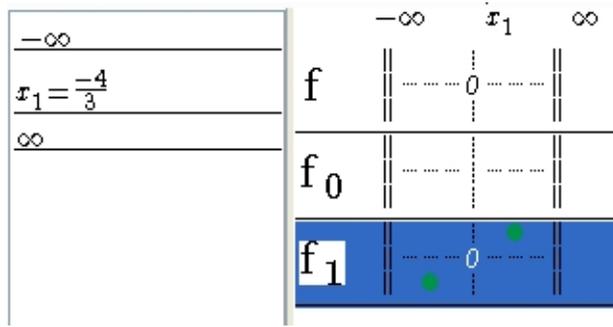


Figure 74 : Visualisation signe dans la liste des fonctions

Déterminer les variations d'une fonction affine

Pour déterminer le signe de $(\pi - 2x)$ créez d'abord le zéro de l'expression f_0 ($\pi/2$) dans la *liste des Valeurs de x* (voir premier exemple), puis sélectionnez f_0 dans la liste des fonctions.

Dans le menu **Justifier** choisir **Variations : fonction de référence**.

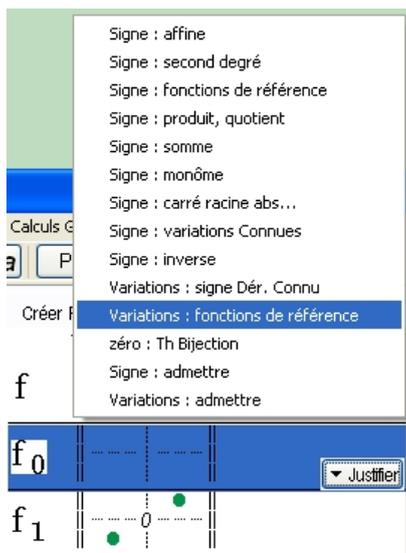


Figure 75 : Menu Justification Variation

Cette *boite* s'ouvre :

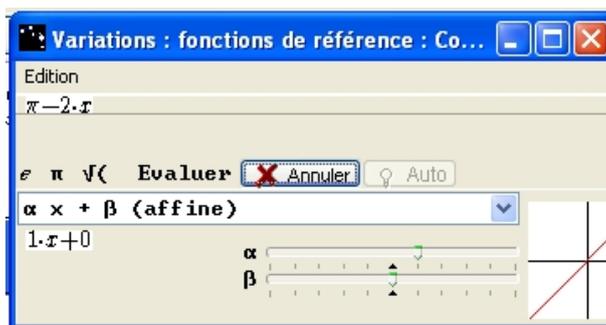


Figure 76 : Boîte "Variations"

Vous pouvez choisir le type de fonction dans la liste et vous obtenez une représentation graphique de la fonction sélectionnée. Cliquez sur le bouton **Evaluer**.

Si le choix est correct une *boite de Conclusion* s'ouvre :

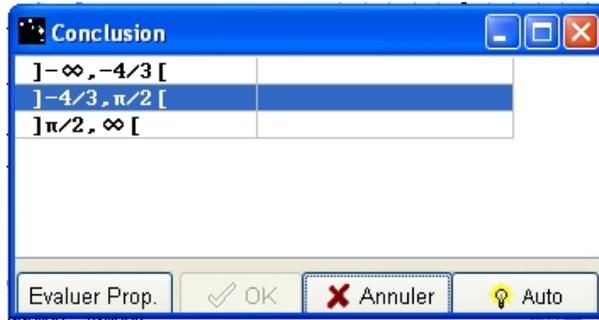


Figure 77 : Boite "Conclusion" variations

Pour chaque ligne, cliquez sur la case vide pour faire apparaître *croissante* ou *décroissante*.

Evaluez vos propositions en cliquant sur **Evaluer Prop.**

Quand vos propositions sont correctes le bouton **OK** est activé ; cliquez dessus.



Figure 78 : Boite "Conclusion" variation renseignée

Le sens de variation de f_0 se traduit par des flèches dans la *liste des fonctions*.

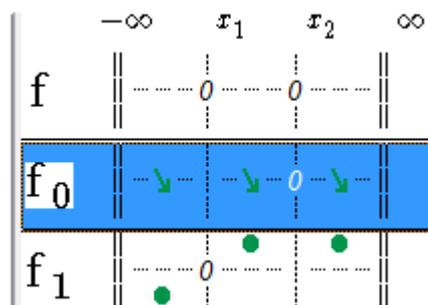


Figure 79 : Visualisation des variations

Justifier le signe à partir des variations

Après avoir déterminé le sens de variation il faut justifier le signe. Dans le menu **Justifier** choisissez **Signe : variations Connues**.

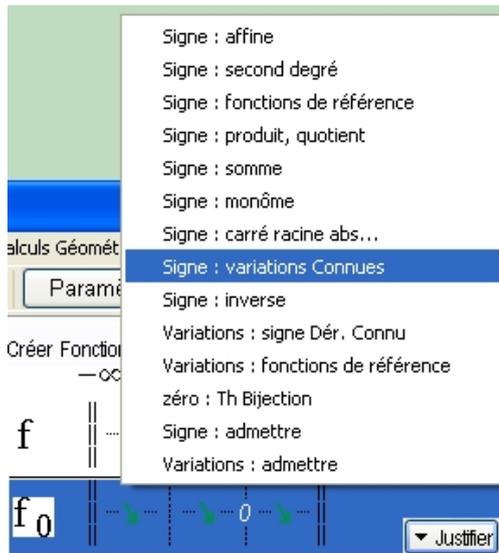


Figure 80 : Menu signe-variation connues

La *boite Signe : variations Connues : Conditions d'application* s'ouvre. Indiquez pour l'une des valeurs du menu déroulant si la fonction est *négative*, *nulle* ou *positive*. Ici, indiquez x_2 et choisissez **fonction nulle**. Le bouton **Evaluer** devient accessible, cliquez dessus.

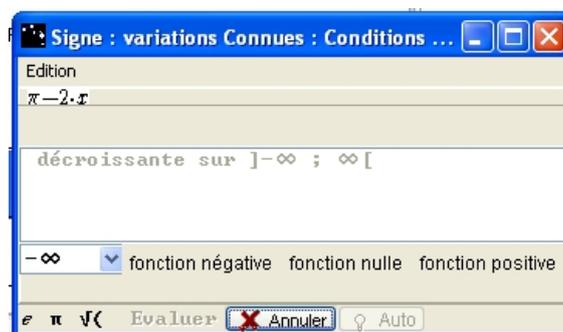


Figure 81 : Boite "Signe : variations Connues"

Une *boite de Conclusion* apparaît. Pour chaque ligne, cliquez sur la case vide jusqu'à obtenir *positive* ou *négative*. Évaluez vos propositions en cliquant sur **Evaluer Prop.**. Quand vos propositions sont correctes, le bouton **OK** est activé ; cliquez dessus.



Figure 82 : Boite "Signe : variations Connues" renseignée

Le signe de f_0 est indiqué dans la liste des fonctions par la position des flèches vertes. Au-dessus de la ligne de pointillés passant par zéro, la fonction est positive et en dessous, la fonction est négative.

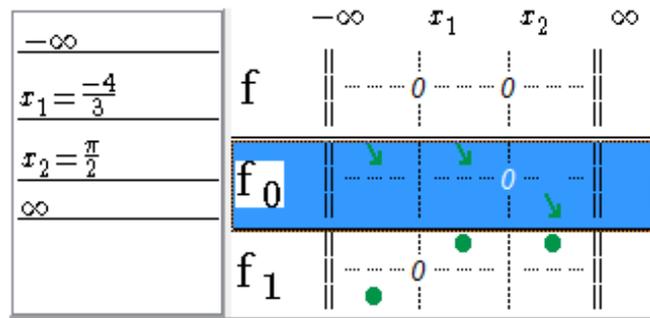


Figure 83 : Visualisation du signe de f_0

Déterminer le signe d'un produit

Enfin sélectionnez f et choisissez dans le menu **Justifier, Signe : produit, quotient**.

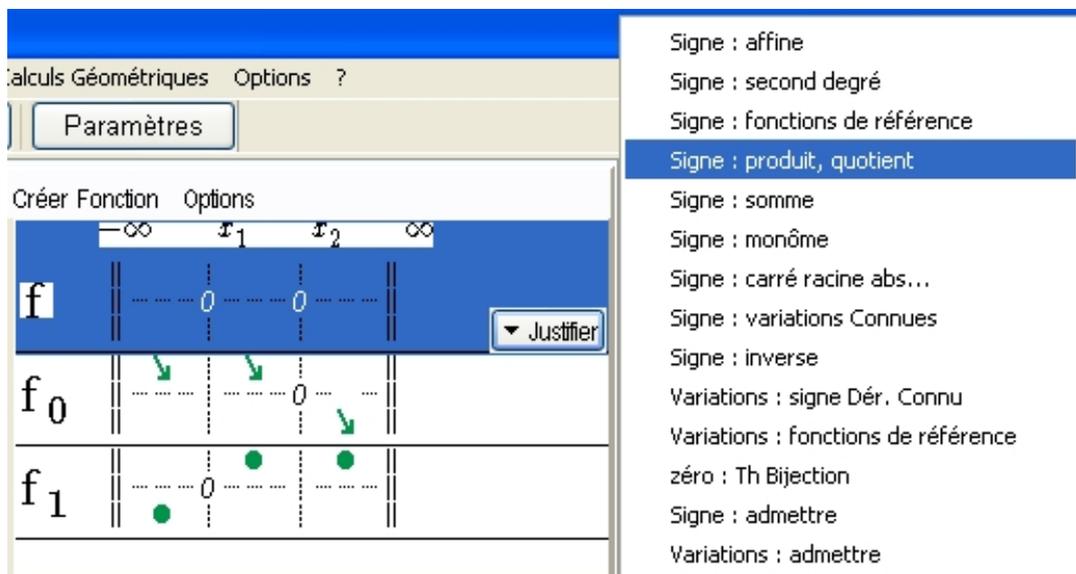


Figure 84 : Menu Justifier / Signe : Produit, quotient

En bas de la *boîte de dialogue*, sélectionnez les deux lignes car f est le produit de f_0 et de f_1 .

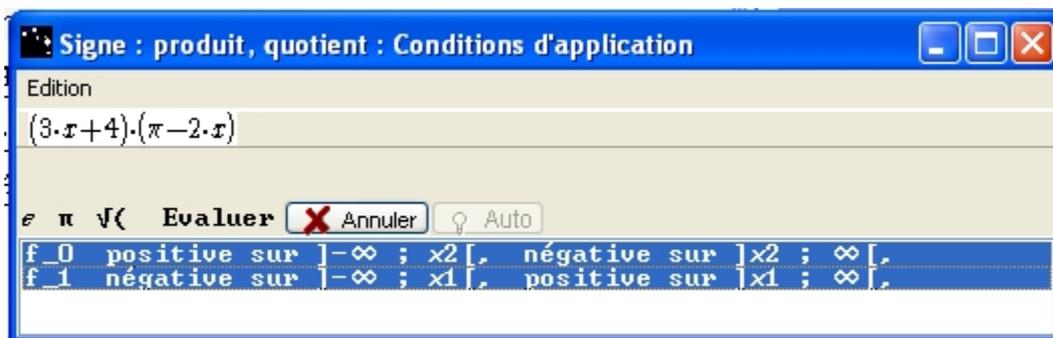


Figure 85 : Boîte "Signe : produit, quotient"

Cliquez sur **Evaluer** pour obtenir la *boîte* ci-dessous dont le fonctionnement a déjà été expliqué.

Cliquez sur **Evaluer Prop.** puis sur **OK**. Le signe de f apparaît dans la *liste des fonctions*.

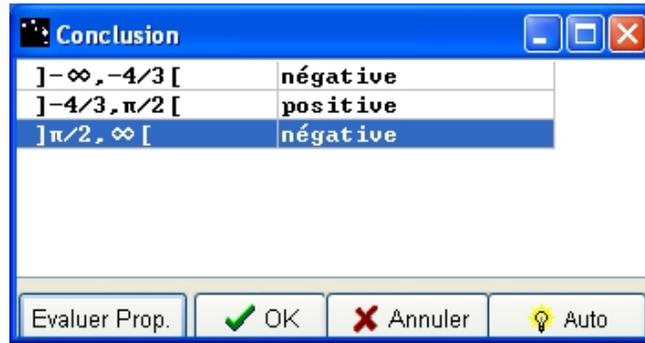


Figure 86 : Conclusion signe

Au final, le tableau de signe dans la *liste des fonctions* est complètement rempli. Le contenu du *Bloc Note* permet de se rappeler toutes les étapes et constitue une base pour la rédaction d'une justification.

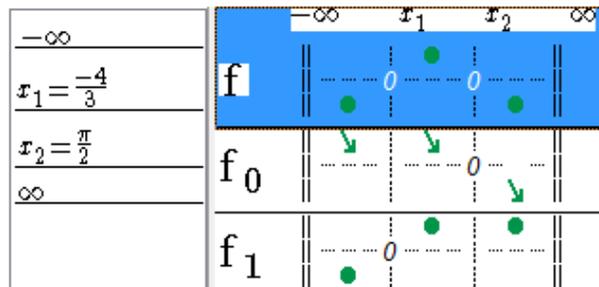


Figure 87 : Tableau de signe des fonctions

Ceci termine le troisième exemple d'utilisation. Cet exemple a montré comment Casyopée peut aider à faire des preuves algébriques. Pour d'autres exemples, avec des indications pour une mise en œuvre en classe :

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/etude-du-signe-d>

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/second-degre>

Géométrie dynamique (1) : un problème d'optimisation

Dans l'exemple suivant, nous étudions la dépendance entre un calcul géométrique et une variable géométrique en traitant un exemple d'optimisation d'une aire.

Quatrième exemple

Un agriculteur veut construire un enclos pour ses chèvres et moutons afin de les protéger des hyènes et des chacals.

Il dispose d'un grillage de longueur L qu'il veut utiliser entièrement. Son enclos doit être rectangulaire et un de ses côtés est un mur d'habitation (choisi comme axe des x), il n'a besoin d'utiliser son grillage que sur trois côtés. Il étend son grillage perpendiculairement au mur (il suit l'axe des y à partir de l'origine o). Le point o est une extrémité du grillage, l'autre étant le point A . Le point B est le milieu de $[oA]$. Puis l'agriculteur choisit un point C entre o et B , $[oC]$ sera le premier côté du rectangle. Puis il étend le reste du grillage parallèlement au mur (l'axe des x). Le point D est maintenant à la fin du grillage. L'agriculteur choisit un point F sur le grillage tel que $DF = oC$. Il étend cette longueur de grillage vers le mur, perpendiculairement. La fin du grillage est maintenant sur le mur (l'axe des x) au point G . Le rectangle obtenu est $oCFG$.

Quelle position de C donnera à l'agriculteur la superficie maximale pour l'enclos $oCFG$?

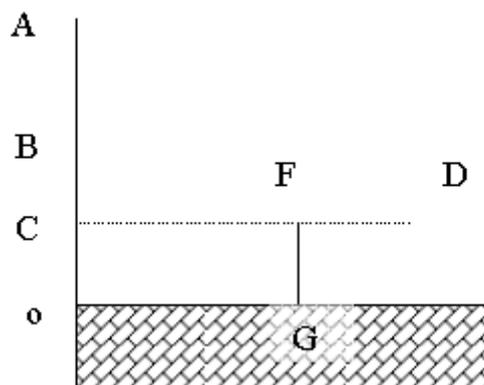


Figure 88 : Illustration de l'exercice

Créer un paramètre positif

Cliquez sur **Paramètres**. Dans la *boite des Paramètres*, choisissez "L" dans le menu déroulant puis cliquez sur **Nouveau Positif**. Mettez la limite maximum à 10, cliquez sur **Ok** puis **Sortir**. La création est affichée dans le *Bloc Note*.

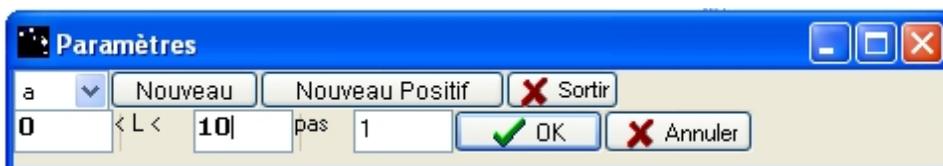
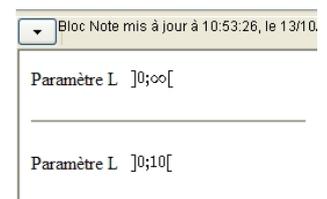


Figure 89 : Paramètre positif



Basculez dans le volet de *géométrie dynamique* en cliquant sur **Géométrie** dans la barre de menu général.

Créer un rectangle

Construisez le rectangle oCFG suivant la procédure suivante.

Créer un point repéré

Pour la création du point A(0 ; L), sélectionnez le menu **Créer Objet** puis **Point** et enfin **Point Repéré (Créer Objet / Point / Point Repéré)**.

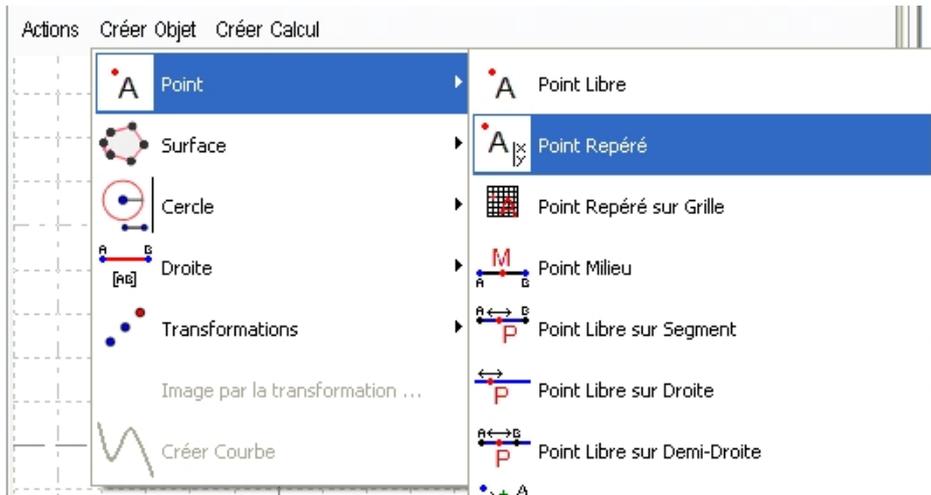


Figure 90 : Menu Créer Objet / Point / Point repéré

Le paramètre L est contenu dans le bandeau, le sélectionner pour la valeur de y.

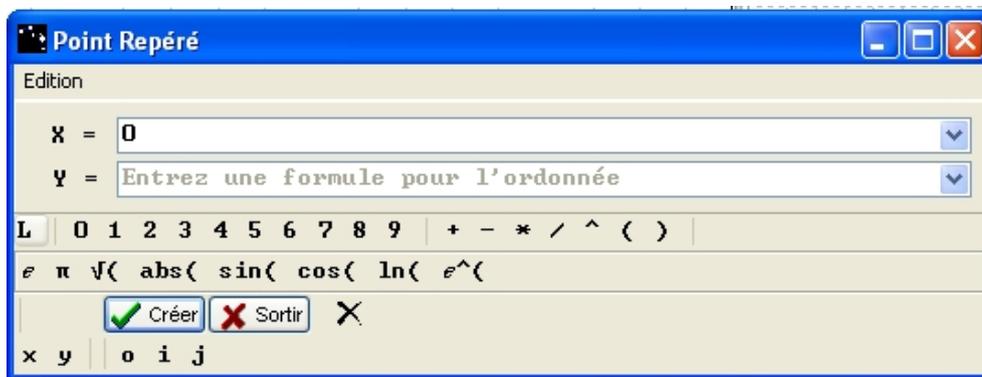


Figure 91 : Boîte "Point Repéré"

Remarque :

Si la valeur de L est 1, le point est confondu avec le point j. Changez la valeur de L pour voir le point.

Vous pouvez choisir le nom du point et la position de son étiquette en cliquant dessus avec le bouton droit.

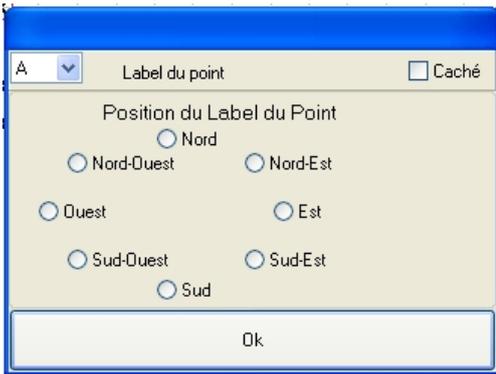


Figure 92 : Nom et position des points

Créer un segment

Pour créer le segment $[oA]$, sélectionnez **Créer Objet / Droite / Segment** (vous pouvez également utiliser le bouton correspondant dans la barre de menus). Cliquez sur le point o , un élastique apparaît en déplaçant la souris, puis sur le point A .

Créer un point milieu

Créez le point $B (0 ; \frac{L}{2})$ soit avec les coordonnées ou en choisissant **Créer Objet / Point / Point Milieu** (vous pouvez également utiliser le bouton correspondant dans la barre de menus). Il est aussi possible de créer le milieu sans le segment, en cliquant successivement les points o et A .

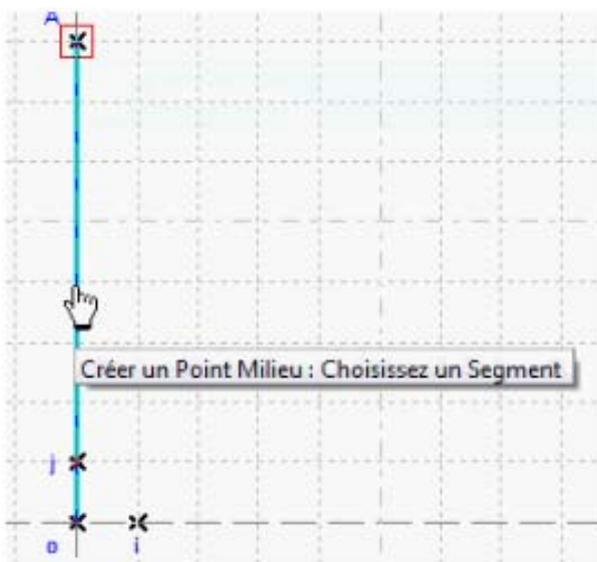


Figure 93 : Visualisation création d'un point milieu

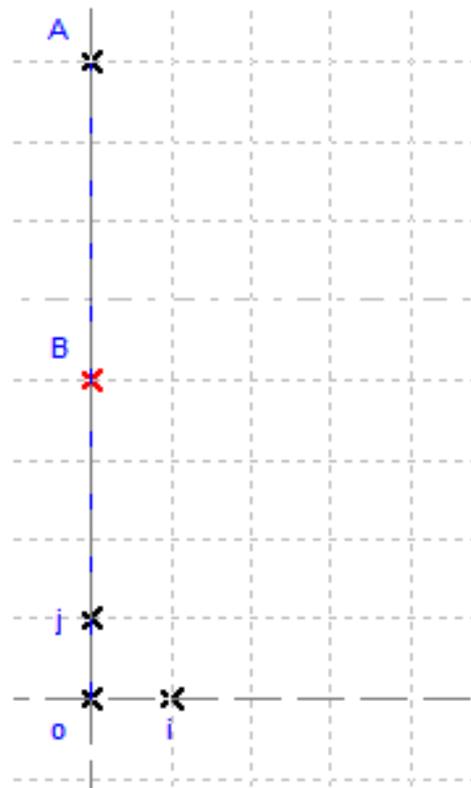


Figure 94 : Visualisation Point Milieu

Créez le segment [oB] comme précédemment.

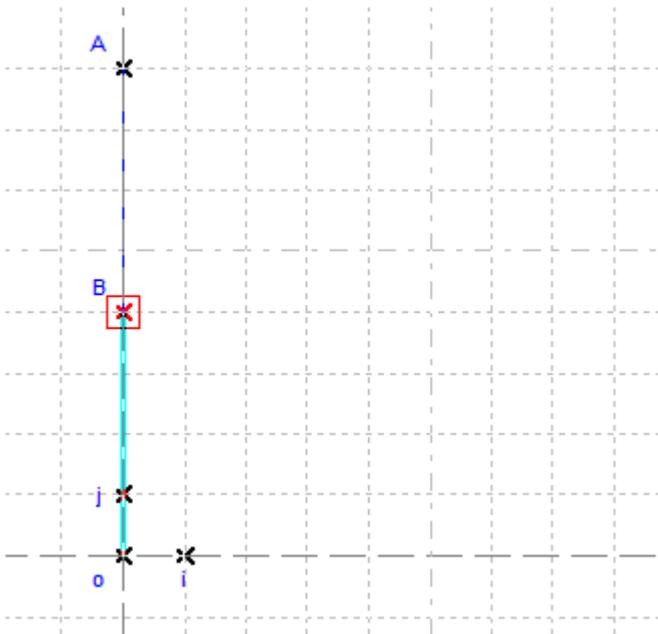


Figure 95 : Création de [oB]

Créer un point libre sur segment

Le point C est un point libre du segment [oB]. Choisissez **Créer Objet / Point / Point Libre sur Segment** (vous pouvez également utiliser le bouton correspondant dans la barre de menus). Attention, ne pas choisir **Point Libre** car le point C n'est libre que sur [oC] et non dans le plan.

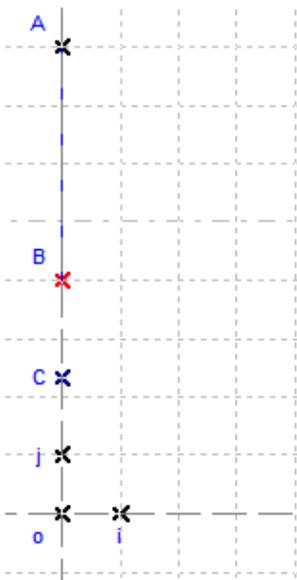


Figure 96 : Point libre C

Créer un point translaté algébrique

Le point D est un point translaté d'une distance égale à $L - oC$ suivant la direction du vecteur oi .

La procédure pour créer de tel point est la suivante :

Choisissez le menu **Créer Objet / Point / Point Reporté Algébrique** (vous pouvez également utiliser le

bouton correspondant dans la barre de menus). Cliquez sur le point de référence C. Choisissez l'origine du vecteur o puis le second point i. Entrez la distance $L - oC$ dans la boîte de dialogue (on peut aussi entrer CA).

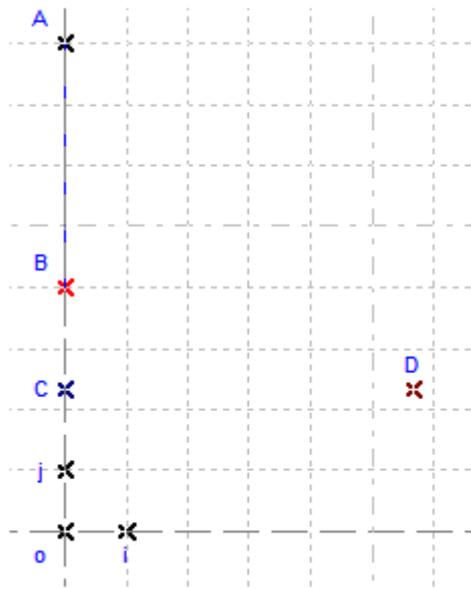


Figure 97 : Point translaté D

Créer un point reporté

Le Point F est un point reporté d'une distance oC suivant le vecteur DC.

La procédure pour créer de tel point est la suivante :

Choisissez le menu **Créer Objet / Point / Point Reporté** (vous pouvez également utiliser le bouton correspondant dans la barre de menus). Cliquez sur le point de référence D. Choisissez D comme premier point du vecteur, puis C comme second point (donne la direction et le sens). Choisissez o premier point pour la distance, puis C comme second point.

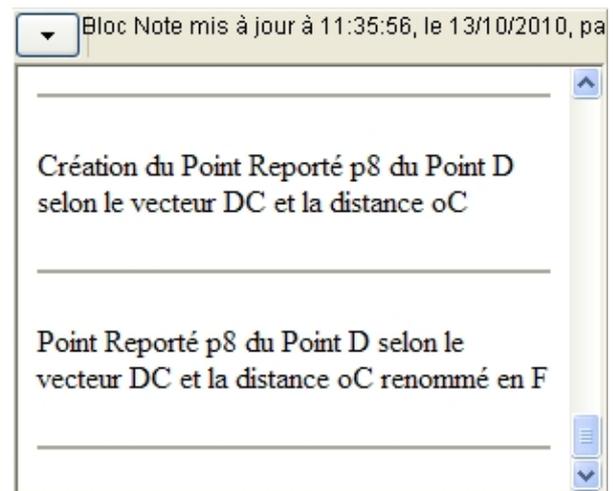
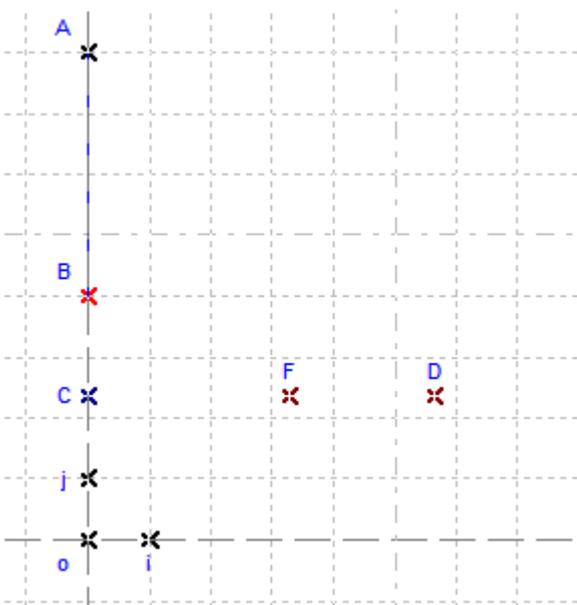


Figure 98 : Point reporté F

Créer une droite perpendiculaire

Création d'une perpendiculaire à l'axe des x et passant par F en utilisant menu : **Créer Objet / Droite / Droite Perpendiculaire** (vous pouvez aussi utiliser le bouton correspondant dans la barre des menus). Cliquez sur le point F puis sur l'axe des abscisses.

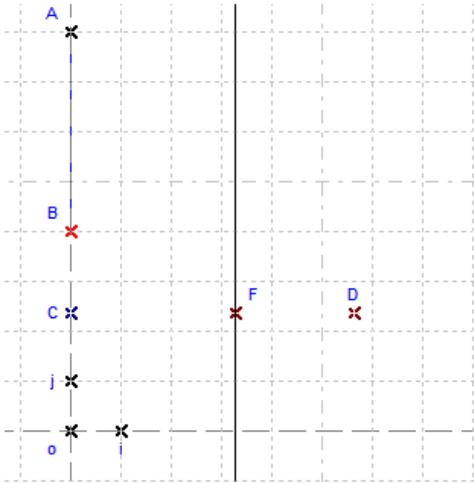


Figure 99 : Droite perpendiculaire

Créer un point d'intersection

Créez le point G intersection de la perpendiculaire avec (oi) en utilisant le menu : **Créer Objet / Point / Intersection de 2 lignes** (vous pouvez aussi utiliser le bouton de la barre des menus). Cliquez sur la droite verticale puis sur l'axe des x.

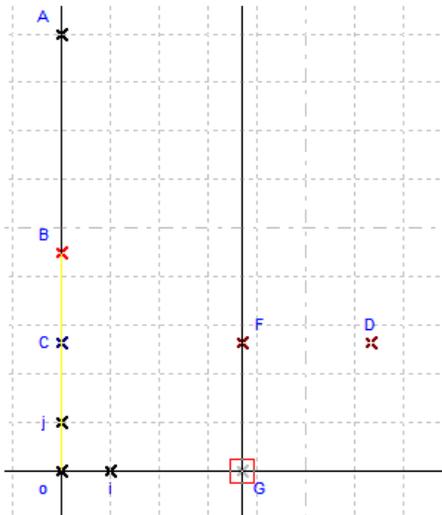


Figure 100 : Point d'intersection G

On peut Zoomer (agrandir ou réduire) avec les boutons du bandeau des menus :



Avec le bouton gauche de la souris on peut déplacer le centre du repère.

Cacher un objet :

Choisir l'objet, puis dans le menu **Actions / Cacher/Montrer un objet**.

Cachez les axes, les segments $[oA]$, $[oB]$, la droite (FG) , les points i , j .

Créez les segments $[oC]$, $[CF]$, $[F,G]$ et $[Go]$, puis déplacez le point C pour voir comment le rectangle varie.

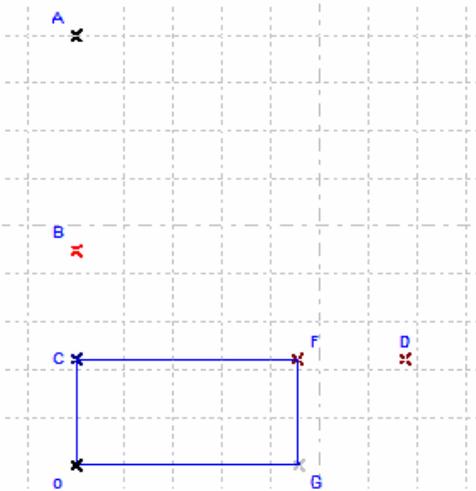


Figure 101 : Rectangle

Sauvegardez votre figure par le menu général **Fichiers / Enregistrer sous ...**

Créer une surface

Pour mettre en évidence la surface entourée de clôture, nous allons créer la surface $oCFG$: **Créer Objet / Surface / Polygone**.

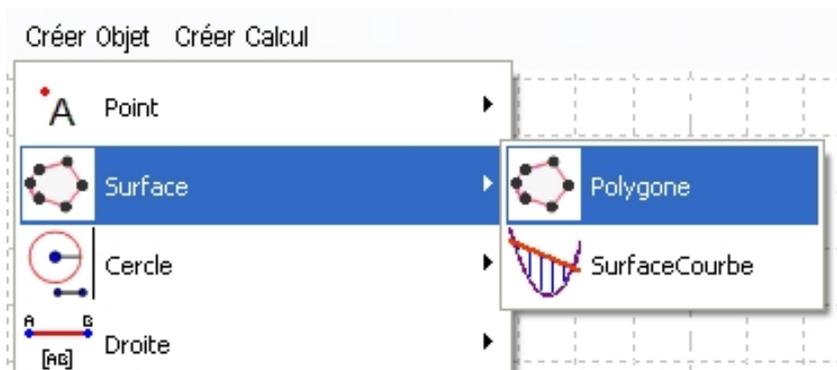


Figure 102 : Menu Surface / Polygone

Sélectionnez successivement les points o , C , F , G et à nouveau o . La surface se colorise.

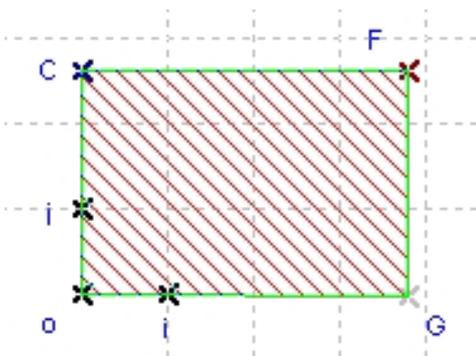


Figure 103 : Surface $oCFG$

Il est possible de changer la couleur et la texture de la surface. En effectuant un click droit sur la surface, la *boite des propriétés de oCFG* s'ouvre. On peut choisir une autre couleur dans le menu déroulant *Couleur* et une autre texture grâce au menu déroulant *Texture*. Les changements s'appliquent en cliquant sur le bouton **OK**.

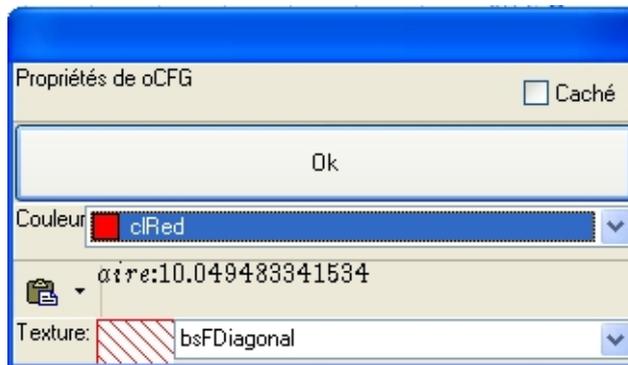


Figure 104 : Boite des propriétés de surface

Créer un calcul

Basculez dans le *volet de calculs géométriques* (bouton **Calculs Géométriques**)

Dans la barre des menus cliquez sur **Créer Calcul**.

Une *boîte de dialogue* vous permet d'entrer le calcul $oC+CF+FG$, somme des longueurs des côtés de l'enclos

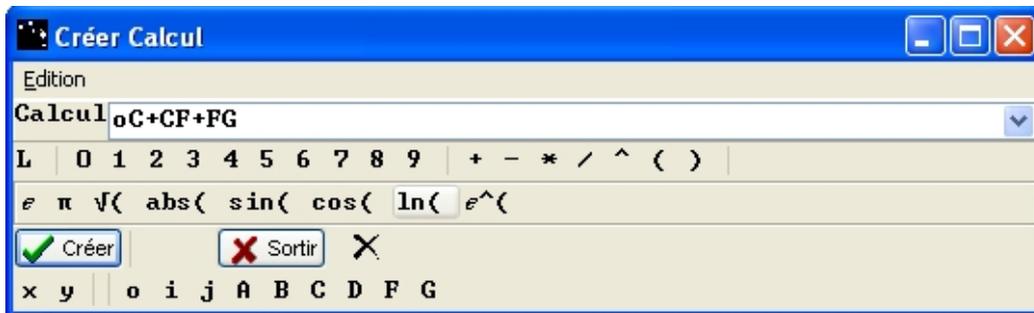


Figure 105 : Boîte de création de calcul

Après avoir cliqué sur **Créer** et **Sortir** la somme apparaît dans un nouveau volet. Cochez alors cette somme, le logiciel en donne une valeur approchée. En déplaçant le point C la somme ne change pas, elle reste égale à la valeur du paramètre L (affichée dans la barre des menus).

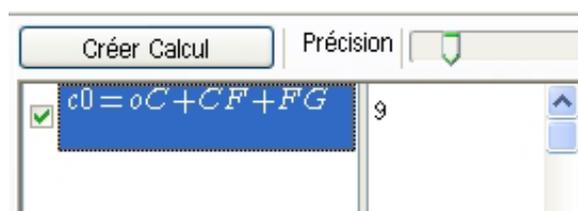


Figure 106 : Volet de Calcul

Si vous préférez avoir le calcul sous la forme $d(o,C)+d(C,F)+d(F,G)$, choisissez dans menu général **Options / Volets algèbres / Affichage Distance d(,)**.

Créez maintenant le calcul $oC * oG$ qui représente l'aire du rectangle.

Comme ce rectangle représente l'enclos nous allons pouvoir déterminer son aire maximale. Déplacer le point C pour déterminer approximativement la valeur maximale. Pour les positions C en o ou C en B, l'aire est zéro. L'aire semble être maximale quand C est au milieu de [oB].

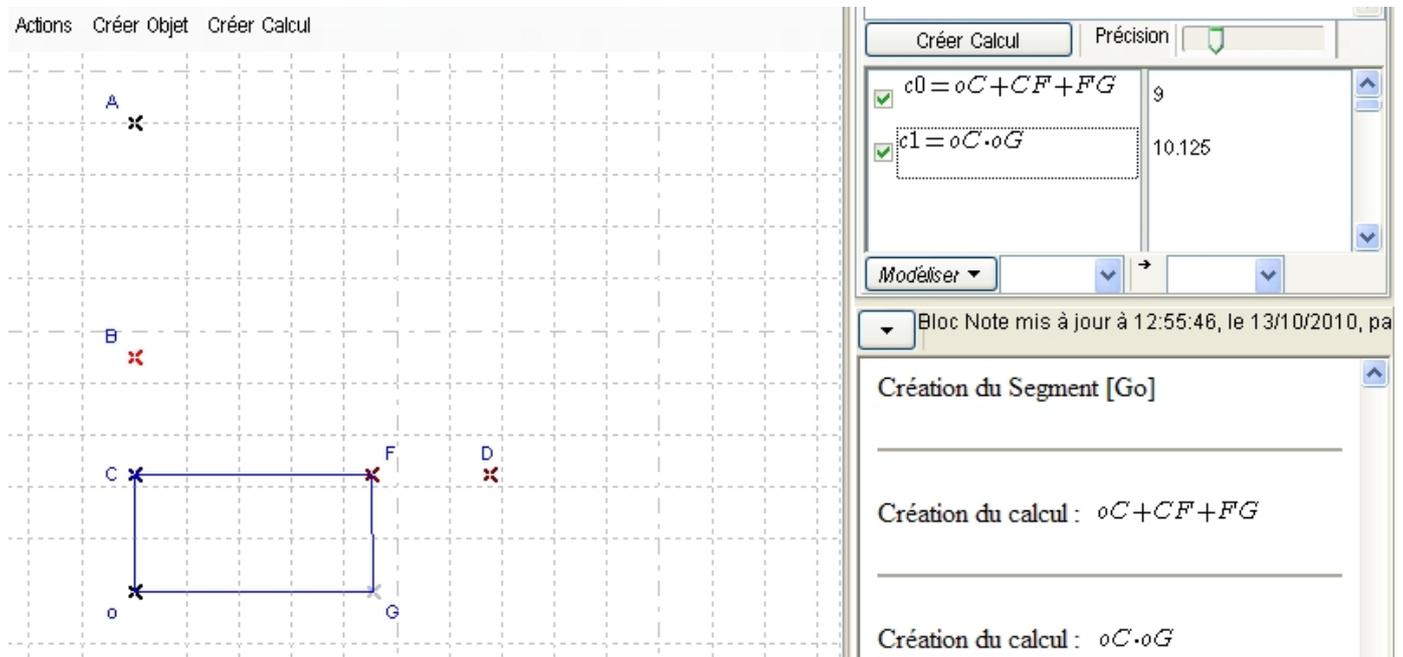


Figure 107 : Aire maximale

Créer une fonction géométrique

Nous cherchons à résoudre le problème en utilisant les possibilités du calcul formel. Pour cela nous avons besoin de définir une fonction où la variable dépend du point C et où les valeurs prises par cette fonction correspondent aux aires possibles de l'enclos. On peut utiliser plusieurs variables pour ce problème (distance entre o et C, distance entre B et C, ordonnée du point C). Choisissons la distance entre o et C. Créez un nouveau calcul : oC .

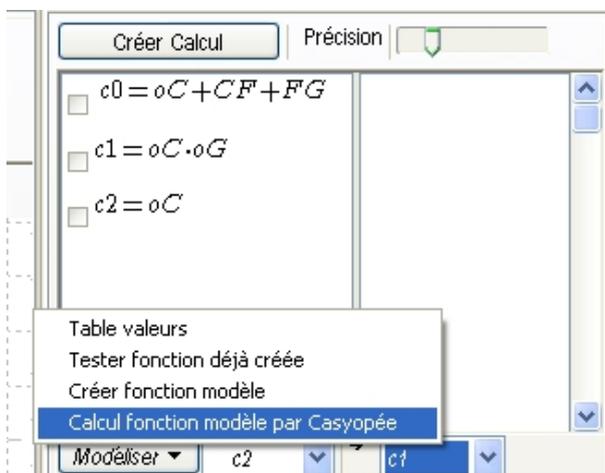


Figure 108 : Menu Modéliser

Dans les menus déroulants (à droite du bouton **Modéliser**), choisissez c_2 puis c_1 . Cliquez sur **Modéliser** puis **Table Valeurs** (Figure 108). Vous obtenez un affichage des valeurs approchées des deux calculs. La ligne fléchée correspond à la configuration courante. Un affichage graphique avec une indication du repère est affichée en partie droite. Le point noir correspond aux valeurs des calculs dans la position courante. Ici l'affichage permet de conjecturer une dépendance fonctionnelle de c_2 vers c_1 .

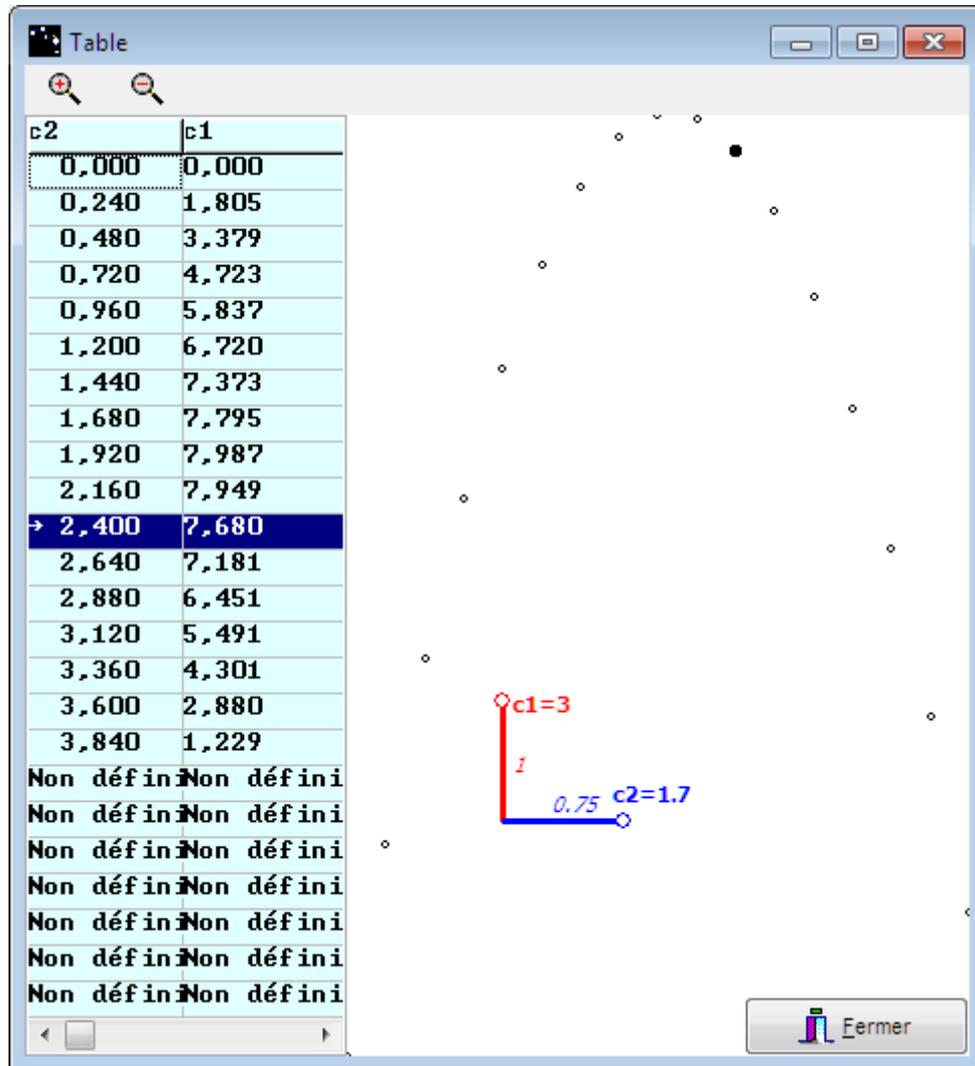


Figure 109 : table du menu Modéliser

Pour vérifier cette conjecture, cliquez sur **Modéliser** puis **Calcul fonction modèle par Casyopée** (Figure 108). Une *boite Calcul fonction modèle* s'ouvre. Parce qu'il existe effectivement, dans cet exemple, une dépendance fonctionnelle il est possible à Casyopée de calculer une fonction. Sa forme algébrique ainsi que l'ensemble de définition de la variable sont affichés.

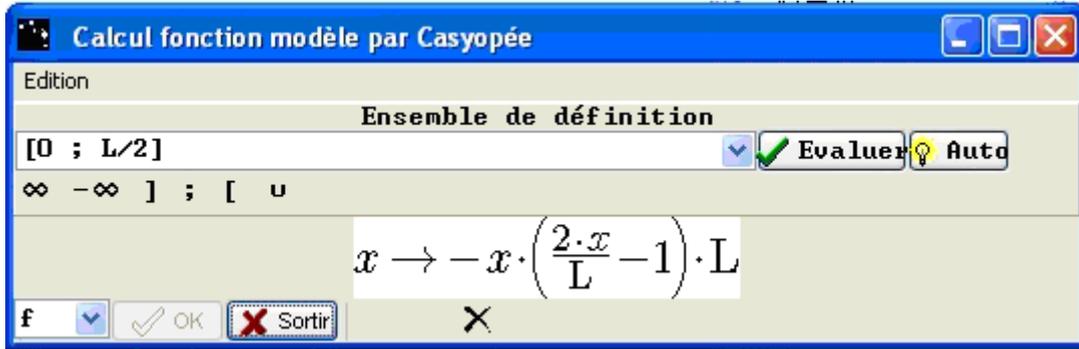


Figure 110 : Boite de calcul de fonction modèle

Vous pouvez choisir le nom pour cette fonction dans la liste déroulante à gauche.

Comme la fonction est définie sur un sous ensemble de l'ensemble de définition calculé pour la variable mais pas nécessairement pour la totalité, vous pouvez modifier son ensemble de définition. Ce n'est pas nécessaire pour cet exemple. Évaluez d'abord l'ensemble de définition, de façon que Casyopée intègre les valeurs limites dans la *liste des valeurs de x*. Validez ensuite avec **OK**.

Casyopée bascule dans le *volet d'algèbre*. Observez comment la fonction apparaît.

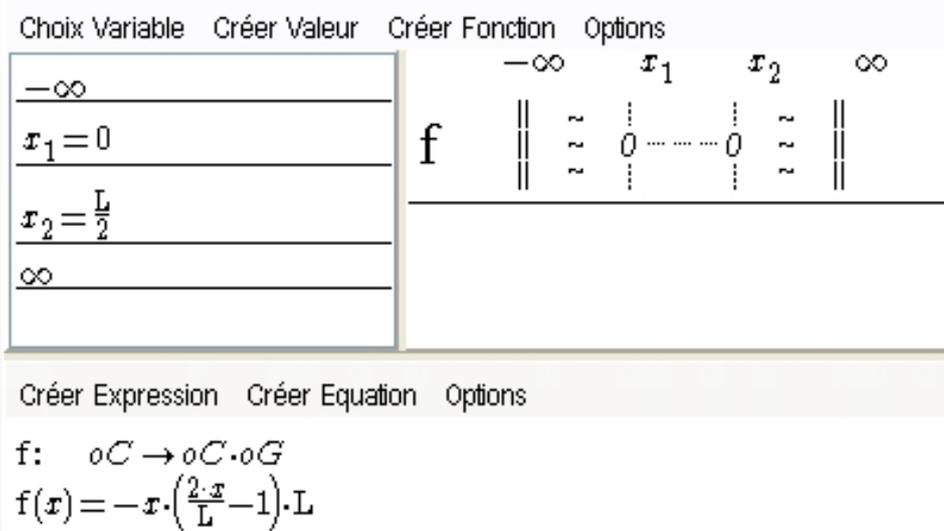


Figure 111 : Fonction créée comme modèle de dépendance entre calculs géométriques

C'est un exemple d'utilisation du calcul formel.

Note :

Ici l'ensemble de définition et la formule ont été calculés par Casyopée. On peut vouloir calculer ces éléments soi-même, soit parce que Casyopée n'a pas réussi à le faire, soit pour mener l'activité de modélisation sans l'aide de Casyopée. Les entrées **Tester fonction déjà créée** et **Créer fonction modèle** du menu **Modéliser** permettent cela. La première teste comme modèle une fonction créée dans la liste Algèbre. Avec la seconde vous créez une nouvelle fonction qui est testée comme modèle. Casyopée renvoie un diagnostic, soit « modélisation réussie », soit une égalité algébrique qui n'a pas pu être vérifiée par le noyau Maxima. Dans ce cas, vous devez faire cette vérification vous-même.

Basculez sur le *volet graphique* grâce au bouton **Graphiques**. Graphez la fonction en la cochant dans la liste située en bas du *volet graphique*.

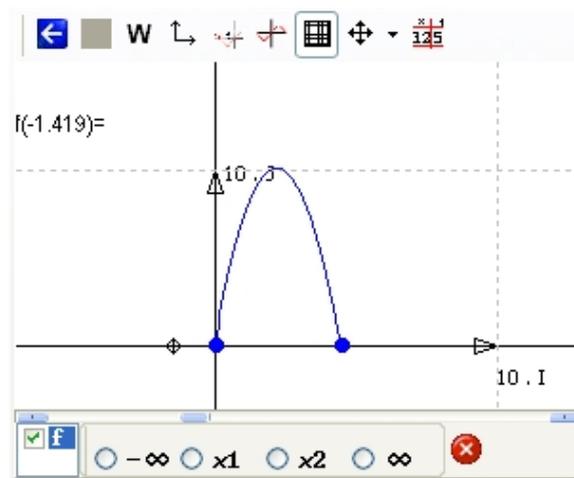


Figure 112 : Représentation graphique de la fonction géométrique

Lien Géométrie Graphe

Il est utile de faire apparaître ensemble le volet Géométrie et le volet Graphe. Revenez au *volet de géométrie* (entrée de menu **Géométrie**) et activez le *volet graphique* grâce à l'entrée de menu **Graphiques**. Il y a interaction entre la construction dans le *volet de géométrie dynamique* et les représentations des fonctions : Pointez sur une des courbes du *volet graphique* avec la souris, déplacez le point C, le viseur (trace) se déplace en conséquence sur la courbe et les valeurs prises par la fonction s'affichent. Pointez sur la courbe, déplacez le viseur sur cette courbe, le point L se déplace aussi. On peut aussi utiliser le curseur en bas du volet graphique. Vous pouvez donner une vitesse non nulle au point C de façon à ce que le déplacement se fasse de façon automatique. Arrêtez avec **Action Stopper Points Mobiles**.

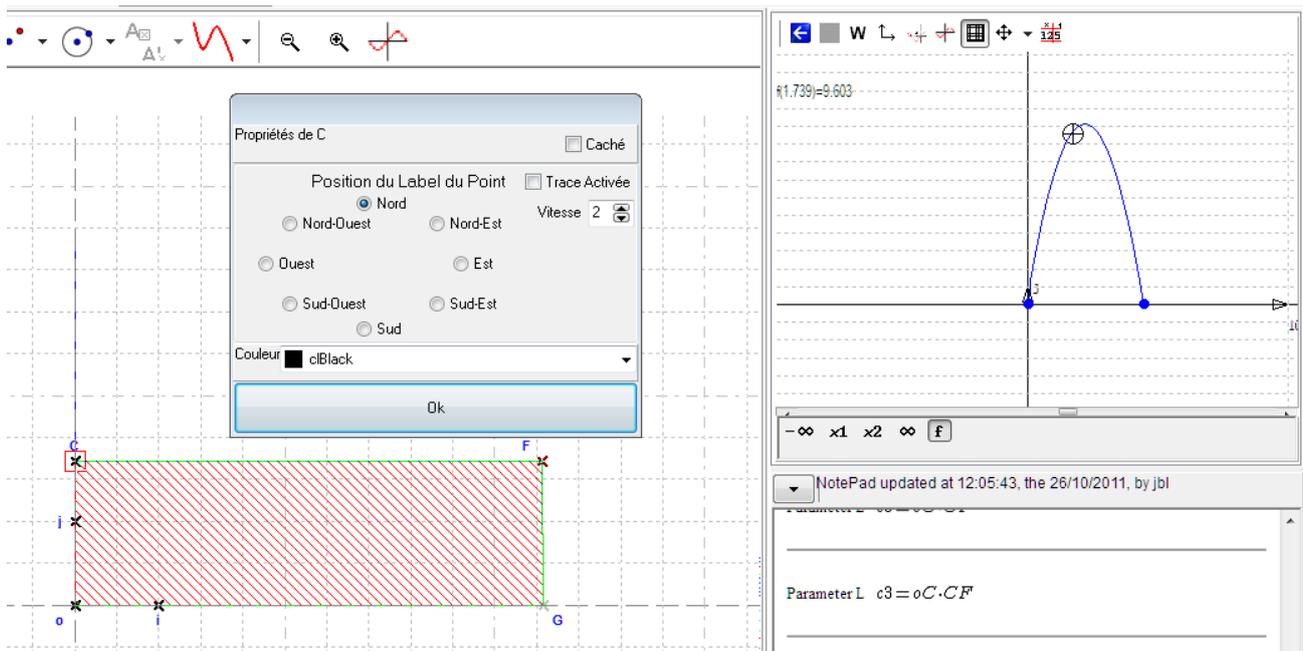


Figure 113 : Lien Géométrie Graphe et vitesse d'un point libre

Preuve du maximum

Sélectionnez f dans la *liste des fonctions* puis utiliser le menu **Justifier / Variation : Fonction de Référence**.

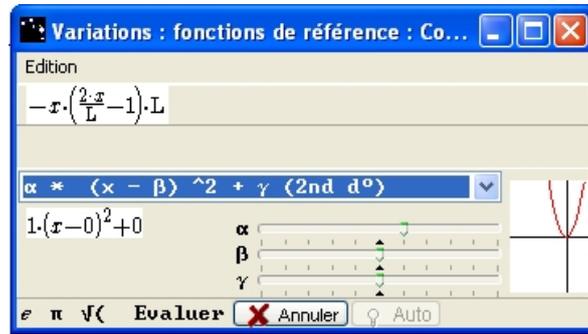


Figure 114 : Boite "Variation"

Choisissez le deuxième item, *fonction du second degré*. Ajustez les paramètres pour obtenir une courbe semblable à celle de la fonction à étudier. Avec le bouton **Evaluer** vous obtenez la forme quadratique de la fonction f .

Vous renseignez le sens de variation puis vous validez avec **Evaluer Prop.**



Figure 115 : Boîte "conclusion" sur les variations

Lorsque les propositions sont justes, le bouton **OK** est activé. Cliquez dessus.



Figure 116 : Boîte "conclusion" renseignée

Le tableau de variation est rempli.

Signe : variations Connues

$$-L \cdot x \cdot \left(\frac{2-x}{L} - 1\right)$$

Variations : fonctions de référence

$$-L \cdot x \cdot \left(\frac{2-x}{L} - 1\right)$$

de la forme $\alpha(x-\beta)^2 + \gamma$

$$= \frac{L^2}{8} - 2 \cdot \left(x - \frac{L}{4}\right)^2$$

Fonction f

croissante sur $]0; \frac{L}{4}[$

décroissante sur $]\frac{L}{4}; \frac{L}{2}[$

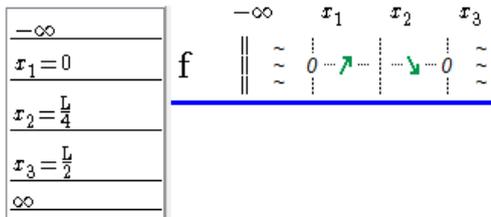


Figure 117 : Représentation des variations

Un résumé s'écrit dans le *Bloc Notes*. Il pourra servir de base pour écrire une justification.

x_2 est la position de C pour laquelle l'aire est maximum. En sélectionnant x_2 dans la *liste des valeurs symboliques* le logiciel affiche la valeur de l'aire maximum : $\frac{L^2}{8}$.

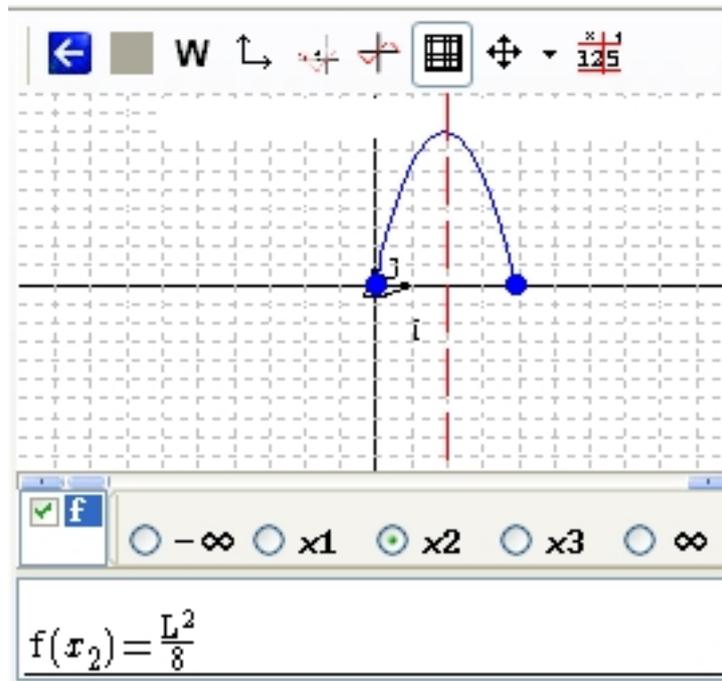


Figure 118 : Maximum de la fonction f

Vous pouvez revenir au *volet de géométrie dynamique* et construire l'enclos d'aire maximale en plaçant C au milieu de [oB] !

Ceci termine le quatrième exemple d'utilisation. On a vu comment Casyopée peut aider à modéliser un problème de géométrie. Pour d'autres exemples, avec des indications pour une mise en œuvre en classe :

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/l-ane-et-le-puits/>

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/modelisation>

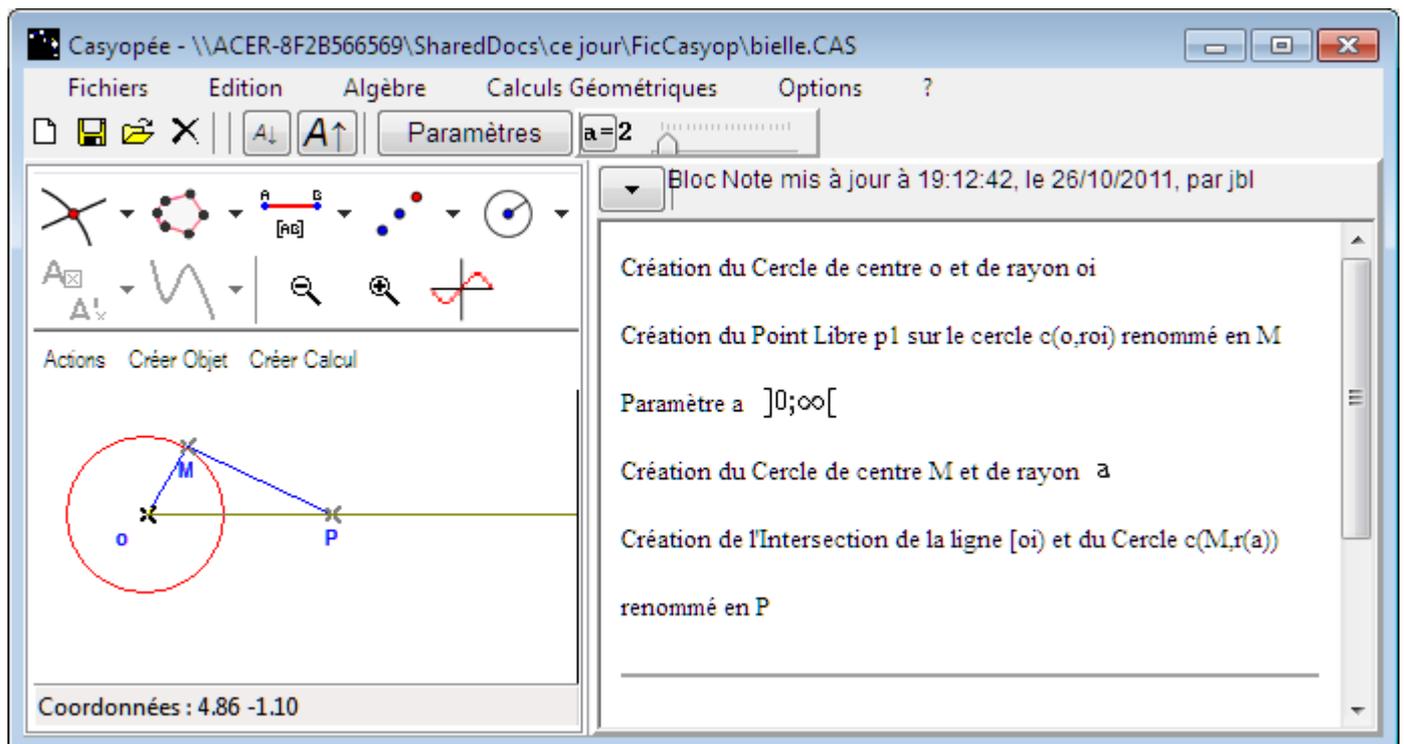
<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/optimisation-seconde>

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/la-gouttiere>

Géométrie Dynamique (2) : modéliser en fonction de la position d'un point sur un cercle

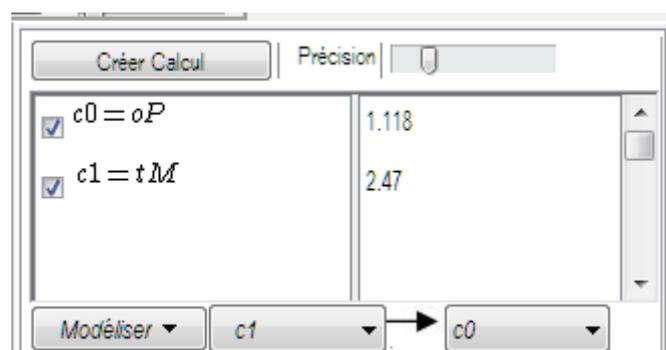
Cinquième exemple : bielle et vilebrequin

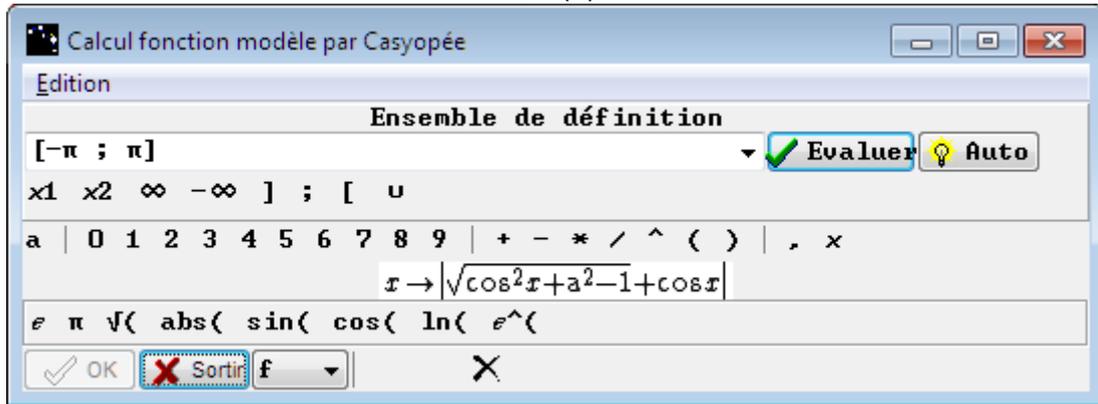
Soit M un point mobile sur le cercle de centre o et de rayon 1. Soit P le point de la demi-droite $[ox)$ à distance a de M , a étant un paramètre positif. On s'intéresse à la distance oP en fonction de la position de M . Pour les mécaniciens, le segment $[oM]$ est partie du vilebrequin, et le segment $[MP]$ représente la bielle. On s'intéresse à la distance oP , c'est-à-dire la, distance entre l'axe du vilebrequin et le piston, en fonction de la position de M .



Vous pouvez affecter une vitesse au point M pour voir le mécanisme s'animer (Figure 113).

Le calcul géométrique à choisir pour la valeur de la fonction est oP . Mais quelle variable choisir pour représenter la position de M ? Il est possible de choisir le paramètre t_M qui règle le déplacement de M sur le cercle. On observe que t_M varie de $-\pi$ à π et vaut zéro quand M est sur l'axe des x .





Après avoir fait calculer la fonction modèle et avoir validé l'ensemble de définition et la formule donnée par Casyopée, on obtient un message d'avertissement indiquant que Maxima ne peut certifier l'existence de cette fonction.

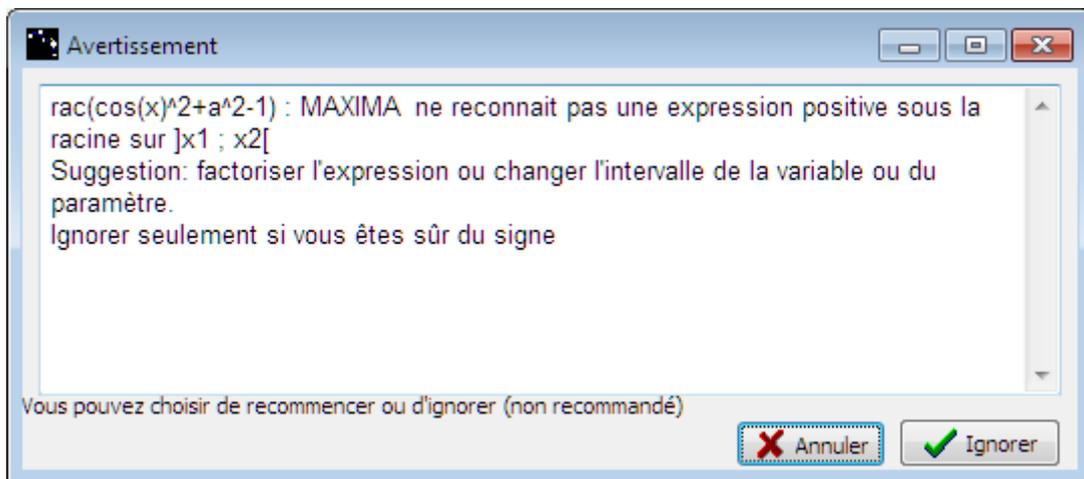
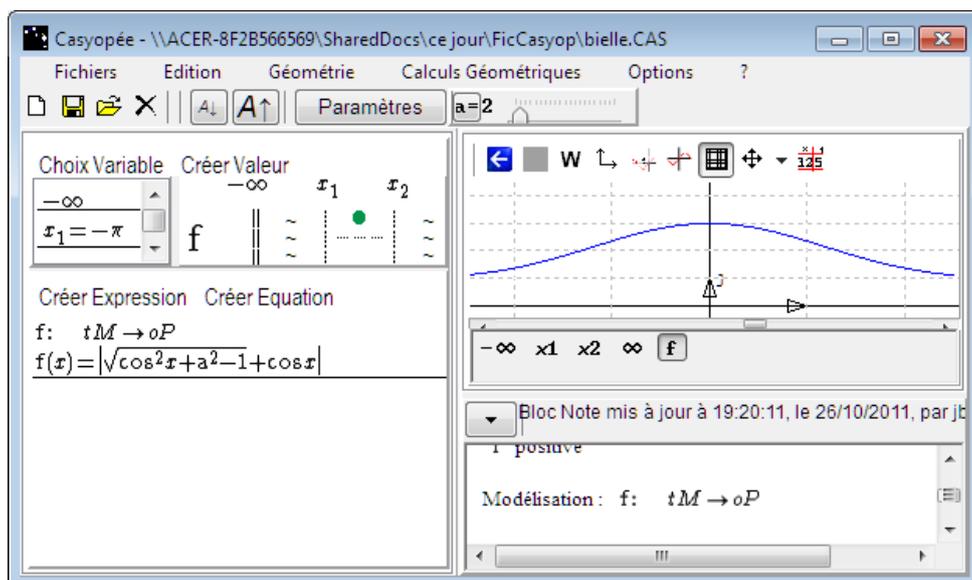


Figure 119 : Avertissement de Maxima

Notez qu'un tel avertissement peut se produire alors que la définition est correcte mathématiquement, du fait des limites du calcul formel. C'est pourquoi la possibilité vous est laissée d'ignorer l'avertissement après une nouvelle mise en garde : la fonction pourra être créée. Fin du cinquième exemple.



Géométrie Dynamique (3) : considérer une courbe comme un objet géométrique

Sixième exemple : vers la notion de nombre dérivé

Le but est d'étudier le quotient « différence des y sur différence des x »
en un point d'une fonction cubique.

Créez d'abord, dans la *liste de calcul symbolique*, la fonction $f(x) = 2x^3 - x$ ainsi que le paramètre a .

Nouvelle fonction définie sur $]-\infty; \infty[$

$$f(x) = 2 \cdot x^3 - x$$

Création de la Courbe f

Paramètre a $]-\infty; \infty[$

Créer une courbe dans le volet de géométrie

Puis, basculez dans le volet *de géométrie dynamique* et sélectionnez le menu **Créer Objet / Courbe**.

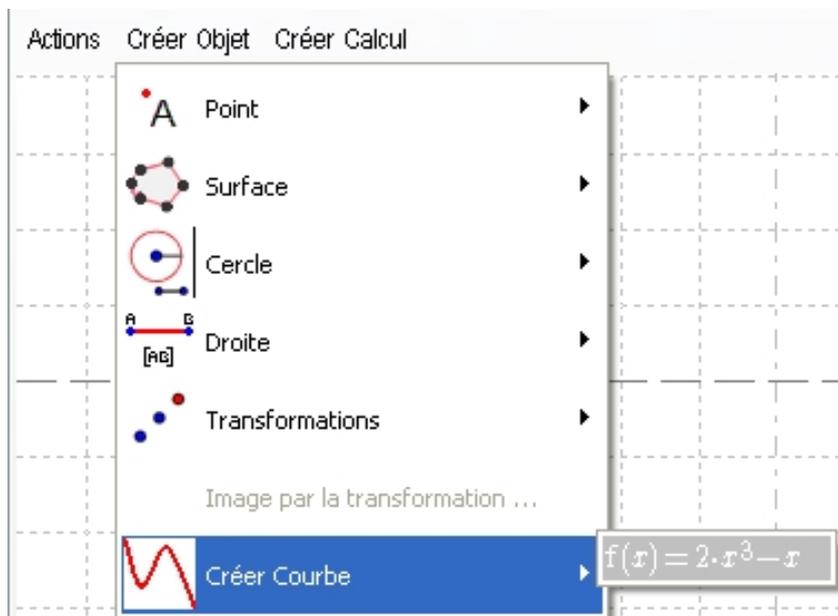


Figure 120 : Menu Créer Objet / Créer Courbe

La courbe de la fonction sélectionnée est affichée.

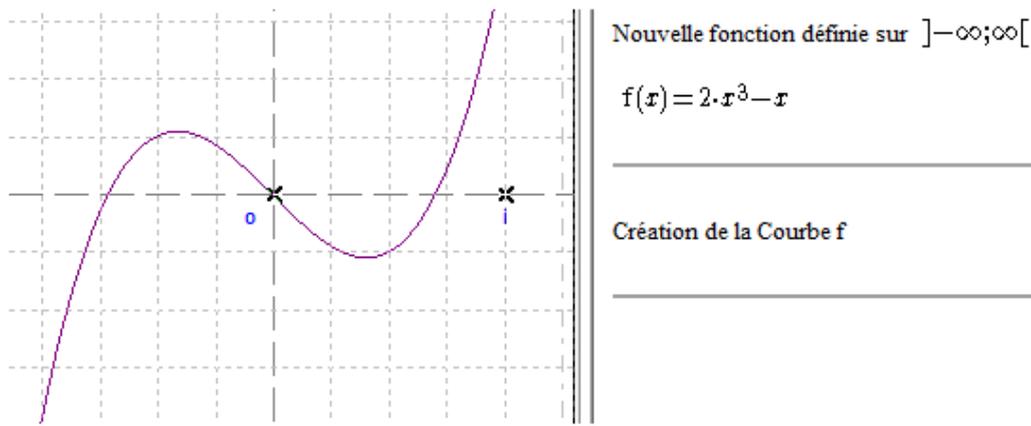


Figure 121 : Courbe dans le volet de géométrie

Etudier un coefficient directeur

Créez le point A(a,f(a)). Notez que le point A se déplace sur la courbe quand vous pilotez le paramètre.

Créez le point M, point libre sur la courbe. Notez que ce point se déplace à l'aide de la souris.

Créez le calcul $(y_M - y_A)/(x_M - x_A)$ qui est le coefficient directeur de la droite (AM).

Observez les valeurs prises par ce quotient quand M est proche de A et pour plusieurs valeurs de a. Il est possible de zoomer sur la courbe, il est aussi intéressant de réduire le pas de a.

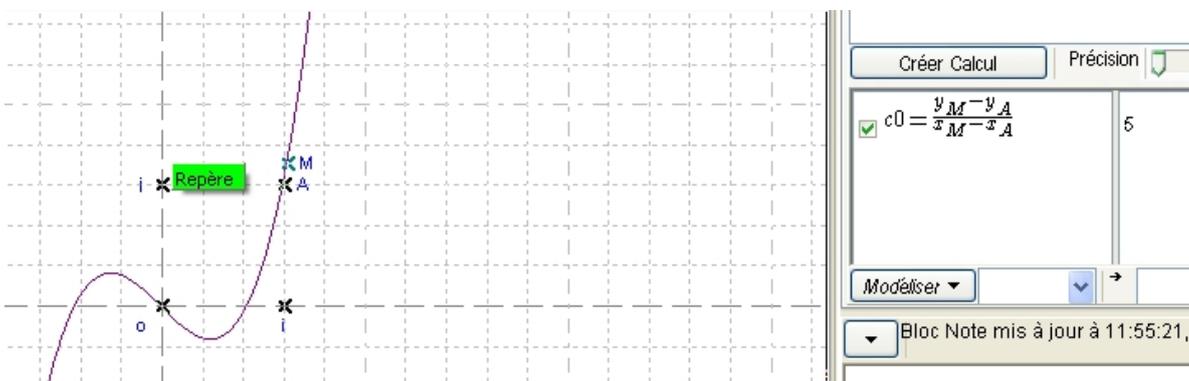


Figure 122 : Valeur calcul géométrique et représentation

Créez le calcul $(x_M - x_A)$ que vous utiliserez comme antécédent.

Créez dans la *liste des valeurs de x* la valeur zéro ($x_1 = 0$). Modélisez la fonction $c1 \rightarrow c2$. Puis, en cliquant sur **Auto** l'ensemble de définition correct apparaît. Validez avec **OK**, puis **Sortir**.

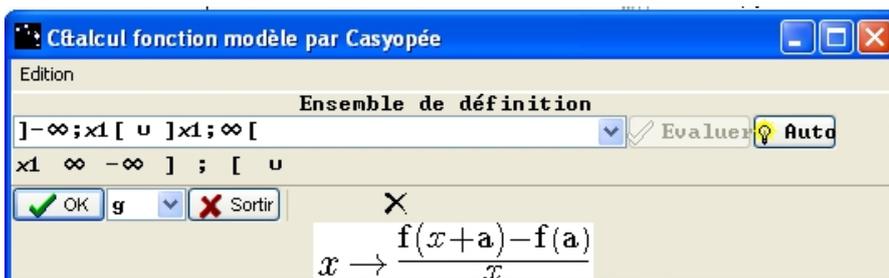


Figure 123 : Calcul fonction "Nombre dérivé"

Dans la *liste de calcul symbolique* vous pouvez grapher la fonction g et aussi demander la limite quand x tend vers 0 (x_M tend vers x_A) qui est le nombre dérivé de f en a .

- soit quand le paramètre est instancié (mode pilotage, le curseur est « déplié » ) ,

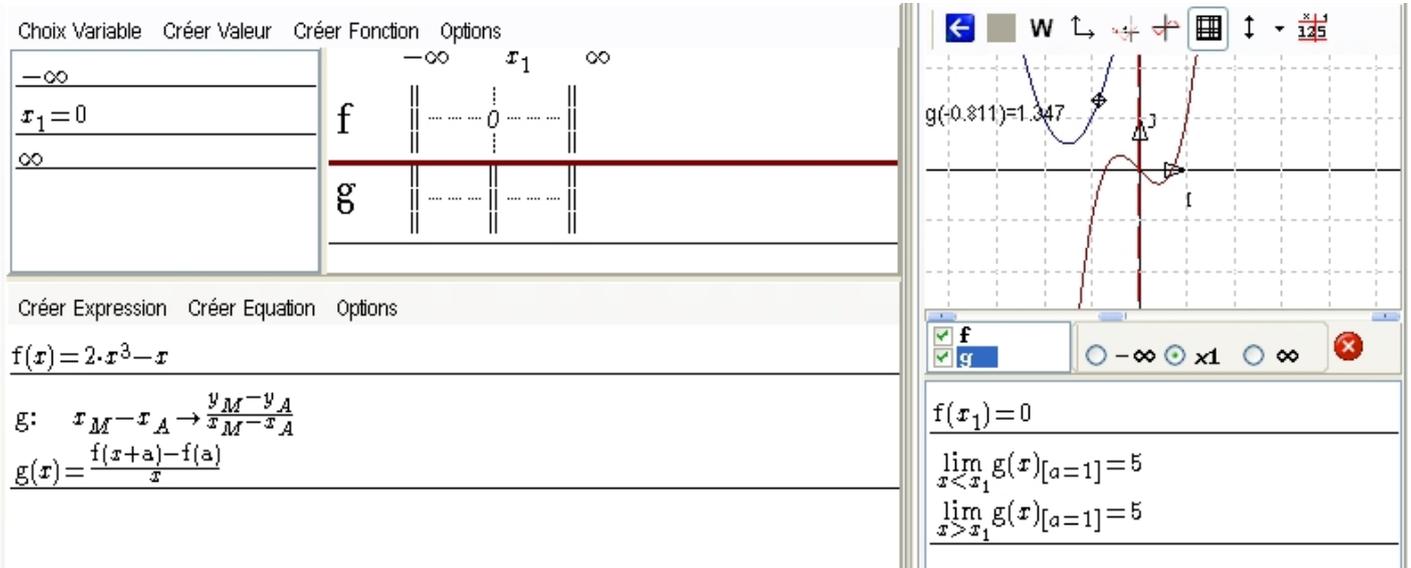


Figure 124 : Formules et représentation avec paramètre instancié

- soit quand le paramètre est « formel » (le curseur est « rangé » ¹ :

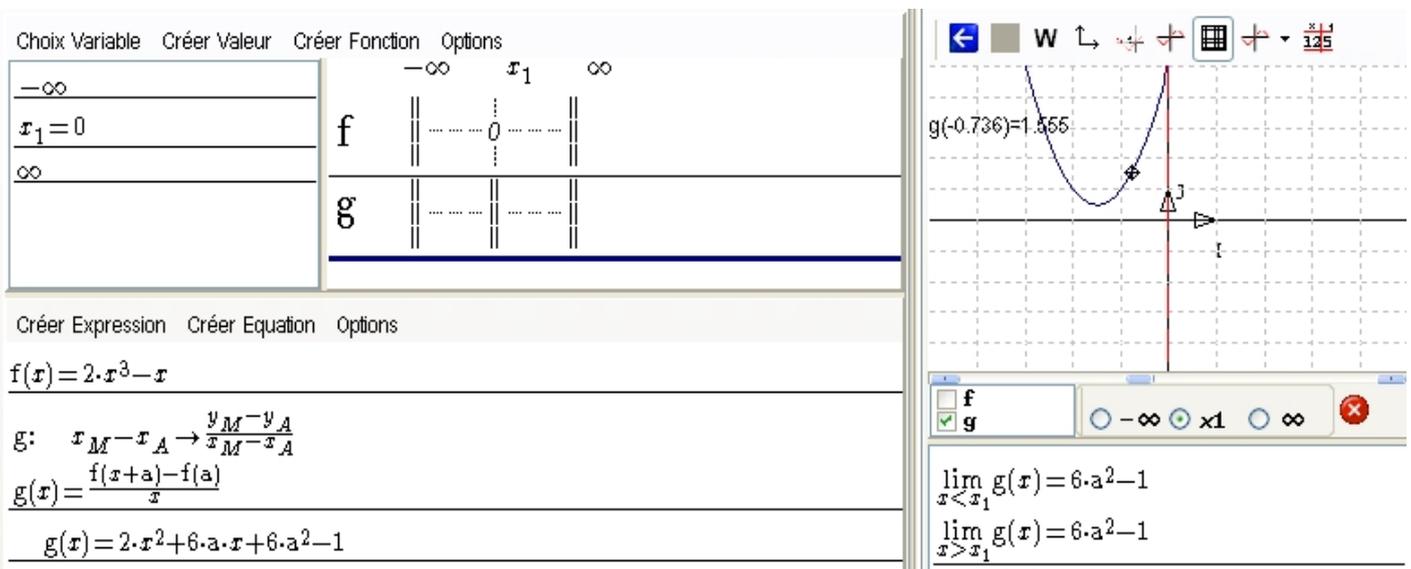


Figure 125 : Formules et représentation avec paramètre formel

¹ On passe du mode « pilotage » au mode « formel » en cliquant sur le bouton identifiant le paramètre.

Observer le lien entre géométrie et représentation graphique

Dans le volet de géométrie, vous pouvez faire apparaître l'aspect géométrique du problème (partie gauche) et dans le volet graphique la courbe des valeurs du quotient (partie droite). Un déplacement dans une partie entraîne un déplacement dans l'autre.

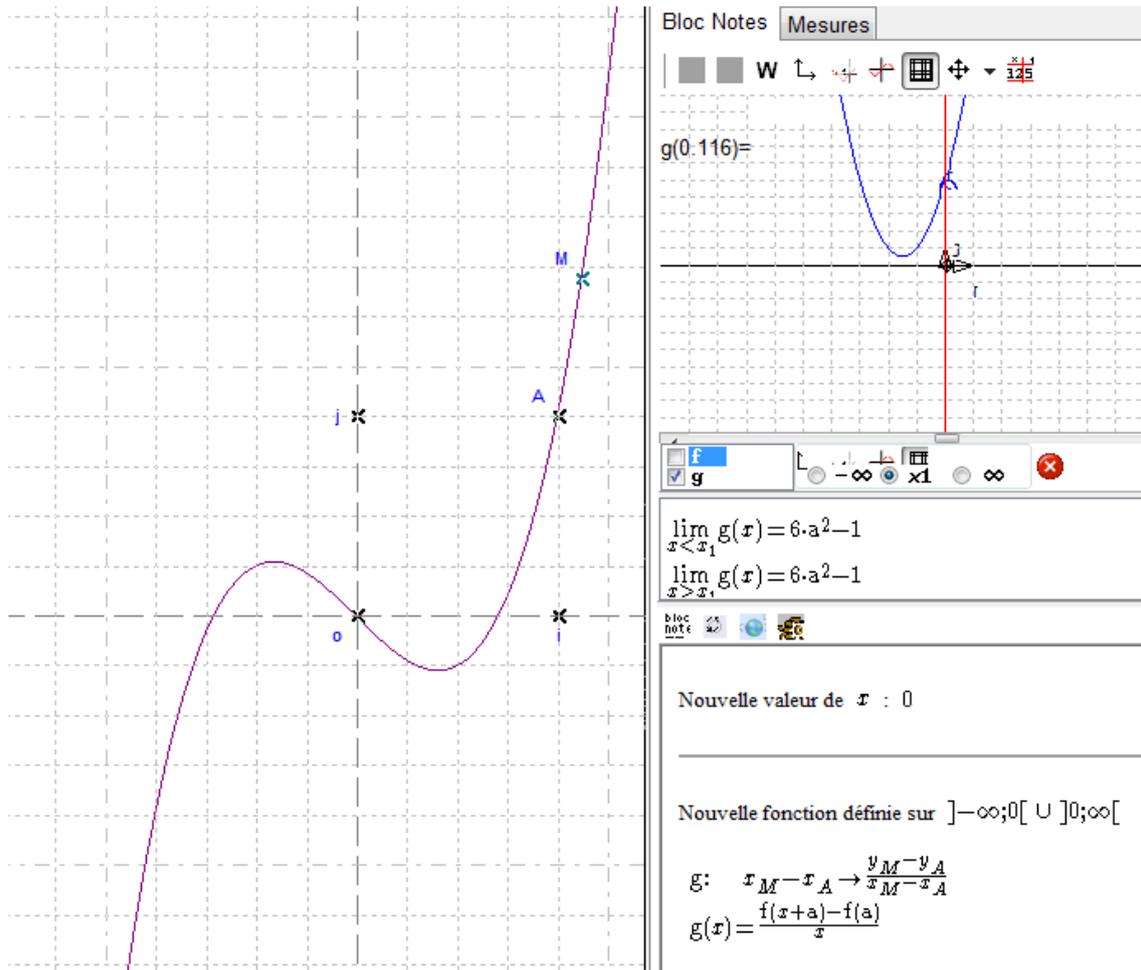


Figure 126 : Volets de géométrie et graphique

Ceci termine le sixième exemple d'utilisation qui nous a montré comment utiliser une courbe comme objet géométrique dans Casyopée.

Pour d'autres exemples, avec des indications pour une mise en œuvre en classe :

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/quadrature/>

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/sous-tangente/>

Calcul Symbolique (4) : Fonctions à valeur dans \mathbb{R}^2 et courbes paramétrées

Fonctions à valeur dans \mathbb{R}^2

Les fonctions à valeur dans \mathbb{R}^2 sont entrées par le menu **créer fonction** entrée **par domaine + formule**. La seule différence avec les fonctions à valeur dans \mathbb{R} est que dans le champ de saisie, on entre deux formules séparées par une virgule entre crochets, ce qui est cohérent avec les habitudes en mathématiques (Figure 127).

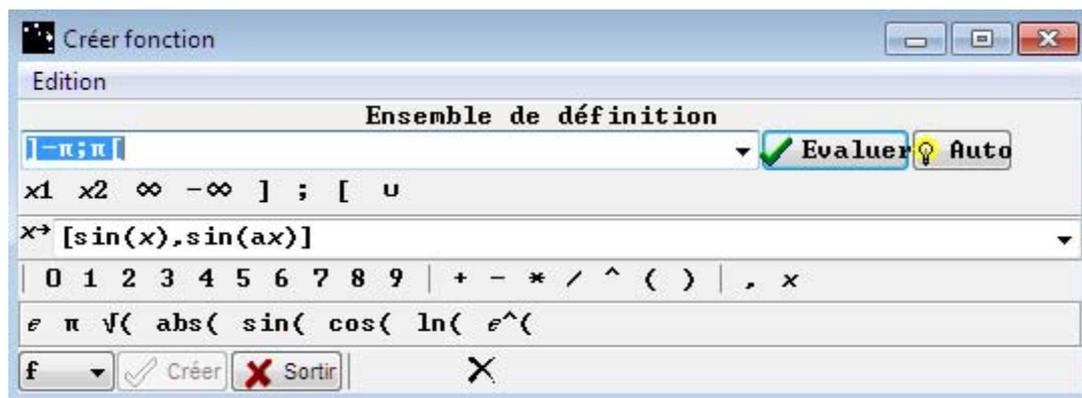


Figure 127 Entrée d'une fonction à valeur dans \mathbb{R}^2

L'affichage dans le volet algèbre est le même que pour les fonctions à valeur dans \mathbb{R} . On peut faire les mêmes transformations et obtenir chaque sous-fonction par l'entrée sous-expressions.

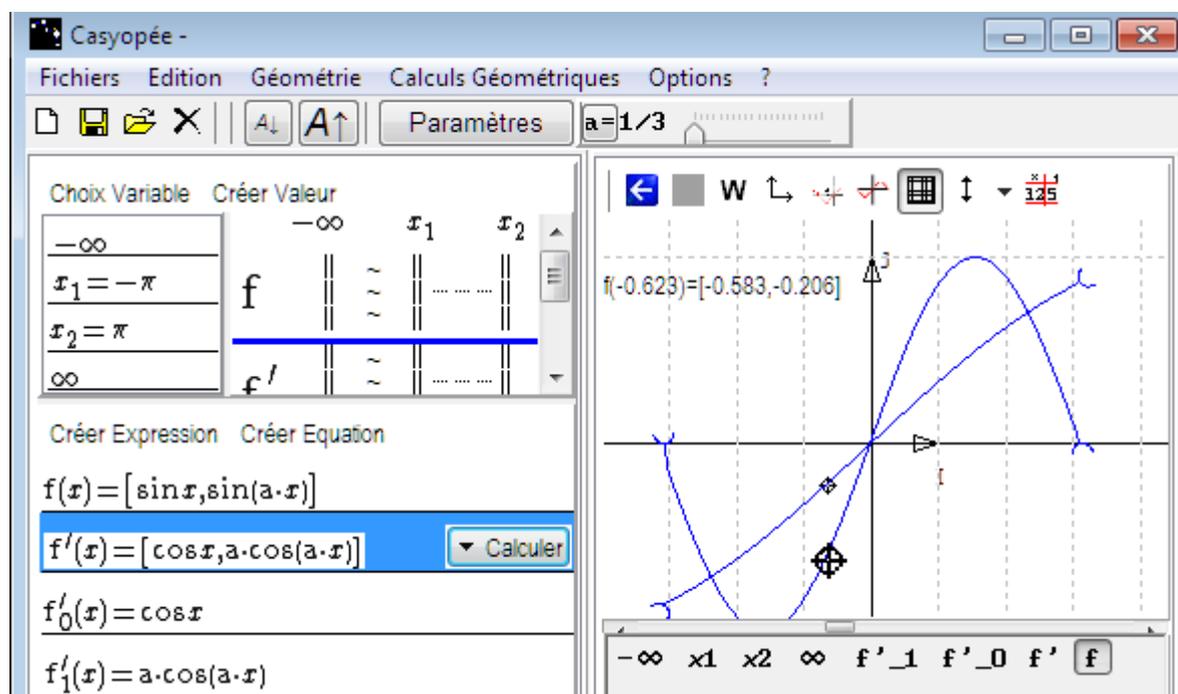


Figure 128 Fonction à valeur dans \mathbb{R}^2 : Transformations et graphes

La fenêtre graphique affiche avec la même couleur les deux graphes. Le viseur de la trace est plus gros pour la première. C'est celui qu'il faut déplacer.

Courbes paramétrées

Une fonction à valeur dans \mathbb{R}^2 étant entrée, la courbe paramétrée est affichée par le menu **créer courbe** du volet Géométrie. Quand on déplace le viseur dans la fenêtre graphique, une marque se déplace à la position correspondante sur la courbe (Figure 129).

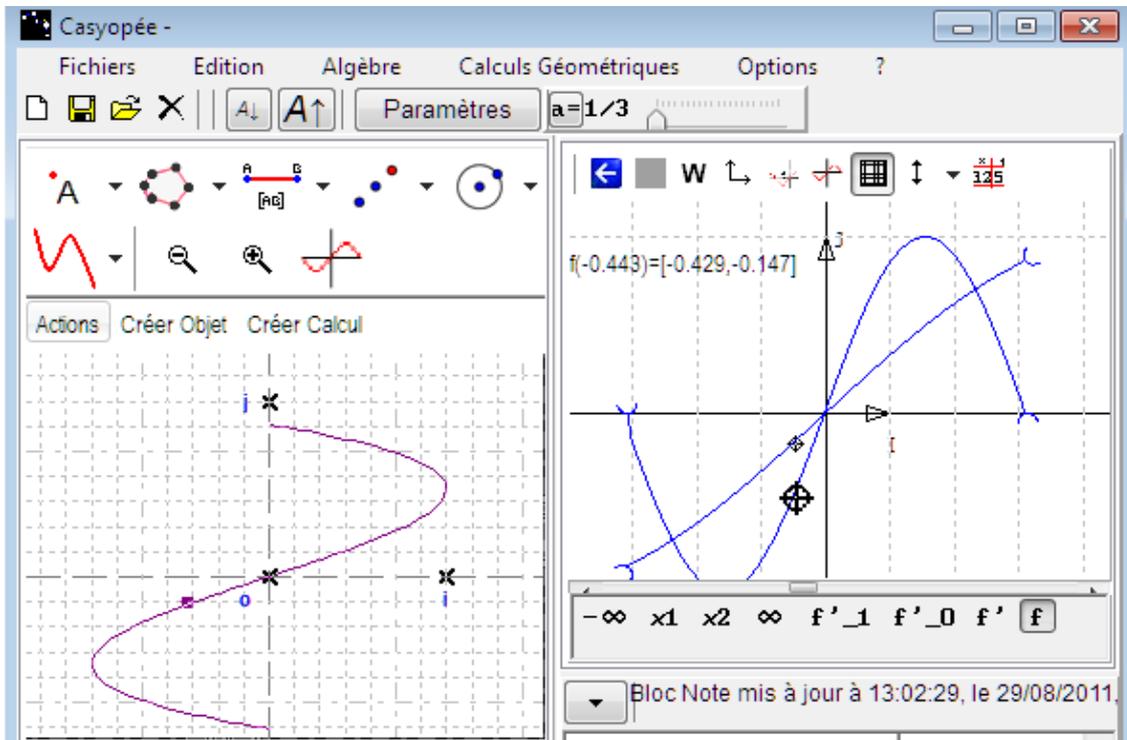


Figure 129 Courbe paramétrée

On peut bien sûr changer la valeur du paramètre (Figure 130).

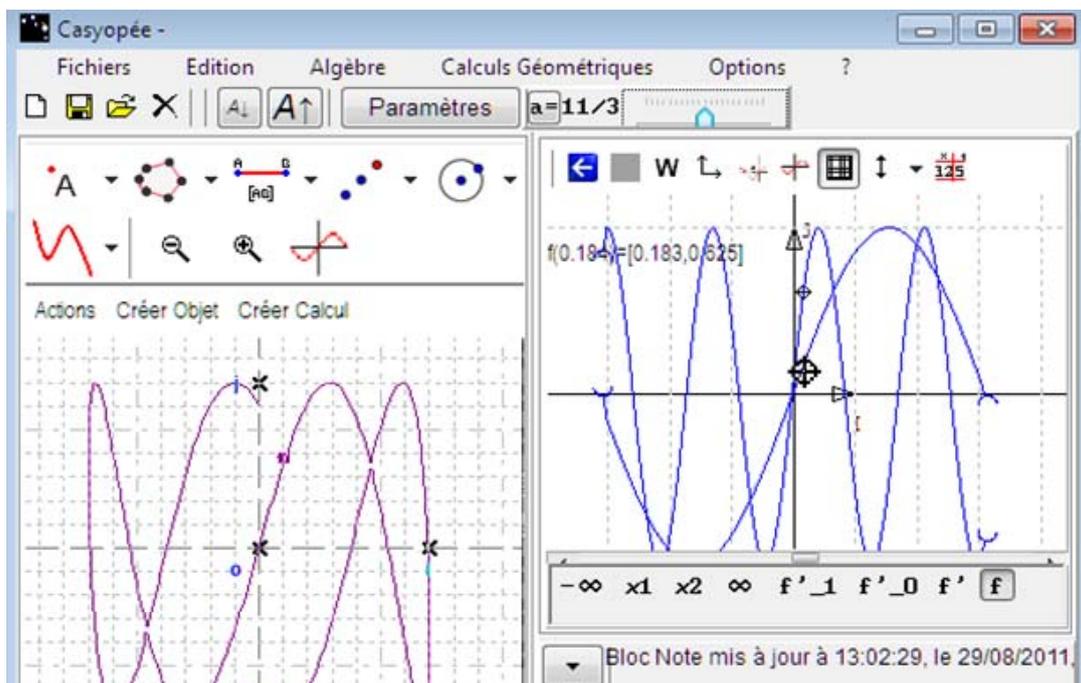


Figure 130

Géométrie Dynamique (4) : lieux géométriques

Cas où le lieu est inclus dans un objet géométrique (droite ou cercle)

Considérons le problème suivant : $[AB]$ est un segment de longueur fixe 5, A étant sur l'axe des x et B sur la demi-droite « positive » de l'axe des y . On cherche le lieu du point M milieu de $[AB]$

La Figure 131 donne les étapes de la construction (Bloc Note à droite) et la construction obtenue (volet Géométrie à gauche). Comme dans Geogebra, l'entrée lieu est dans un menu avec les droites g . Après avoir cliqué cette entrée, il suffit de sélectionner le point avec la souris. Casyopée repère que le lieu est inclus dans un cercle de rayon $5/2$. Il crée le centre, confondu ici avec l'origine, puis le cercle. Seul le demi-cercle supérieur est effectivement décrit par M .

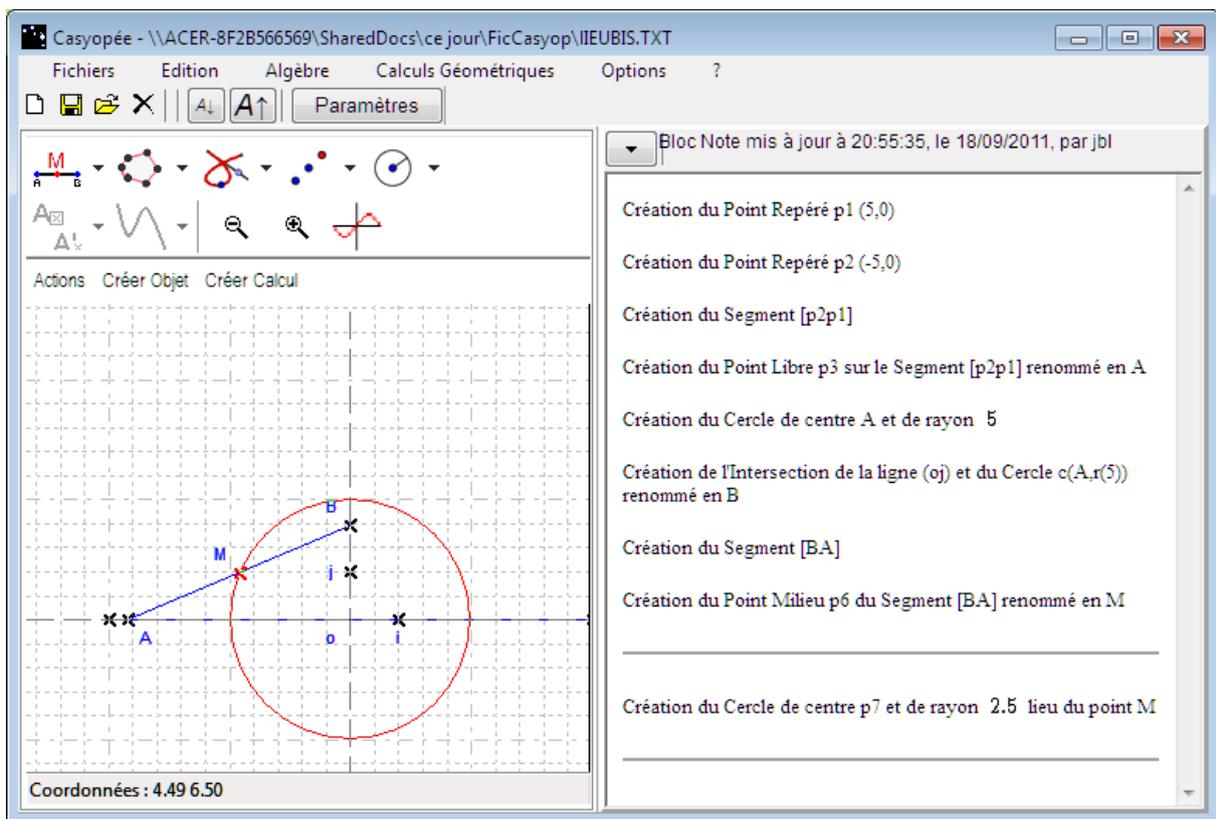


Figure 131 Lieu du milieu d'un segment de longueur fixe dont les sommets sont sur les axes

Cas où le lieu est la courbe représentative d'une fonction

Cherchons maintenant le lieu du point N, milieu de [MB]

Casyopée crée une fonction à valeur dans IR puis sa courbe, comme précisé dans le bloc note. On reconnait une demi-ellipse (Figure 132).

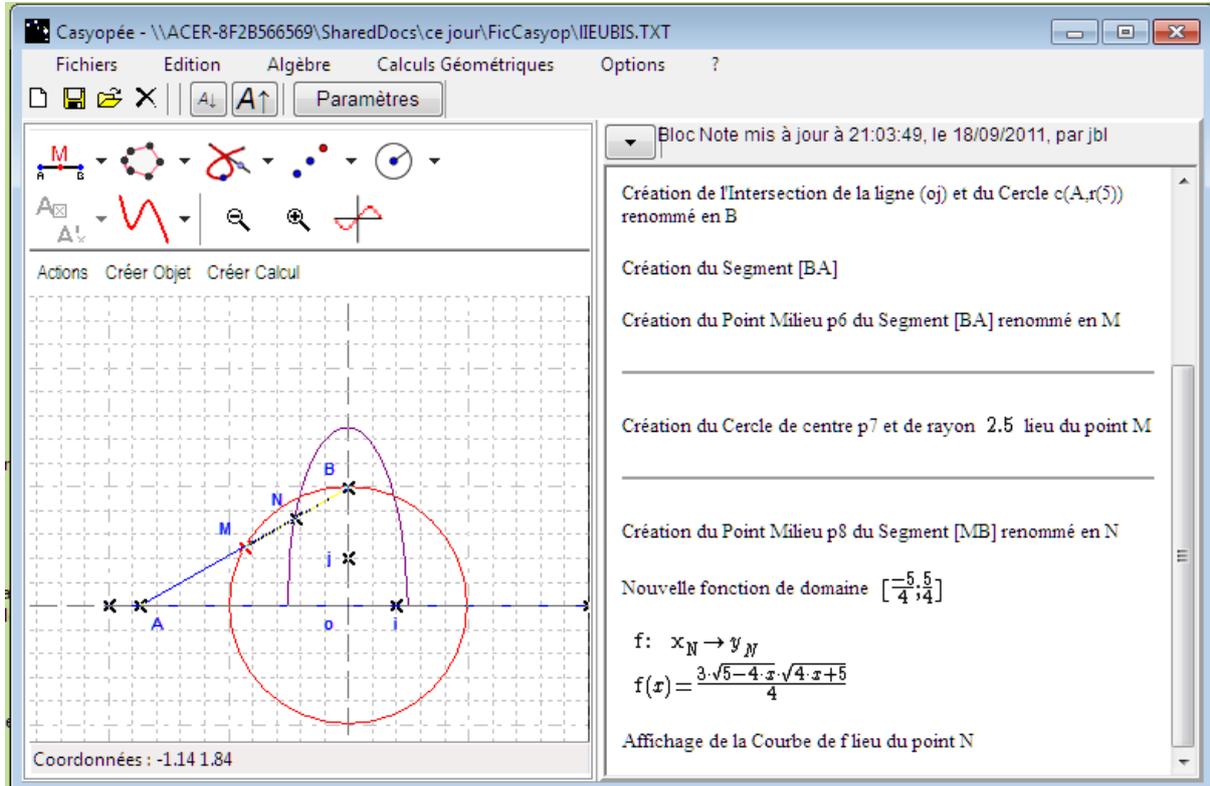


Figure 132 Lieu d'un point sur un segment de longueur fixe dont les sommets sont sur les axes

Cas général : le lieu est la courbe représentative d'une fonction à valeurs dans \mathbb{R}^2 (courbe paramétrée)

Considérons la construction de la parabole par foyer et directrice.

Dans le cas où la directrice est parallèle à l'axe des x, on obtiendra comme dans le cas précédent la courbe d'une fonction à valeur dans \mathbb{R} . Considérons donc la droite (ij) comme directrice et l'origine o comme foyer. Le Bloc Note (Figure 133) montre que la création du lieu est passée par la création d'une nouvelle fonction géométrique à valeur dans \mathbb{R}^2 et l'affichage de la courbe de cette fonction. Noter que l'identificateur de variable t a été automatiquement choisi par Casyopée pour éviter toute confusion.

Il ya une liaison dynamique entre le point libre et le viseur sur les graphes de la fonction à valeur dans \mathbb{R}^2 , dans les deux sens

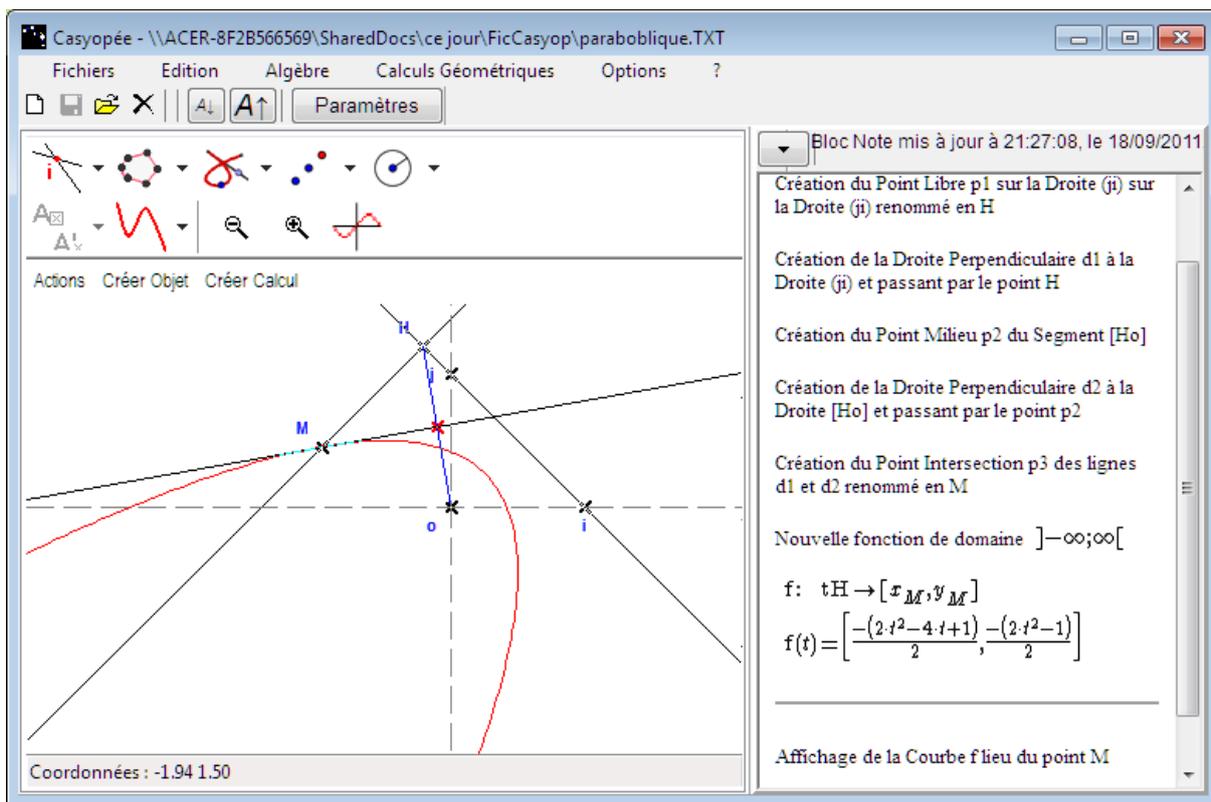


Figure 133 Construction d'une parabole par foyer et directrice non parallèle à l'axe des x

Table des illustrations

FIGURE 1 : PRESENTATION DES VOILETS D'ALGEBRE ET GRAPHIQUE DE CASYOPEE	4
FIGURE 2 : PRESENTATION DES VOILETS DE GEOMETRIE DE CASYOPEE	5
FIGURE 3 : BOITE DE CREATION DES EXPRESSIONS	6
FIGURE 4 : AFFICHAGE DE L'EXPRESSION DANS LA LISTE DEDIEE	6
FIGURE 5 : MENU CONTEXTUEL	6
FIGURE 6 : MENU CALCULER / DEVELOPPEMENT	8
FIGURE 7 - CONFIRMATION POUR NOUVELLE EXPRESSION	8
FIGURE 8 : EXPRESSION DEVELOPEE DANS LA LISTE DES EXPRESSIONS	8
FIGURE 9 : BOITE DE CONFIRMATION DE MODIFICATION	8
FIGURE 10 : BOITE DE MODIFICATION DES EXPRESSIONS	9
FIGURE 11 : BOITE DEMANDANT LA CREATION D'UN PARAMETRE	9
FIGURE 12 : BOITE DES PARAMETRES	9
FIGURE 13 : EXPRESSIONS MODIFIEES	9
FIGURE 14 : BLOC NOTE, ECRITURE D'UN COMMENTAIRE	10
FIGURE 15 : BLOC NOTE, COMMENTAIRE NON MODIFIABLE	10
FIGURE 16 : MENU BLOC NOTE / COMPILERBN	10
FIGURE 17 : MENU CREER OBJET / POINT / POINT REPERE	11
FIGURE 18 : BOITE DE CREATION DE POINT REPERE	11
FIGURE 19 : PREMIER POINT DANS LE VOILET DE GEOMETRIE	11
FIGURE 20 : BOITE DES PROPRIETES DES POINTS FIGURE 21 : POINT B	12
FIGURE 22 : PREMIER CERCLE FIGURE 23 : DEUXIEME CERCLE	12
FIGURE 24 : POINTS D'INTERSECTION C ET D	13
FIGURE 25 : SEGMENT [OB]	13
FIGURE 26 : POINT MILIEU H	14
FIGURE 27 : CREATION DU CALCUL GEOMETRIQUE CH	14
FIGURE 28 : FIGURE ET CALCUL LORSQUE $A = 4$	15
FIGURE 29 : FIGURE ET CALCUL LORSQUE $A = 9$	15
FIGURE 30 : BOITE D'EXPORTATION DE CALCUL	16
FIGURE 31 : BOITE "NOUVELLE EXPRESSION GEOMETRIQUE"	16
FIGURE 32 : EXPRESSION E DE LA HAUTEUR D'UN TRIANGLE EQUILATERAL DE COTE A	16
FIGURE 33 : BOITE DE CREATION DE VALEUR	16
FIGURE 34 : VISUALISATION DE LA NOUVELLE VALEUR	17
FIGURE 35 : BOITE DE CREATION DE FONCTION	17
FIGURE 36 : REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION	18
FIGURE 37 : TABLE DE VALEURS	18
FIGURE 38 : VALEURS SYMBOLIQUES (LIMITES)	19
FIGURE 39 : MENU CALCULER / SOUS-EXPRESSIONS	19
FIGURE 40 : BOITE DE CONFIRMATION POUR UNE DERIVEE	19
FIGURE 41 CHOIX DE L'ENSEMBLE DE DEFINITION POUR LA DERIVEE	20
FIGURE 42 : AFFICHAGE D'UNE DERIVEE	20
FIGURE 43 : BOITE DE CREATION D'EQUATION	21
FIGURE 44 : LISTE DES EQUATIONS	21
FIGURE 45 : BOITE DE CONFIRMATION POUR LES SOLUTIONS D'UNE EQUATION FIGURE 46 : SOLUTION DE L'EQUATION DANS LA LISTE DES VALEURS	21
FIGURE 47 : BOITE DES PARAMETRES	22
FIGURE 48 : PARAMETRES INSTANCIÉS DANS LA BARRE D'OUTILS FIGURE 49 : PARAMETRE FORMEL	23
FIGURE 50 : VISUALISATION DES FONCTIONS F , G ET H	23
FIGURE 51 : CHANGEMENT DU PAS DU PARAMETRE A	24
FIGURE 52 : CONFIRMATION DE ZOOM	24
FIGURE 53 : ZOOM	24
FIGURE 54 : LIMITE EN x_1 EN FONCTION DES PARAMETRES A ET B	25
FIGURE 55 : LIMITE EN x_2 EN FONCTION DES PARAMETRES A ET B	25

FIGURE 56 : UN EXEMPLE D'UTILISATION D'UNE COMMANDE MAXIMA.	25
FIGURE 57 : SUBSTITUTION DES PARAMETRES	26
FIGURE 58 : CONFIRMATION DE SUBSTITUTION	26
FIGURE 59 : VISUALISATION GRAPHIQUE DE LA SUBSTITUTION	27
FIGURE 60 : MENU CREER FONCTION / PAR MORCEAU	27
FIGURE 61 : BOITE CREATION DE FONCTION PAR MORCEAUX	27
FIGURE 62 : SELECTION DES FONCTIONS	28
FIGURE 63 : VISUALISATION FONCTION PAR MORCEAU	28
FIGURE 64 : MENU CALCULER / SOUS-EXPRESSIONS	28
FIGURE 65 : LISTE DES SOUS-EXPRESSIONS	28
FIGURE 66 : SOUS-EXPRESSIONS (LISTES DES FONCTIONS) FIGURE 67 : SOUS-EXPRESSIONS (LISTES DES EXPRESSIONS)	29
FIGURE 68 : BOITE "SIGNE : AFFINE"	29
FIGURE 69 : BOITE "SIGNE : AFFINE" RENSEIGNEE AVEC DES ERREURS	29
FIGURE 70 : BOITE "SIGNE : AFFINE" RENSEIGNEE CORRECTEMENT	30
FIGURE 71 : BOITE "CONCLUSION" SIGNE	30
FIGURE 72 : BOITE "CONCLUSION" 1ERE LIGNE RENSEIGNEE	30
FIGURE 73 : BOITE "CONCLUSION" RENSEIGNEE	30
FIGURE 74 : VISUALISATION SIGNE DANS LA LISTE DES FONCTIONS	31
FIGURE 75 : MENU JUSTIFICATION VARIATION	31
FIGURE 76 : BOITE "VARIATIONS"	31
FIGURE 77 : BOITE "CONCLUSION" VARIATIONS	32
FIGURE 78 : BOITE "CONCLUSION" VARIATION RENSEIGNEE	32
FIGURE 79 : VISUALISATION DES VARIATIONS	32
FIGURE 80 : MENU SIGNE-VARIATION CONNUES	33
FIGURE 81 : BOITE "SIGNE : VARIATIONS CONNUES"	33
FIGURE 82 : BOITE "SIGNE : VARIATIONS CONNUES" RENSEIGNEE	33
FIGURE 83 : VISUALISATION DU SIGNE DE F0	34
FIGURE 84 : MENU JUSTIFIER / SIGNE : PRODUIT, QUOTIENT	34
FIGURE 85 : BOITE "SIGNE : PRODUIT, QUOTIENT"	34
FIGURE 86 : CONCLUSION SIGNE	35
FIGURE 87 : TABLEAU DE SIGNE DES FONCTIONS	35
FIGURE 88 : ILLUSTRATION DE L'EXERCICE	36
FIGURE 89 : PARAMETRE POSITIF	36
FIGURE 90 : MENU CREER OBJET / POINT / POINT REPERE	37
FIGURE 91 : BOITE "POINT REPERE"	37
FIGURE 92 : NOM ET POSITION DES POINTS	38
FIGURE 93 : VISUALISATION CREATION D'UN POINT MILIEU FIGURE 94 : VISUALISATION POINT MILIEU	38
FIGURE 95 : CREATION DE [OB]	39
FIGURE 96 : POINT LIBRE C	39
FIGURE 97 : POINT TRANSLATE D	40
FIGURE 98 : POINT REPORTE F	40
FIGURE 99 : DROITE PERPENDICULAIRE	41
FIGURE 100 : POINT D'INTERSECTION G	41
FIGURE 101 : RECTANGLE	42
FIGURE 102 : MENU SURFACE / POLYGONE	42
FIGURE 103 : SURFACE oCFG	42
FIGURE 104 : BOITE DES PROPRIETES DE SURFACE	43
FIGURE 105 : BOITE DE CREATION DE CALCUL	43
FIGURE 106 : VOLET DE CALCUL	43
FIGURE 107 : AIRE MAXIMALE	44
FIGURE 108 : MENU MODELISER	44
FIGURE 109 : TABLE DU MENU MODELISER	45
FIGURE 110 : BOITE DE CALCUL DE FONCTION MODELE	46
FIGURE 111 : FONCTION CREEE COMME MODELE DE DEPENDANCE ENTRE CALCULS GEOMETRIQUES	46
FIGURE 112 : REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA FONCTION GEOMETRIQUE	47

FIGURE 113 : LIEN GEOMETRIE GRAPHE ET VITESSE D'UN POINT LIBRE	47
FIGURE 114 : BOITE "VARIATION"	48
FIGURE 115 : BOITE "CONCLUSION" SUR LES VARIATIONS	48
FIGURE 116 : BOITE "CONCLUSION" RENSEIGNEE	48
FIGURE 117 : REPRESENTATION DES VARIATIONS.....	49
FIGURE 118 : MAXIMUM DE LA FONCTION F	49
FIGURE 119 : AVERTISSEMENT DE MAXIMA	58
FIGURE 120 : MENU CREER OBJET / CREER COURBE.....	57
FIGURE 121 : COURBE DANS LE VOLET DE GEOMETRIE	58
FIGURE 122 : VALEUR CALCUL GEOMETRIQUE ET REPRESENTATION	58
FIGURE 123 : CALCUL FONCTION "NOMBRE DERIVE"	59
FIGURE 124 : FORMULES ET REPRESENTATION AVEC PARAMETRE INSTANCIE	59
FIGURE 125 : FORMULES ET REPRESENTATION AVEC PARAMETRE FORMEL	59
FIGURE 126 : VOLETS DE GEOMETRIE ET GRAPHIQUE	60
FIGURE 127 : ENTREE D'UNE FONCTION A VALEUR DANS \mathbb{R}^2	61
FIGURE 128 : FONCTION A VALEUR DANS \mathbb{R}^2 : TRANSFORMATIONS ET GRAPHS	61
FIGURE 129 : COURBE PARAMETREE	62
FIGURE 130.....	62
FIGURE 131: LIEU DU MILIEU D'UN SEGMENT DE LONGUEUR FIXE DONT LES SOMMETS SONT SUR LES AXES	61
FIGURE 132 : LIEU D'UN POINT SUR UN SEGMENT DE LONGUEUR FIXE DONT LES SOMMETS SONT SUR LES AXES	62
FIGURE 133 : CONSTRUCTION D'UNE PARABOLE PAR FOYER ET DIRECTRICE NON PARALLELE A L'AXE DES X.....	63