

Annexe

Cette situation est extraite de (Aldon, 2011)

Consignes données aux élèves

Le Marquis de L'Hospital publia en 1696 « Analyse des infiniment petits », ouvrage dont est extrait le problème suivant.

« À l'extrémité d'une règle de 1 mètre, on attache un fil de 0,4 mètre, dont l'autre extrémité se termine par une poulie. Un second fil de longueur 1 mètre, attaché à la deuxième extrémité de la règle, passe derrière la poulie et se termine par un poids. La position d'équilibre du système est obtenue lorsque le poids est à sa plus basse position. »

Le but du problème est de déterminer cette position d'équilibre après un choix de variable pertinent, de façon approchée dans un premier temps grâce à une démarche expérimentale, puis de façon exacte.

Partie A. Analyse géométrique de la situation

Réaliser sur une feuille un *dessin* illustrant la situation proposée.

Réfléchir à la construction en géométrie dynamique de la figure associée : nature des objets à construire, chronologie de la construction.

Partie B. Étude expérimentale

Consignes

Créer un nouveau classeur nommé « Poulie de l'Hospital Nom Prénom.tns » et ouvrir une page de géométrie.

1.1 Géométrie

1. Construire la figure modélisant la situation proposée : s'appuyer sur les idées dégagées dans la partie A en les faisant évoluer au besoin afin d'obtenir une construction cohérente.
2. Construire la trace du point représentant le poids pour les différentes positions possibles de la poulie. En agissant sur les points mobiles et en observant la trace affichée, tester la cohérence de la construction.

Pause débat

3. Conjecturer la position d'équilibre du poids en la repérant par rapport à la règle.
4. La modélisation de la position du poids nécessite une prise d'initiative : le choix d'une variable ; proposer un choix ; après l'avoir fait valider, réaliser les constructions nécessaires et effectuer les *mesures* correspondantes, l'une liée à l'objet variable, l'autre à « l'altitude » du point D.

Pause débat

5. Enregistrez chacune des deux mesures retenues précédemment sous un nom lié à l'objet mesuré.

Consignes

1. Insérer une page Tableur & listes.
2. Réaliser une *capture de données automatique* pour chacune des mesures enregistrées.
3. Le tableau de valeurs obtenu permet-il de préciser la conjecture établie sur la position d'équilibre ?

1.2 Tableur & Listes

Consignes

Insérer une page Graphiques

Construire le nuage de points associé aux données recueillies.

Situer dans le nuage le point correspondant à la position d'équilibre et vérifier la cohérence des différentes réponses apportées grâce à la figure de géométrie dynamique, au tableur et au nuage de points.

1.3 Graphiques

Partie C. Étude théorique

Afin de modéliser le problème, exprimer algébriquement la position du poids en fonction de la variable choisie.

Consignes

Insérer une page Graphiques

Représenter graphiquement la fonction obtenue, en proposant un choix judicieux de fenêtre d'affichage. Vérifier la cohérence entre le graphique et le nuage de points ; en cas de contradiction, revoir le calcul algébrique !

Affiner si possible la conjecture sur la position d'équilibre.

Quid de la solution exacte ? Étudier la fonction obtenue et conclure quant à la position cherchée.

1.4 Graphiques

Scenario testé dans une classe de Terminale scientifique

Ce que fait le prof	Ce que font les élèves	Temps
1^{ère} séance en demi-classe		
<p>L'enseignant distribue la fiche élève.</p> <p>Le professeur vérifie auprès de chaque élève la cohérence de la construction et aide aux manipulations le cas échéant.</p> <p>Difficultés attendues, entraînant l'échec de la construction dynamique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la reconnaissance du statut des différents objets de la construction : lesquels sont-ils libres, lesquels sont-ils liés ? - la chronologie de la construction. 	<p>Les élèves s'approprient la situation et construisent la figure en géométrie dynamique.</p>	25 min
<p style="text-align: center;">Pause débat</p> <p>Le professeur repère parmi les travaux des élèves les constructions n'ayant pas pris en compte l'ensemble des contraintes concernant le point associé à la poulie.</p> <p>L'enseignant organise alors un débat afin d'éclairer la situation et d'obtenir un algorithme de construction valide.</p>	<p>L'un des élèves concernés présente sa construction.</p>	15 min
	<p>Les élèves manipulent la figure de façon à formuler la conjecture demandée ; dans la perspective de modéliser la situation, ils font un choix de variable et effectuent les</p>	5 min

	mesures attendues.	
<p style="text-align: center;">Pause débat</p> <p>L'enseignant gère le débat afin de valider les choix proposés.</p>	A tour de rôle les élèves proposent leurs différents choix, de la variable d'une part, de la grandeur mesurant l' « altitude » d'autre part.	10 min
2^{ème} séance en demi-classe		
<p>L'enseignant s'assure que les manipulations sont correctement effectuées.</p> <p>L'enseignant aide à donner du sens à la grandeur observée (si le nuage de points semble présenter un maximum, c'est que la distance entre la règle et le point d'équilibre est elle-même maximum).</p>	<p>Les élèves capturent les données correspondant à leurs choix effectués lors de la séance précédente ; ils précisent leur conjecture quant au repérage de la position d'équilibre.</p> <p>Après avoir réalisé le nuage de points associé aux données, les élèves situent le point correspondant à la position d'équilibre ; ils vérifient la cohérence des réponses apportées dans les différents cadres au problème posé.</p>	20 min
L'enseignant aide, lorsque cela est nécessaire, à comprendre comment se manifeste la cohérence, et le cas échéant apporte une aide afin de remédier aux erreurs de calcul.	<p>Les élèves déterminent algébriquement l'expression de la position du poids en fonction de la variable choisie.</p> <p>Ils tracent la représentation graphique de la fonction obtenue ; afin de vérifier leurs calculs algébriques ils examinent la cohérence entre le graphique obtenu et le nuage de points précédent.</p>	15min
Les élèves devront terminer cette étude pour la séance suivante en devoir à la maison.	L'étude de la fonction obtenue est commencée en vue d'apporter la réponse exacte au problème proposé.	20min
3^{ème} séance (partielle) en classe entière		
Lors d'une séance ultérieure après correction des travaux des élèves, le professeur présente une synthèse des différentes fonctions étudiées par les élèves.		

<p>L'application de calcul formel permet de présenter rapidement l'étude de ces fonctions. L'utilisation de l'éditeur mathématique dynamique peut être particulièrement judicieuse.</p> <p>Un débat autour de l'interprétation des réponses apportées par le logiciel permet d'éclairer le lien entre les différentes variables lors de la position d'équilibre.</p> <p>Le temps imparti à cette synthèse peut varier suivant le nombre de fonctions retenues par les élèves pour modéliser le problème.</p>	<p>Les élèves vérifient leur travail et apportent les corrections nécessaires.</p>	<p>De 20 à 30 min</p>
--	--	-----------------------