Extrait du Les nouvelles technologies pour l'enseignement des mathématiques

http://revue.sesamath.net/spip.php?article583

Introduction de la dérivée en LP

- N°38 - janvier 2014 -

Date de mise en ligne : dimanche 22 dÃ©cembre 2013

Les nouvelles technologies pour l'enseignement des mathématiques

[Autres articles de MathémaTICE concernant l'enseignement professionnel.]

Voir en fin d'article la suggestion de Roland Dassonval.

Depuis la rénovation de la voie professionnelle de septembre 2009, l'enseignement des mathématiques comporte un certain nombre de particularités, entre autre :

- l'horaire total d'enseignement est triannualisé (181 h de mathématiques sur les 3 ans, ce qui correspond à une répartition de 2 années à 2 h hebdomadaire et 1 année à 2 h 30)
- pour les spécialités de baccalauréat ayant un enseignement en sciences physiques, il est demandé aux professeurs de faire le lien entre les deux disciplines à travers de leurs cours (en lycée professionnel, les enseignants en charge du cours de mathématiques sont « bivalents » : ils assurent les cours de mathématiques et de sciences physiques et chimiques)

- les programmes de baccalauréat professionnel demandent à ce que les cours de mathématiques prennent appui sur une thématique ; le programme propose 23 thématiques (la liste n'est pas exhaustive) réparties en 5 grands sujets :

  - développement durable ;
  - prévention, sante et sécurité ;
  - évolution des sciences et techniques ;
  - vie sociale et loisirs ;
  - vie économique et professionnelle.

- Dans la continuité de ce qui se fait pour le socle commun au collège, l'enseignement de mathématiques et de sciences physiques se fait par le biais d'un travail sur 5 compétences :

  - S'approprier
  - Analyser, raisonner
  - Réaliser
  - Valider
  - Communiquer

- L'enseignement des mathématiques doit obligatoirement passer par une utilisation des TIC (des compétences liées aux TIC sont évaluées).

Les activités présentées s'inscrivent dans le sujet du *développement durable* et utilisent les thématiques « *protéger la planète* » et « *gérer les ressources naturelles* : leur objectif est de dessiner une parabole pour réaliser un four solaire.

Introduction

Les activités proposées permettent de revenir sur la fonction carré et la détermination d'équations de droites. Le retour sur ces notions vues antérieurement amènent à mettre en oeuvre une progression en spirale conformément aux recommandations du préambule commun aux programmes de mathématiques et de sciences physiques et chimiques de baccalauréat professionnel.

Le tracé à l'équerre présenté dans l'activité 1 peut être illustré par la vidéo suivante :

construction d'une parabole.(http://www.youtube.com/watch?featur...)

La contextualisation choisie (construction d'un four solaire) permet de relier un enseignement par entrée thématique à la construction d'une modélisation. On évite ainsi l'écueil du « faux concret ».

L'introduction du nombre dérivé en première constitue souvent une difficulté d'enseignement d'autant plus que la notion fonction dérivée n'est abordée qu'en classe de terminale.

Ces trois activités amenant la notion de coefficient directeur de la tangente en un point introductive à la notion de nombre dérivé puis à celle de fonction dérivée,

Analyse d'un four solaire

++++**Document d'étude :**

Gabriel doit animer un atelier scientifique dans un centre de vacances pour des enfants de 10 et 11 ans.

Il s'est fixé pour objectif de construire une mini parabole solaire (20cm d foyer d 30 cm).

Ses recherches lui ont permis d'établir la démarche suivante :

- Il doit réaliser un gabarit « 2D » dans du carton qui par rotation permettra d'obtenir le moule en sable
- Sur le moule en sable il appliquera de la fibre de verre et de la résine.
- Une fois la parabole réalisée il garnira l'intérieur de papier aluminium autocollant.
- Il finalisera son projet en fixant la parabole sur un support et en réalisant un système de maintien pour l'ustensile de cuisson.

La fonction $f(x)=0.125x^2$ permet de réaliser une parabole solaire intéressante.

Problème : Comment faire réaliser le gabarit aux enfants qui ne connaissent pas la fonction *f(x)=0.125x² ?*

Des recherches sur internet permettent à Gabriel de retenir 2 méthodes

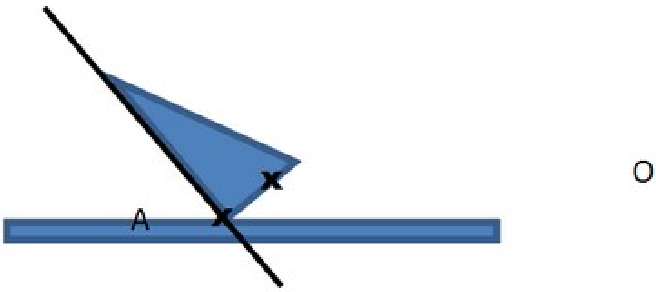
++++**Méthode proposée**

Méthode 1

Tracer une droite **d** en bas de la page et un point O pas trop loin de **d** (3 cm).

Tracer le segment [OA], sans appuyer. Tracer la perpendiculaire à (OA) passant par A.

Recommencer, en remplaçant A par des points situés sur d, espacés de 1cm.

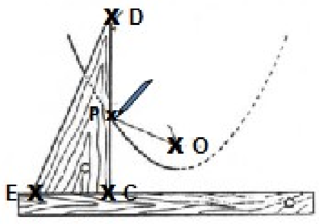


Méthode 2

On accroche une ficelle en D sur l'équerre et au point O sur la feuille

La longueur de la ficelle égale la hauteur CD de l'équerre.

Si on fait glisser le côté EC de l'équerre sur la droite (AB), le point P se déplace sur une parabole.



Gabriel retient la méthode 1

++++**Travail à réaliser à l'aide du logiciel Géogébra.**

1. Ouvrir le document « *Gabarit de la parabole* »

Le segment **[AO]** est tracé ainsi que la perpendiculaire à [AO] passant en A.

Réaliser la construction proposée par cette méthode. On placera un minimum de 10 points sur la droite *d* .

Une fois la construction réalisée ,appeler le professeur pour validation.

2. Analyse du tracé obtenu

- Quelle courbe est suggérée par le faisceau de droites ?
- Cocher la case « ***parabole de référence d'équation $f(x)=0,125x^2$*** »
- Que peut on dire de la courbe obtenue au regard de la courbe de référence ?
- A quelle distance de la droite *d* doit etre positionné le point O pour que la courbe obtenue se superpose à la courbe de référence ?

D'une manière générale à quelle distance en cm de la droite ,l'animateur dira-t-il aux enfants de placer

le point O (***foyer de la parabole***) pour construire le gabarit ? Justifier votre réponse.

Appeler le professeur pour validation.

3. On peut lire la notice suivante :

La parabole solaire a la capacité de concentrer les rayons lumineux .

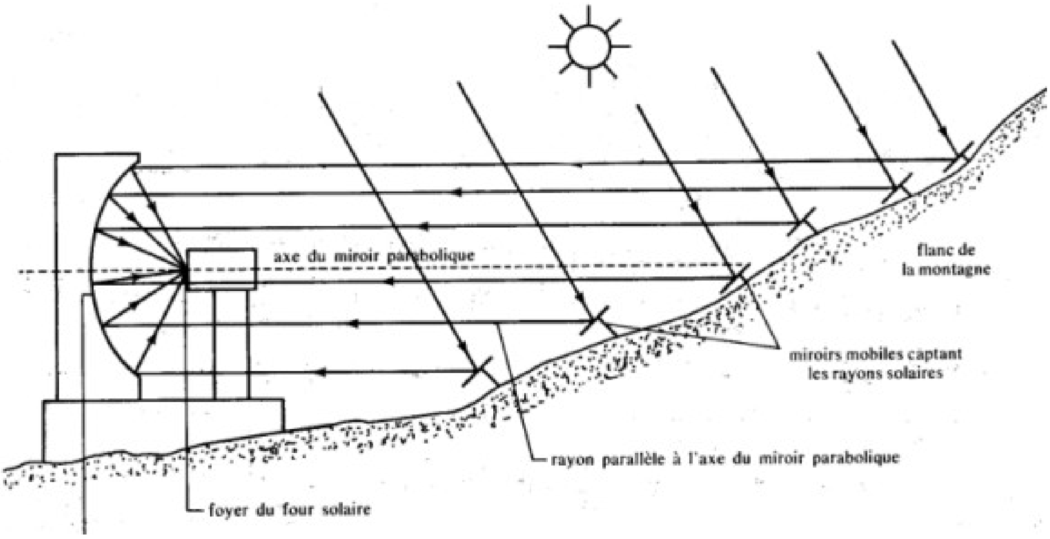
En effet d'après les lois de la réflexion de Descartes :

Les angles étant définis par rapport à la perpendiculaire au point d'incidence,

l'angle d'incidence î est égal à l'angle de réflexion î'

Ainsi tout rayon lumineux parallèle à « l'axe de la parabole », est donc réfléchi en **un** point appelé **Foyer**.

C'est en ce point que la température sera la plus élevée. Attention au risque de brûlure.



Ouvrir le document « ***Positionnement du Foyer*** »

2 rayons de soleil sont modélisés (couleur orange)

Construire aux points d'incidence I et H les rayons réfléchis.

Vérifier en le mesurant que les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

Positionner le point de concours des rayons réfléchis.

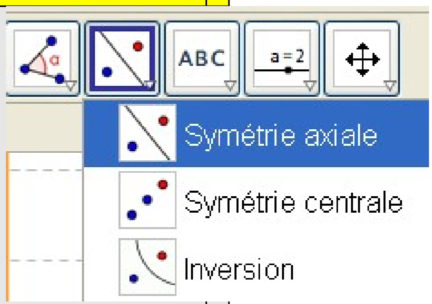
Quelles remarques pouvez vous faire ?

Appelez le professeur et expliquez lui votre construction.

++++**Fiche technique**

« Construction d'un rayon réfléchi ».

Sélectionner l'outil symétrie axiale.



Sélectionner le rayon incident et l'axe de symétrie.

Le rayon réfléchi apparaît.

« Mesure d'un angle »

Sélectionner l'outil angle.

Sélectionner les deux droites ou 3 points (le point milieu est le sor

++++**Grille d'analyse**.

Niveau : ***1 nde Bac professionnel***

Module : ***Approcher une courbe avec des droites***

Thématique : ***Développement durable « Gérer les ressources naturelles »***

Compétences	
S'approprier	Comprendre la problématique. ***Certains élèves s'arrêtent au début de l'énoncé et se contentent de tracer f(x)=0,125x²*** Comprendre que Gabriel retient la méthode 1
AnalyserRaisonner	Lier la méthode 1 au fichier Géogébra préparéPlacer 5 points à droite et 5 points à gauche.Reconnaître la parabole.Lier le foyer au point 0Comprendre que la construction Géogébra est à l'échelle 1 :10Reconnaître les deux rayons incidents
Réaliser	Compléter la construction sous Géogébra Calculer la distance réelle du foyer.Construction des rayons réfléchis
Valider	Voir si la réalisation est conforme à l'énoncé ***Méthode 1 ; 1 dizaine de points distants de 1cm*** Vérification de l'angle de réflexion.
Communiquer	Commentaires concernant la situation des 2 paraboles.Dire que le point O est à 2 cm du sommet sur le document Géogébra.Dire *et* justifier que le foyer doit être à 20cm sur le gabarit.Constater que les rayons réfléchis convergent au foyer.

++++**Positionnement**

Approfondissement de la notion de foyer.

Section industrielle :

Sciences Optique Réflexion des rayons du soleil (modélisés *par des droites verticales*)

Convergence des rayons réfléchis vers le Foyer.

Positionnement de la séquence proposée

L'activité présentée ci-dessous prend appui sur la thématique du développement durable en lien avec la protection de la planète et la gestion des ressources naturelles ; puisqu'elle consiste à réaliser une parabole solaire de la part des élèves.

Cette activité sert d'introduction au module suivant

2.4 Approcher une courbe avec des droites *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'utiliser les fonctions affines pour approcher localement une fonction. Cette partie donne lieu à une expérimentation à l'aide des TIC au cours de laquelle les élèves peuvent tester la qualité d'une approximation à l'aide des TIC et mettre en œuvre une démarche d'investigation.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter à l'aide des TIC, l'approximation affine donnée de la fonction carré, de la fonction racine carrée, de la fonction inverse au voisinage d'un point.	La droite représentative de la "meilleure" approximation affine d'une fonction en un point est appelée tangente à la courbe représentative de cette fonction en ce point.	
Déterminer, par une lecture graphique, le nombre dérivé d'une fonction f en un point. Conjecturer une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction en ce point. Construire en un point une tangente à la courbe représentative d'une fonction f connaissant le nombre dérivé en ce point. Écrire l'équation réduite de cette tangente.	Nombre dérivé et tangente à une courbe en un point.	L'étude ne se limite pas aux fonctions de référence. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de coordonnées $(x_A, f(x_A))$ est appelé nombre dérivé de f en x_A.

Une ouverture est envisageable au programme de ***Sciences Physiques*** tronc commun du cycle Terminal

Au travers de la recherche du foyer d'une parabole solaire, en utilisant les lois de la réflexion de Descartes.

SL 1	COMMENT DEVIER LA LUMIERE ?	Cycle terminal Tronc commun
1. Quel est le comportement de la lumière traversant des milieux transparents de natures différentes ?		
Capacités	**Connaissances**	**Exemples d'activités**
Vérifier expérimentalement les lois de la réflexion et de la réfraction. Déterminer expérimentalement l'angle limite de réfraction et vérifier expérimentalement la réflexion totale. Déterminer expérimentalement la déviation d'un rayon lumineux traversant une lame à faces parallèles et un prisme.	Connaître les lois de la réflexion et de la réfraction. Savoir que la réfringence d'un milieu est liée à la valeur de son indice de réfraction. Connaître les conditions d'existence de l'angle limite de réfraction et du phénomène de réflexion totale.	Description, à l'aide du tracé des rayons, du parcours de la lumière dans une lame à faces parallèles, dans un prisme… Détermination expérimentale de l'indice de réfraction d'une substance à partir de l'angle limite de réfraction. Recherche historique sur Descartes.

Tangente et sens de variation :

L'activité utilise comme support l'objet ci-contre

L'équation de cet objet géométrique permettra d'approfondir la notion de

tangente en un point d'une courbe et d'étudier le rôle de son coefficient directeur.

++++**Activité à l'aide de Géogébra**

1. Travail individuel.

a) Ouvrir le fichier Géogébra **« *Four solaire* ».**

Cliquer sur la case « ***Four solaire*** » afin d'effacer le four.

b) Placer 4 points A ; B ; C ; D sur la courbe *g.* Noter leurs coordonnées.

A(..... ;....) B(..... ;....) C(..... ;....) D(..... ;....)

Tracer les tangentes à *g* passant par les points A ; B ; C ; D.(voir fiche technique)

c) A quelle fonction de référence correspondent les tangentes ainsi tracées ?

....

.... d) **Compléter** le tableau suivant :

Droite passant par	**Coefficient directeur de la tangente**
A	**a1=** ....
B	**a2=** ....

C	**a3=** ....
D	**a4=** ....

Appelez le professeur pour faire vérifier vos valeurs

e) **Analyse**

Conjecturer une propriété entre la courbe et les coefficients directeurs des tangentes.

Propositions :

....
....
....

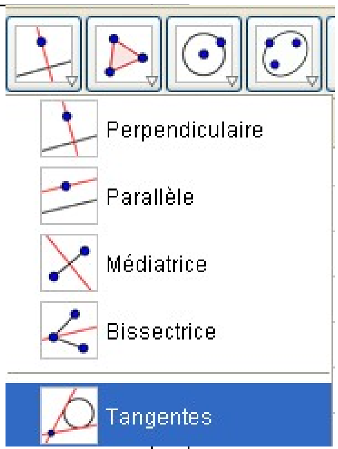
2. Travail collectif.

Mise en commun des propositions, création de groupes de travail

++++**Fiche technique**

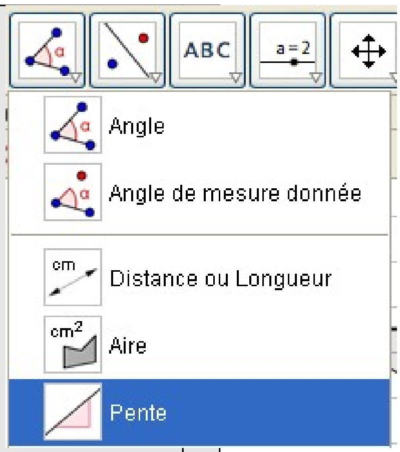
Construire la tangente au point A :

- Saisir Tangente[A,g] *Ou*
- Cliquer sur l'outil Tangente ,sur la courbe et sur le point A



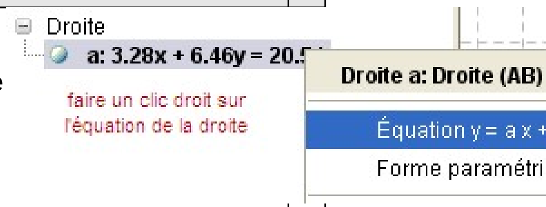
Détermination du coefficient directeur d'une droite :

- Saisir Pente[nom de la droite] *Ou*
- Cliquer sur l'outil Pente et sur la droite.



Ou

- Lire dans la fenêtre algèbre le coefficient **a** de l'équation de la droite



++++**Grille d'analyse**

Niveau : ***1 ière Bac Professionnel.***

Module : ***Approcher une courbe avec des droites***

Compétences	**Capacités**
S'approprier	La notion de Tangente à une courbe et la relation entre le coefficient directeur de la tangente et le sens de variation de la courbe.
AnalyserRaisonner	Emettre des conjectures entre la courbe et les coefficients directeurs.
Réaliser	Construire en un point une tangente à courbe représentative d'une fonction f Déterminer par lecture graphique le coefficient directeur de la tangente.
Valider	Reconnaitre la tangente à la courbe en un point donné.Vérifier ou infirmer les conjectures.
Communiquer	Rendre compte d'une démarche ;être capable de travailler en autonomie et en groupe.

L'activité proposée s'insère dans le programme au niveau de

2.4 Approcher une courbe avec des droites *(groupements A, B et C)*

L'objectif de ce module est d'utiliser les fonctions affines pour approcher localement une fonction. Cette partie donne lieu à une expérimentation à l'aide des TIC au cours de laquelle les élèves peuvent tester la qualité d'une approximation à l'aide des TIC et mettre en œuvre une démarche d'investigation.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter à l'aide des TIC, l'approximation affine donnée de la fonction carré, de la fonction racine carrée, de la fonction inverse au voisinage d'un point.	La droite représentative de la "meilleure" approximation affine d'une fonction en un point est appelée tangente à la courbe représentative de cette fonction en ce point.	
Déterminer, par une lecture graphique, le nombre dérivé d'une fonction f en un point. Conjecturer une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction en ce point. Construire en un point une tangente à la courbe représentative d'une fonction f connaissant le nombre dérivé en ce point. Écrire l'équation réduite de cette tangente.	Nombre dérivé et tangente à une courbe en un point.	L'étude ne se limite pas aux fonctions de référence. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de coordonnées $(x_A, f(x_A))$ est appelé nombre dérivé de f en x_A.

Approche de la fonction dérivée

++++1er travail avec Geogebra

Ouvrir le document GEOGEBRA ***doc 3 a fonction_derivee***

- Cocher la case parabole puis régler les curseurs pour que la courbe corresponde à la parabole solaire.

Relever les valeurs des coefficients a= .... b=.............. c=.................

La fonction correspondant est g(x) = ... x^2 ....

- décocher la case « **parabole solaire** », puis cocher **« tangentes »**

Compléter le tableau suivant

Droite passant par le point	Abscisse du point	Coefficient directeur de la tangente au point
A		**a1=** ....
B		**a2=** ....
C		**a3=** ....

D		**a4=** ....
E		**a5=** ....
F		**a6=** ....

Dans la barre de saisie, taper : **(x(A),Pente[d_A])** relever les coordonnées du point créé **(;)**

A quoi correspond l'abscisse de ce point ....

A quoi correspond l'ordonnée de ce point ....

Dans la barre de saisie, taper : **(x(B),Pente[d_B])** â†’ jusqu'à **(x(F),Pente[d_F])**

- Quelle remarque pouvez-vous faire concernant les points ainsi créés ?

....

Établir une relation liant les abscisses ***x*** et les ordonnées ***y*** des points créés ***y=*** *.........* ***x*** *..........*

Comment avez-vous déterminé cette relation ? ....

....

Pour la suite nous ne parlerons plus de points créés mais de « **points dérivés »**

Faire vérifier vos réponses

++++2nd travail avec Geogebra

Ouvrir le document GEOGEBRA ***doc 3 b fon ction_derivee***

Ce document reprend votre construction précédente.

- Dans la barre de saisie taper : g(x) = x^2 ajuster les axes pour voir tous les points

Vérifier qu'avec cette fonction les « points dérivés » sont alignés sur la droite d'équation y =2 x

....

- Par cette droite quelle est l'image de 2 ? ....
- Tracer la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2.

Quel est le coefficient directeur de cette tangente ? ....

Comparer les deux valeurs ci-dessus :

....
....
....

Soit la fonction   g(x) =3 x^2 -10   Vérifier que les « points dérivés » sont alignés sur une droite. Déterminer l'équation de cette droite ....

Fonction g	Equation de la droite passant par les points dérivés
0,125 x^2	
x^2	
3 x^2-10	

Conjecturer une propriété entre les fonctions g et les équations ci-dessus.

....
....
....

Comment se répartissent les points dérivés de la fonction g(x) =0,5 x 3 ?

....
....

++++Support technique

Toutes les fonctions écrites **dans la barre de saisie** seront nommées **g(*x*)**