

Extrait du Les nouvelles technologies pour l'enseignement des mathématiques

<http://revue.sesamath.net/spip.php?article223>

Tel est pris qui croyait prendre

!

- N°15 - Mai 2009 -

Date de mise en ligne : dimanche 24 mai 2009

**Copyright © Les nouvelles technologies pour l'enseignement des
mathématiques - Tous droits réservés**

Plan

- [Introduction](#)
- [Les origines](#)
- [Mes choix pour le TD proposé](#)
- [Énoncé du TD](#)
- [Le déroulement effectif](#)
- [Épilogue](#)

Introduction

Ceci est le récit d'une séance de TD d'une heure utilisant le calcul formel qui a eu lieu dans une classe de 1ère S pendant l'année scolaire 2008-2009. En proposant cette séance je ne m'attendais pas vraiment à ce qui advint : des élèves découvrirent la [règle de l'Hospital](#) pour calculer des limites à l'infini...

Les origines :

Le point de départ de la construction de cette séance est une proposition d'utilisation du calcul formel faite pages 114-115 du livre « Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument de travail mathématique » coordonné par Dominique Guin et Luc Trouche qui cite le cahier Didirem Spécial 4 (voir <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/IP598002.htm>).

Dans cette proposition, une utilisation du tableur formel de la calculatrice TI92 permet de découvrir les propriétés et les indéterminations pour $\lim f+g$ et $\lim fg$. Partant de l'idée que le logiciel peut permettre de découvrir des règles de calcul de limites, j'ai construit un TD utilisant le logiciel DERIVE afin d'aider mes élèves à mettre en place une règle de calcul de la limite à l'infini d'une fraction rationnelle.

Avant de débiter ce TD, mes élèves ont déjà rencontré plusieurs fois la notion de limite (lors de la leçon sur le nombre dérivé, puis aussi en travaillant sur des fonctions homographiques dont l'expression était écrite sous la forme $ax+b+\frac{c}{dx+e}$). Ils avaient rencontré un cas d'indétermination lors des calculs de nombres dérivés (mais nous n'avions pas institutionnalisé cela puisque les calculs proposés se simplifiaient et donc l'indétermination disparaissait). Je voulais étendre leurs connaissances à des limites de fractions rationnelles et leur faire rencontrer un cas d'indétermination courant.

Mes choix pour le TD proposé : ▶

Il est construit sur le schéma suivant :

1. Je m'appuie sur leurs connaissances des limites pour leur faire calculer à la main les limites à l'infini des numérateurs et dénominateurs.
Je leur demande de prévoir la limite du quotient (en espérant bien entendu voir apparaître le grand classique « infini / infini = 1 »).
2. Je leur demande de faire le calcul de la limite du quotient avec le logiciel DERIVE et de comparer avec leur proposition.
3. Je leur demande ensuite de trouver une règle pour prévoir ce résultat correctement. Ici j'espère voir apparaître la règle sur les termes de plus haut degré.
4. Enfin un travail de ré-écriture avec DERIVE de l'expression $\frac{f(x)}{g(x)}$ est demandé.
5. Ceci afin de pouvoir justifier les limites obtenues en s'appuyant sur leur connaissances antérieures.

Énoncé du TD : ▶

a) Compléter à la main (selon vos idées) le tableau suivant SAUF la dernière colonne :

$f(x)$	$g(x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$	$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$	Ré-écriture du quotient par DERIVE
$x+2$	$x+4$			$\frac{x+2}{x+4}$		
$2x+1$	$x-10$					
$3x-5$	$6x+7$					
$-4x+1$	$2x+7$					
x^2+1	$x+5$					
$3x-5$	x^2-2					
x^2+5	x^2-8					
$3x^2-10$	$2x^2+1$					

b) Utiliser DERIVE afin de vérifier l'avant dernière colonne : comparez avec vos propositions

c) Énoncer des règles permettant de prévoir ces résultats.

.....

.....

.....

d) Avec DERIVE utiliser la commande Développe en l'appliquant au quotient $\frac{f(x)}{g(x)}$ et noter l'expression obtenue dans la dernière colonne.

e) L'expression obtenue dans la dernière colonne facilite-t-elle le calcul de la limite?

Le déroulement effectif : ▶

Comme je m'y attendais, les réponses « à la main » proposées pour l'avant dernière colonne (limite à l'infini de la fraction rationnelle) furent le plus souvent une colonne uniforme de 1, quelquefois de 0. C'est cette uniformité attendue qui devait être battue en brèche par ma question b) (usage de DERIVE pour déterminer les limites des fractions rationnelles) : bingo ! Les élèves s'aperçoivent que leurs premières idées sont fausses et ils corrigent à l'aide de DERIVE et parfois même anticipent la correction que peut apporter DERIVE.

Mais là où l'histoire se corse c'est lorsque nous faisons le bilan des propositions pour la question c).

Ici j'attendais une ébauche de la règle des termes de plus haut degré pour déterminer la limite à l'infini. C'est bien ce que certains proposèrent mais quelle ne fût pas ma surprise d'entendre des élèves proposer de dériver numérateur et dénominateur afin de trouver cette limite. Cette proposition ayant été faite dans les 2 groupes de TD, j'ai questionné plus avant le 2nd groupe et voici l'explication de cette proposition pour le moins inattendue pour moi.

Un élève m'a dit : « Monsieur, vous nous avez demandé de dériver ! » et il me montre la fiche de travail que j'avais distribué :

a) Compléter à la main (selon vos idées) le tableau suivant SAUF la dernière colonne :

$f(x)$	$g(x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$	$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$	Ré-écriture du quotient par DERIVE
$x+2$	$x+4$			$\frac{x+2}{x+4}$		

Le logiciel dont le nom est DERIVE était utilisé pour la 1ère fois par les élèves. Certains n'ont pas compris qu'il s'agissait du logiciel dans la consigne en tête de dernière colonne ! Ils ont pensé qu'il fallait dériver et ils ont dérivé numérateur et dénominateur séparément peut-être à cause de l'expression « ré-écriture du quotient » : ils ont ainsi découvert la règle de l'Hospital dans ce cas bien particulier !

Voilà un apport pour le moins inattendu des Tice à mon enseignement.

Nous avons « institutionnalisé » la règle des termes de plus haut degré mais pas la règle de l'Hospital.

Épilogue : ▶

Quelques semaines plus tard, nous en sommes au calcul des limites de suite. Je me demande ce qui reste de cette séance. Je propose donc une limite de suite qui peut être traitée avec la règle des termes de plus haut degré : manifestement cette règle n'est pas disponible pour mes élèves qui peinent à répondre. Je les pousse un peu en évoquant le TD avec DERIVE. Et que croyez-vous qu'il advint : pas de règle des termes de plus haut degré mais ... la règle de l'Hospital sort du chapeau au grand dam du professeur !